http://tiny.cc/ift3355

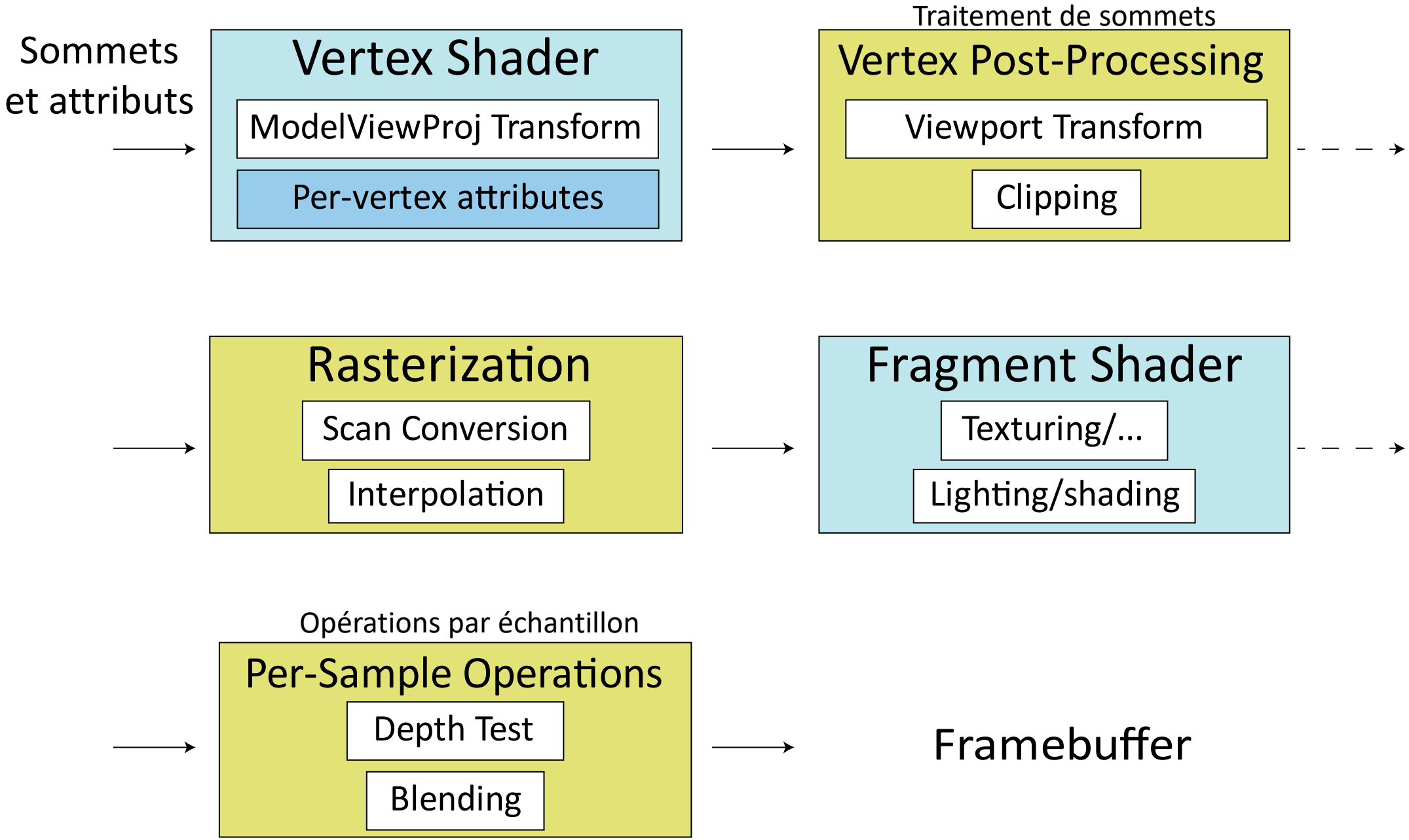
IFT 3355: INFOGRAPHIE

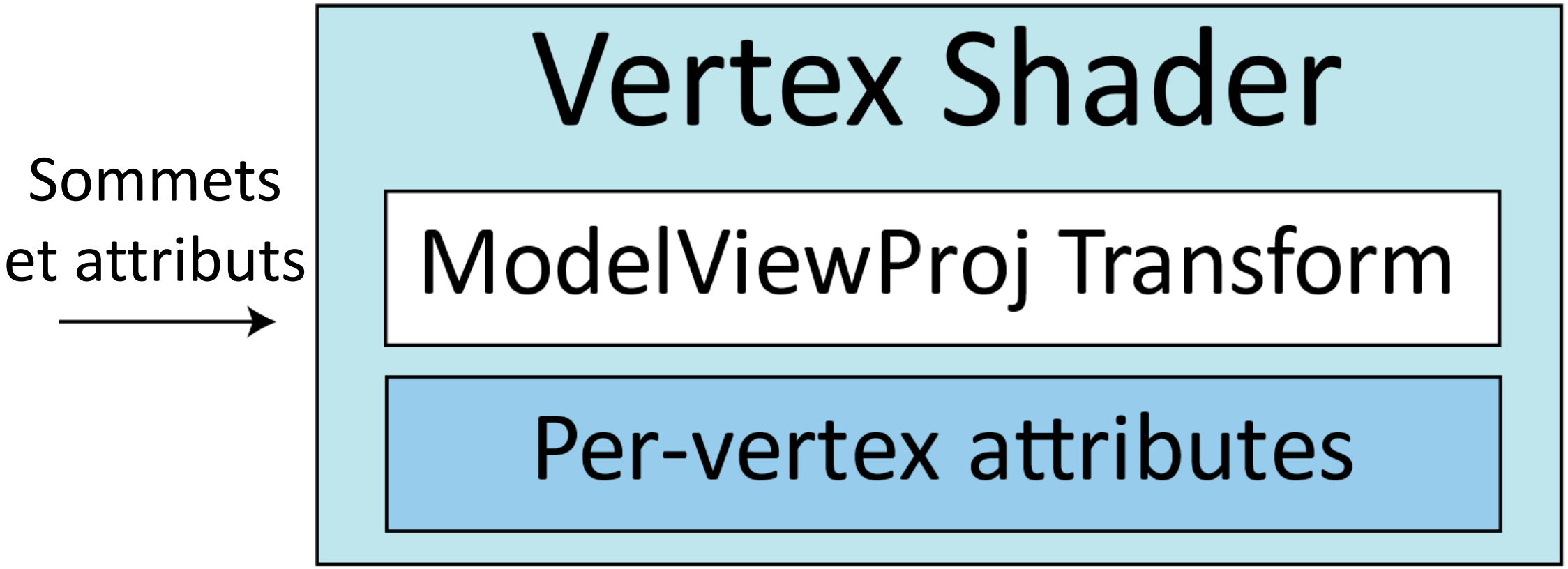
LA CAMÉRA
LES PROJECTIONS

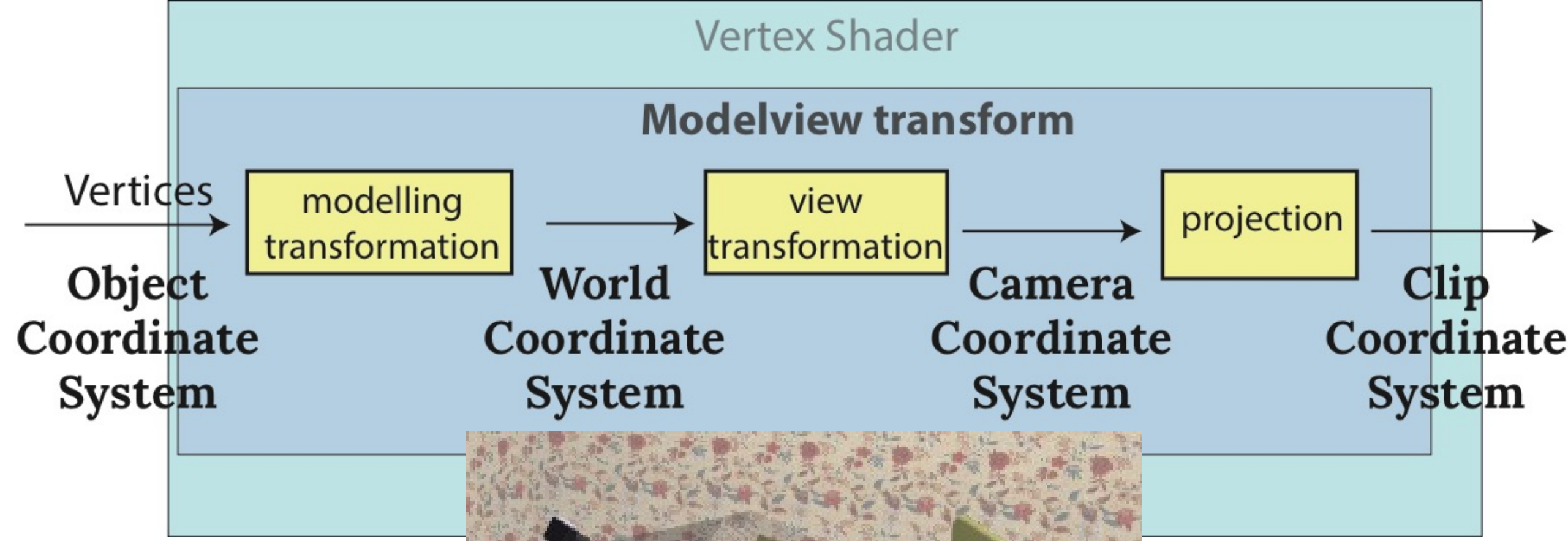
Livre de référence: G:**III.10**; S: **7.2**

Mikhail Bessmeltsev

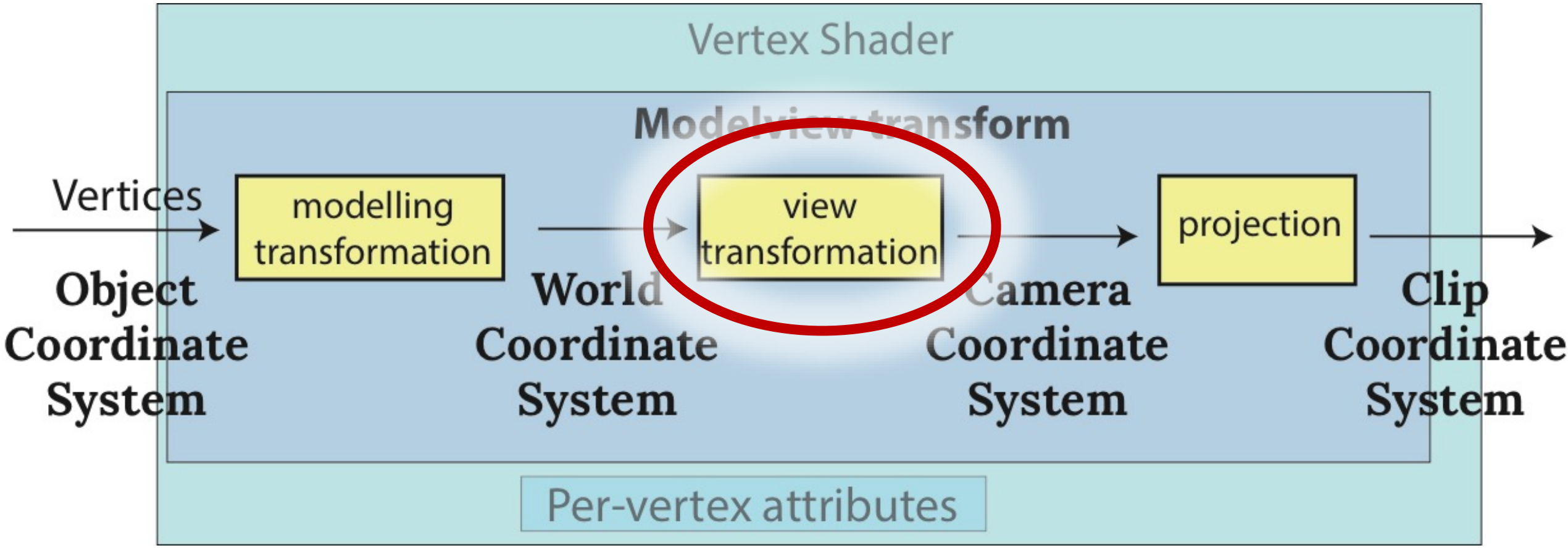
PIPELINE: PLUS DE DÉTAILS



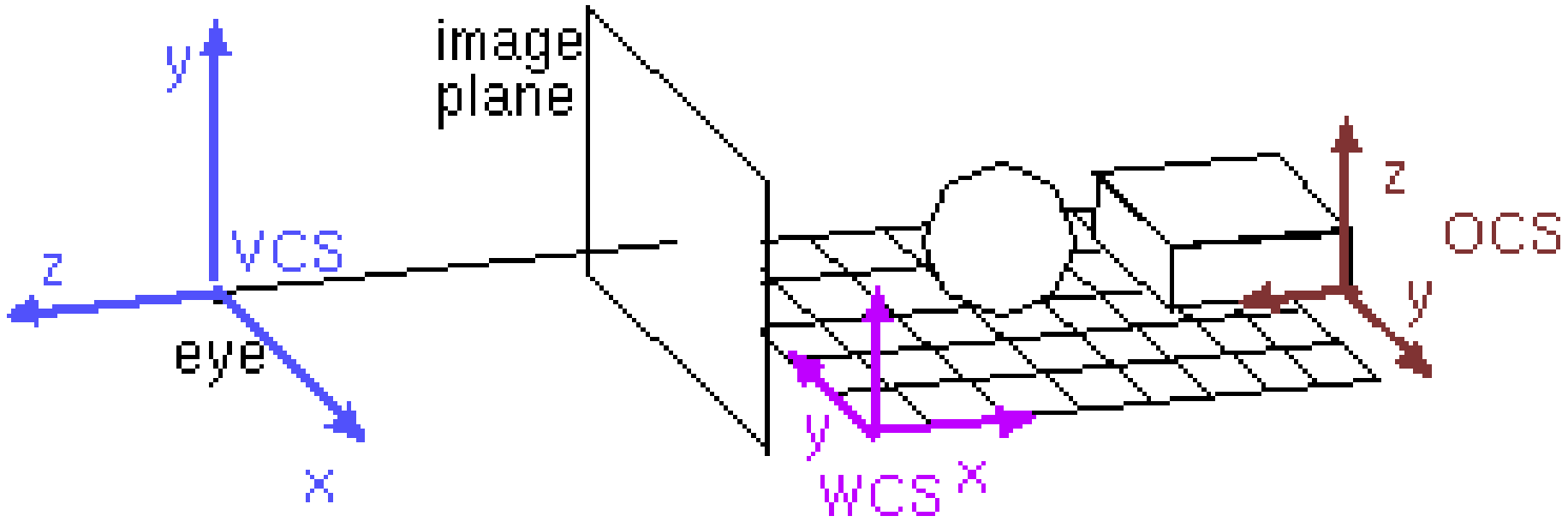

Sommets
et attributs
Vertex Shader
ModelViewProj Transform
Per-vertex attributes


Vertex Shader
Modelview transform
Vertices
modelling transformation
view transformation
projection
Object Coordinate System
World Coordinate System
Camera Coordinate System
Clip Coordinate System

VERTEX SHADER: REGARDER DE PLUS PRÈS

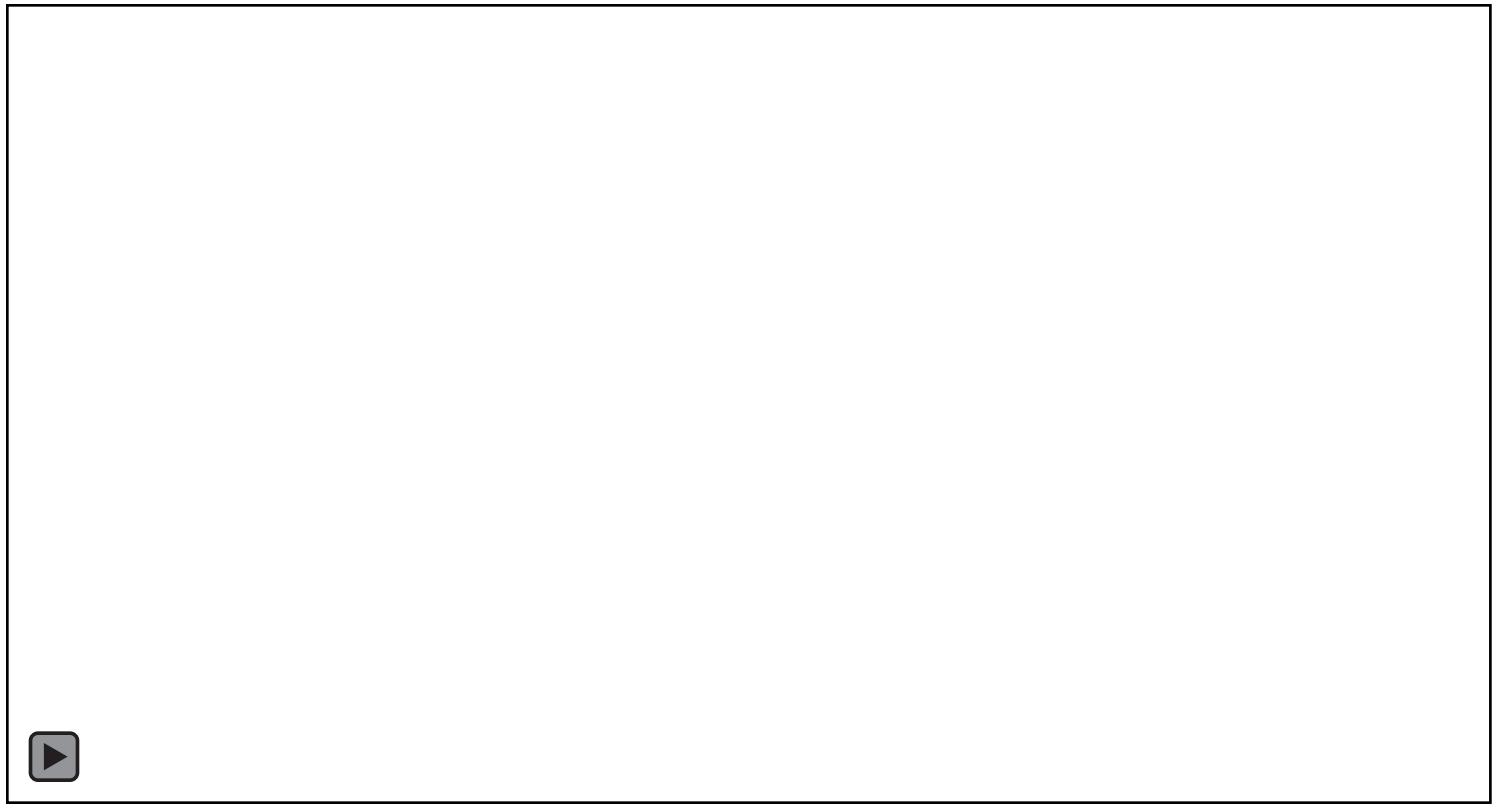


POSITIONNEMENT DE LA CAMÉRA



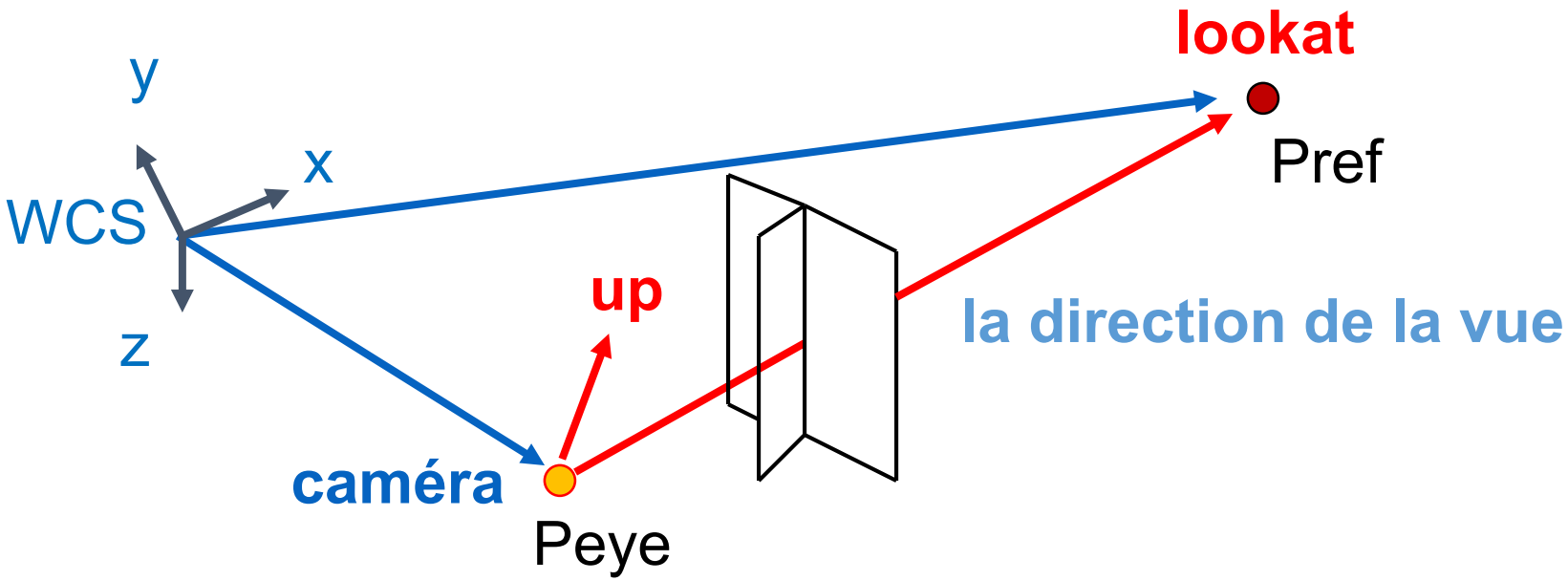
DÉFINITION DE LA CAMÉRA

- Point de l'œil (ou point focal) (*où est la caméra?*)
- Point de référence (*quel point regarde-t-elle?*)
- Le vecteur vers le haut (*up vector*)



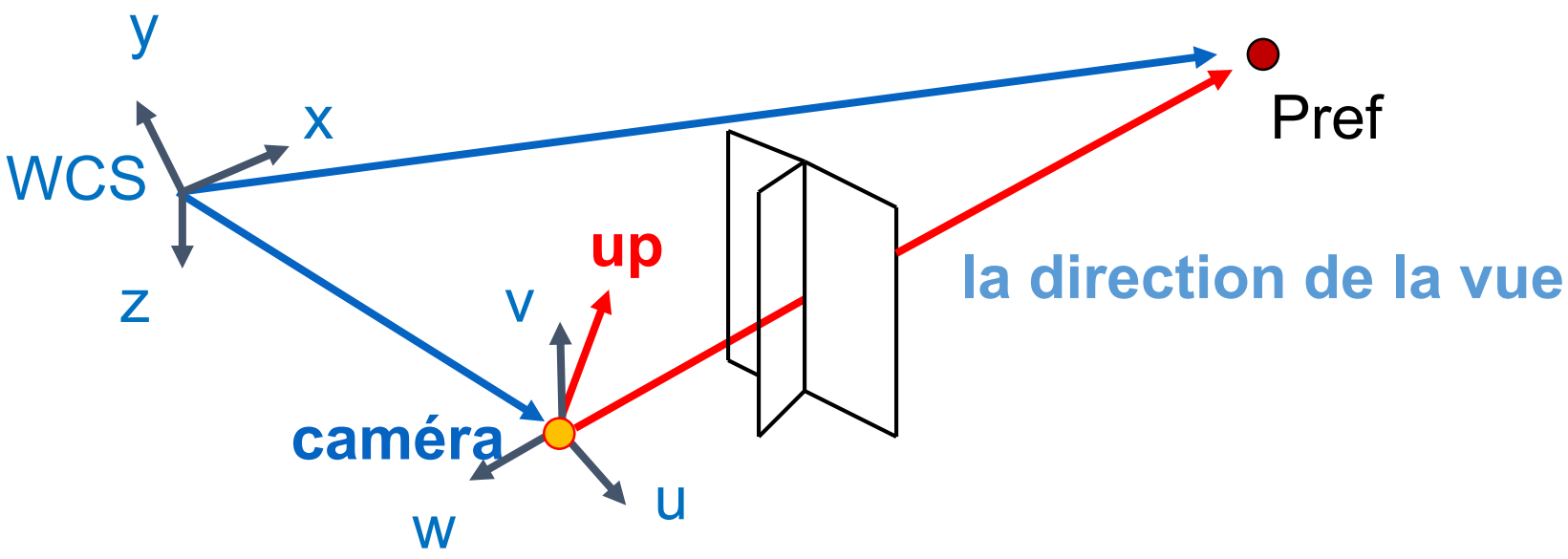
DÉFINITION DE LA CAMÉRA

- Point de l'œil (ou point focal) (*où est la caméra?*)
- Point de référence (*quel point regarde-t-elle?*)
- Le vecteur vers le haut (up vector)



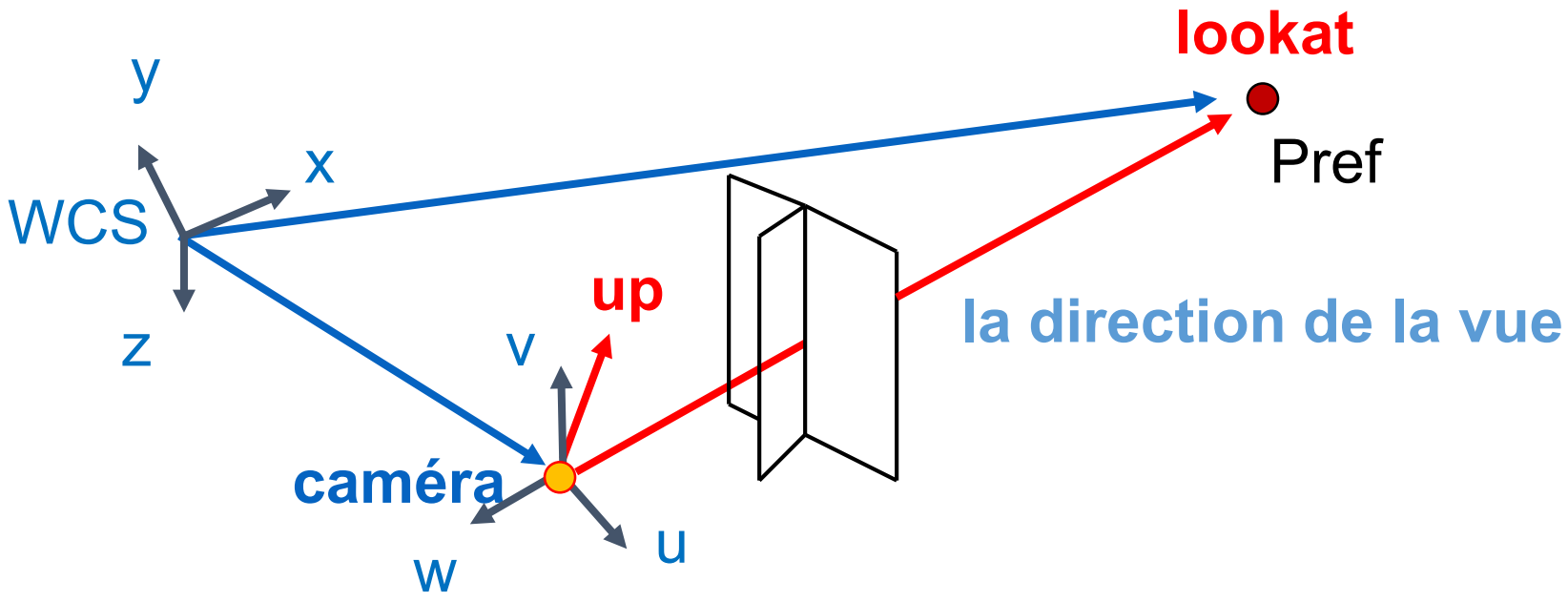
DÉFINITION DE LA CAMÉRA

- Point de l'œil (ou point focal) (*où est la caméra?*)
- Point de référence (*quel point regarde-t-elle?*)
- Le vecteur vers le haut (up vector)



LE SYSTÈME DES COORDONNÉES DE LA CAMÉRA

- $w = \frac{P^{eye} - P^{ref}}{\|P^{eye} - P^{ref}\|}$
- $u = \frac{v_{up} \times w}{\|v_{up} \times w\|}$
- $v = w \times u$



LA MATRICE DE LA CAMÉRA

$$M_{cam} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

LA MATRICE DE LA CAMÉRA

$$M_{cam} = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x & P_x^{eye} \\ u_y & v_y & w_y & P_y^{eye} \\ u_z & v_z & w_z & P_z^{eye} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

LA MATRICE DE LA CAMÉRA

$$M_{cam} = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x & P_x^{eye} \\ u_y & v_y & w_y & P_y^{eye} \\ u_z & v_z & w_z & P_z^{eye} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{view} = M_{cam}^{-1} = \cdots$$

THREE.JS

```
camera = new THREE.OrthographicCamera(/*some parameters*/);
camera.position.set(30,0,0);
camera.up = new THREE.Vector3(0,0,1);
camera.lookAt(new THREE.Vector3(0,0,0));
```

DÉPLACER LE MONDE OU LA CAMÉRA?

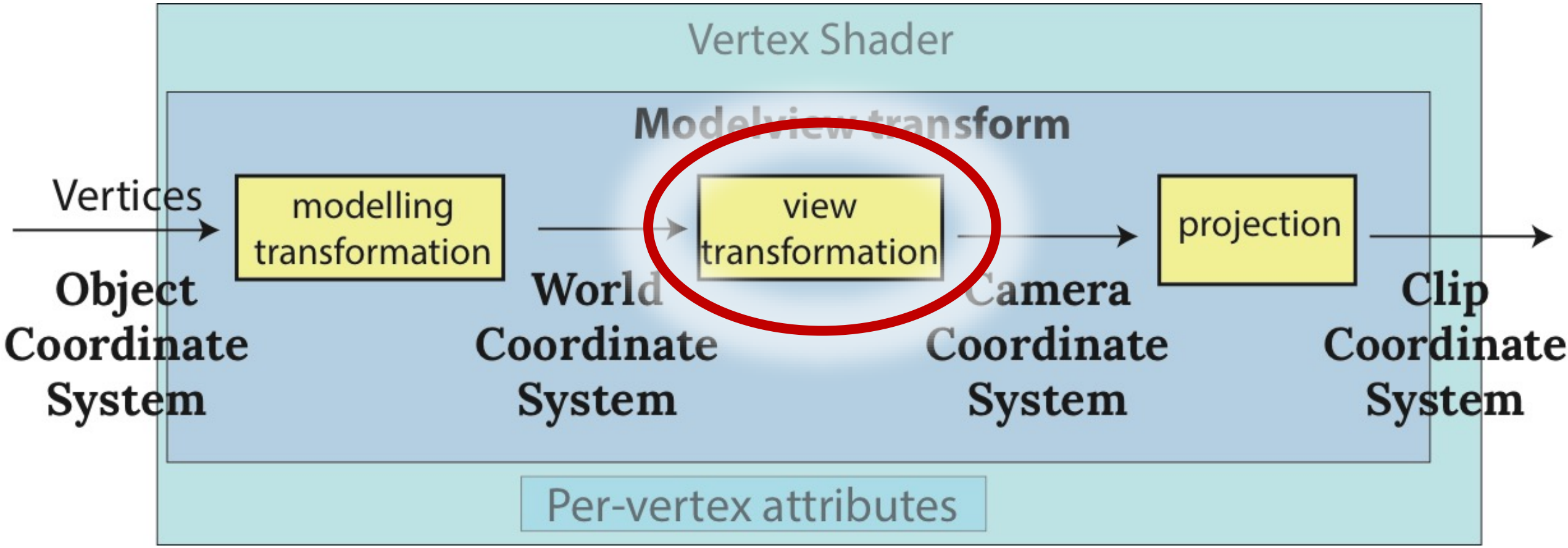
Deux opérations équivalentes!

- Déplacer la caméra vers l'avant = déplacer le monde en arrière

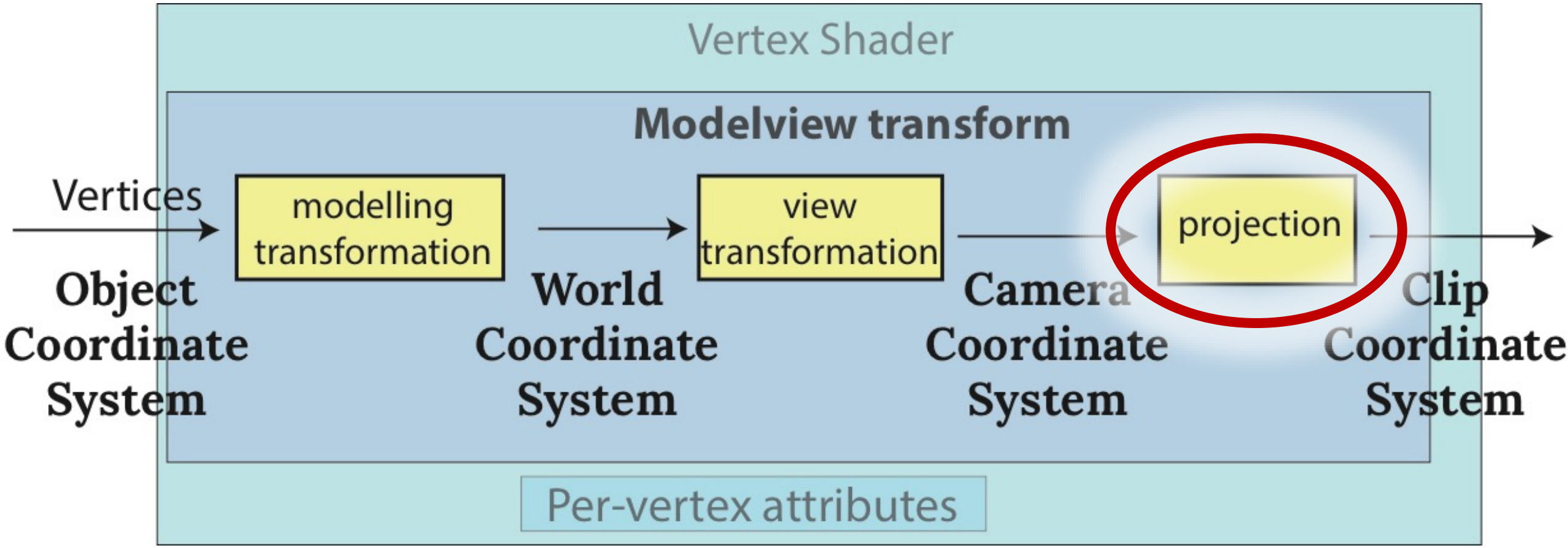
Exemple

- La caméra OpenGL initiale: à l'origine, regardant dans l'axe $-z$
- Créer un carré de taille unité parallèle à la caméra, $z = -10$
- Déplacer en direction de z par 3
  - Déplacer la caméra à $z = -3$
  - Garder la caméra, mais déplacer le carré à $z = -7$
- La même image!

VERTEX SHADER: REGARDER DE PLUS PRÈS

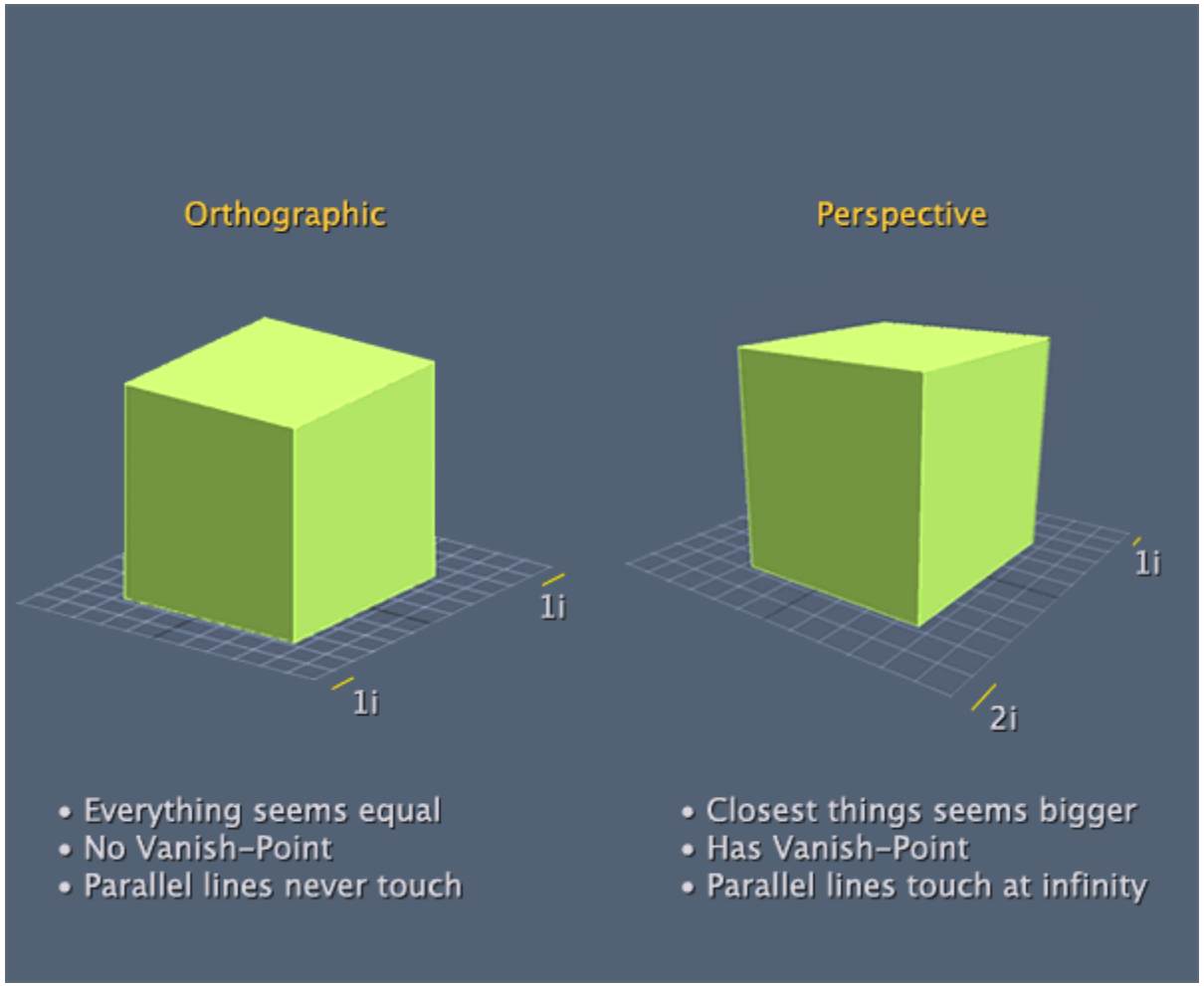


VERTEX SHADER: REGARDER DE PLUS PRÈS



LES PROJECTIONS FONT LA DIFFÉRENCE.

PROJECTION PERSPECTIVE



http://forums.codeguru.com/showthread.php?545757-orthographic-projection

UNE PROJECTION

COMMENT CONVERTIR 3D EN 2D?

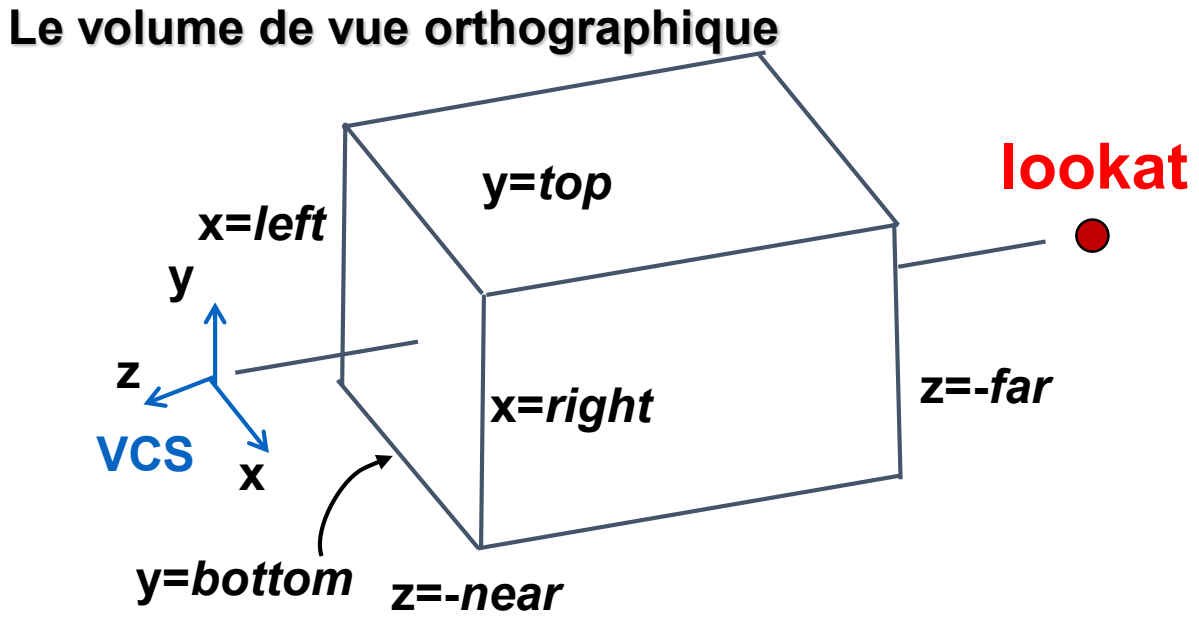
- Maintenant, toute la scène est dans le système de coordonnées de la caméra (homogènes)
- Comment obtenir les coordonnées homogènes 2D?
- Une méthode: se débarrasser de la coordonnée z

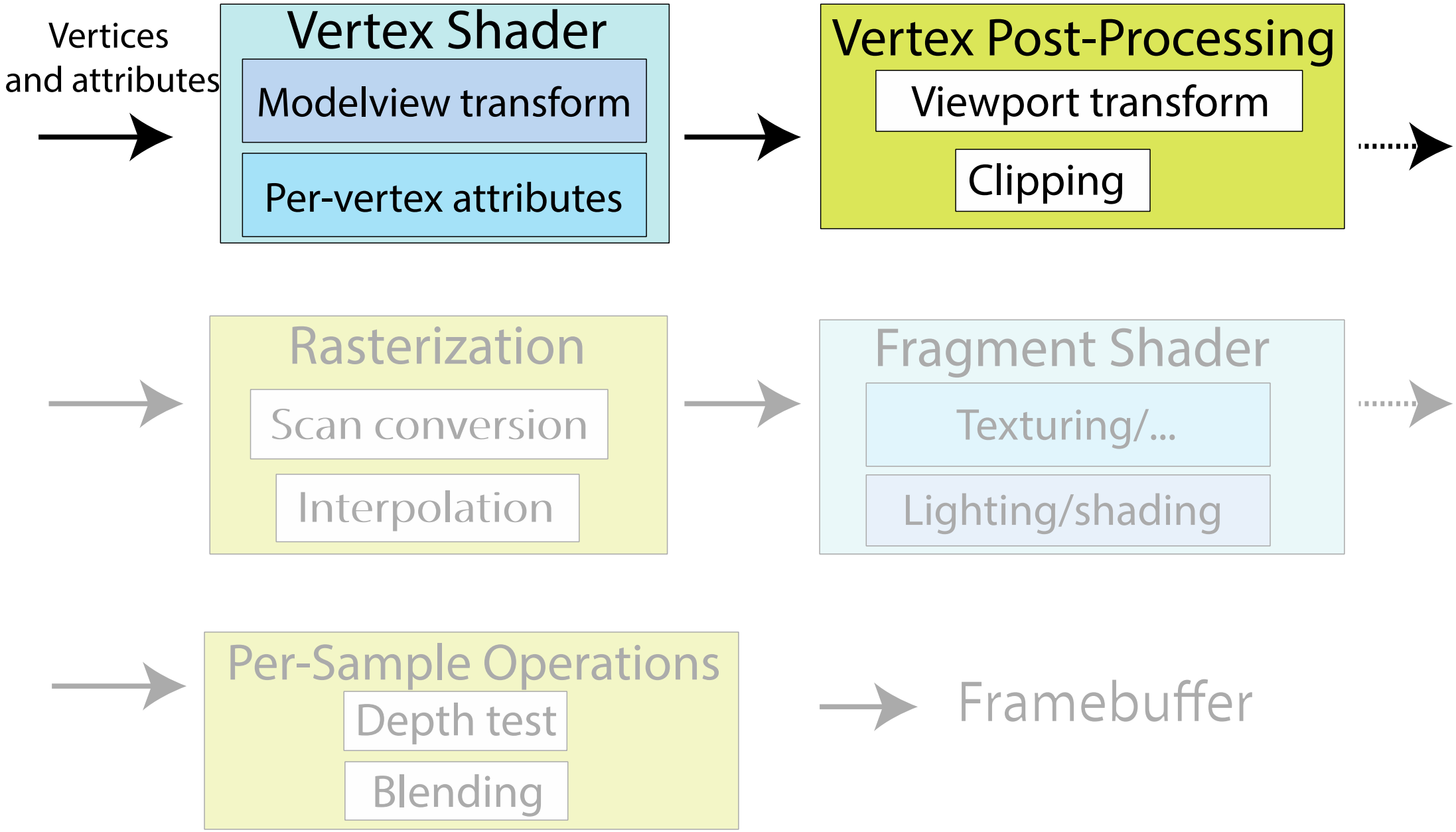
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

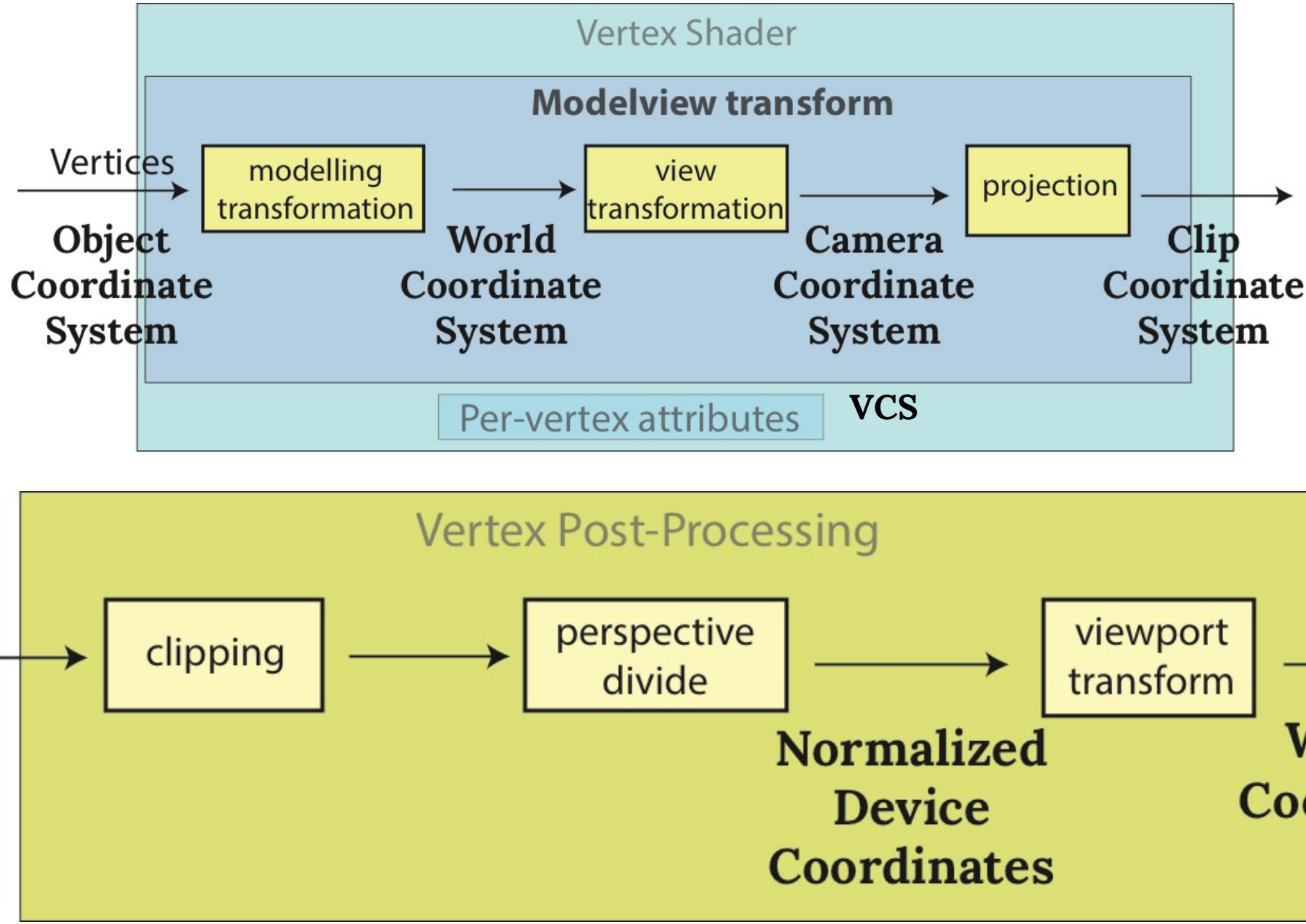
Des problèmes?

LE VOLUME DE VUE
PROJECTION ORTHOGRAPHIQUE

- = Projection parallèle
- Il spécifie le champ de vue, utilisé pour le *clipping*
- Il limite le domaine de **z** stocké pour le test de profondeur

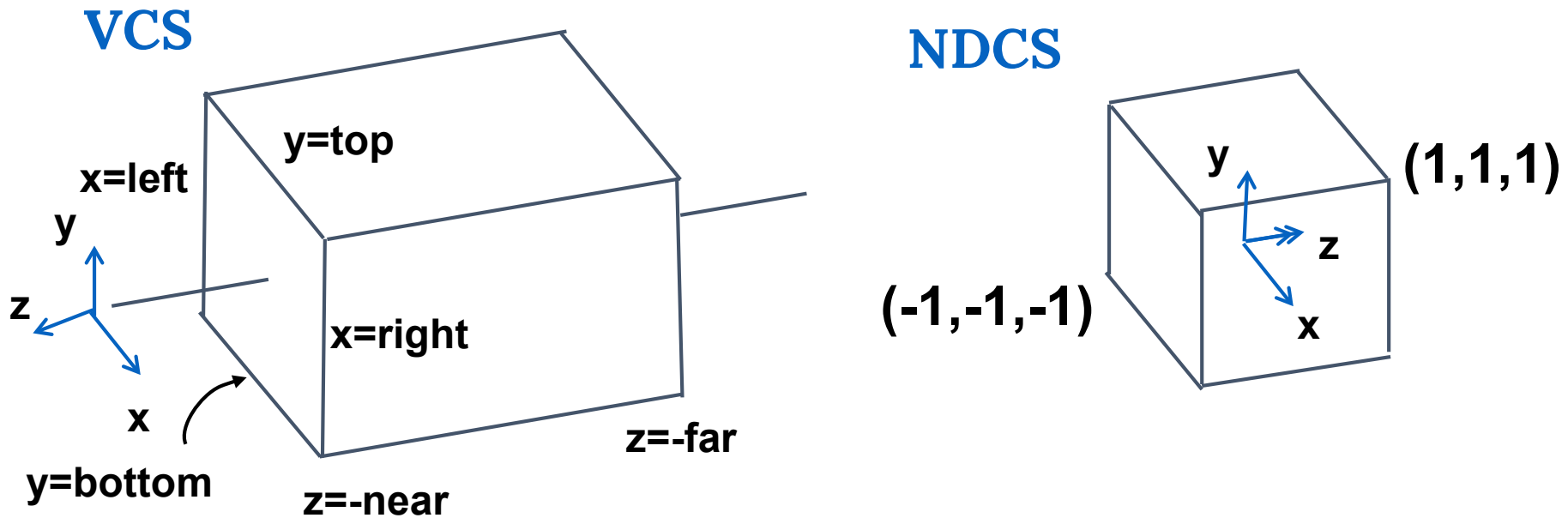



Vertices
and attributes
Vertex Shader
Modelview transform
Per-vertex attributes
Vertex Post-Processing
Viewport transform
Clipping
Rasterization
Scan conversion
Interpolation
Fragment Shader
Texturing/...
Lighting/shading
Per-Sample Operations
Depth test
Blending
Framebuffer


Vertex Shader
Modelview transform
Vertices
modelling transformation
view transformation
projection
Object Coordinate System
World Coordinate System
Camera Coordinate System
Clip Coordinate System
Per-vertex attributes
VCS
Vertex Post-Processing
clipping
perspective divide
viewport transform
Normalized Device Coordinates
Window Coordinates
NDCS

L'AXE Z

- Un flip de l'axe *z* change *handedness* du système des coordonnées
  - RHS (règle de la main droite) avant la projection
    - les coordonnées de la vue/caméra, du monde
  - LHS (règle de la main gauche) après
    - clip, les coordonnées de l'appareil normalisées



POURQUOI ON A BESOIN DES AVANT-PLAN & ARRIÈRE-PLAN?

On stocke (souvent) la profondeur dans une représentation en point fixe, donc toutes les valeurs doivent être dans un intervalle limité (0..1)

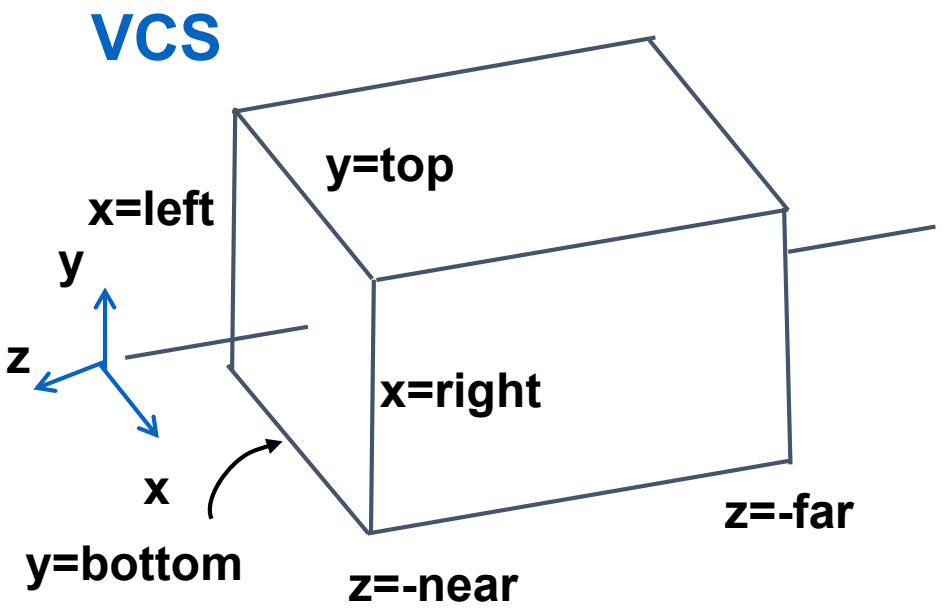
- Avant-plan:
  - Éviter la singularité de la perspective (division par zéro, ou les nombres trop petits)
- Arrière-plan:
  - Éviter les artefacts de précision numérique pour les objets trop loin

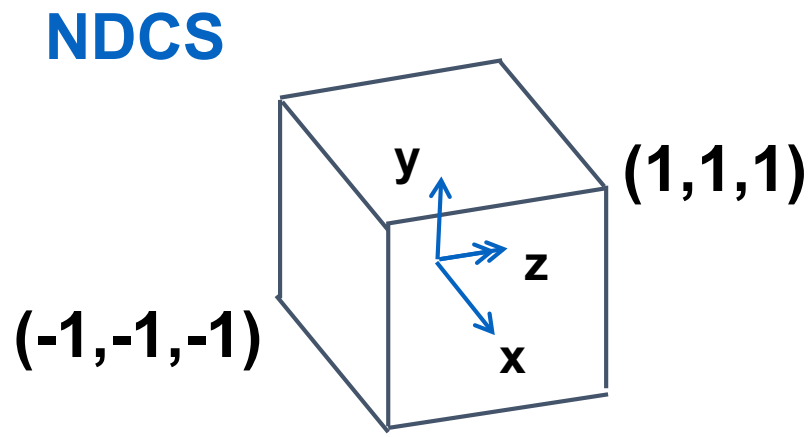
TRANSFORMATIONS POUR UNE PROJECTION PARALLÈLE

- Changer d'échelle, déplacer, refléter

$top \rightarrow 1$
$bottom \rightarrow -1$

$$y' = a \cdot y + b$$





TRANSFORMATIONS POUR UNE PROJECTION PARALLÈLE

- Changer d'échelle, déplacer, refléter

  $top \to 1$

  $bottom \to -1$

  $$y' = a \cdot y + b$$

- Ou résoudre deux équations:

  $$\begin{cases} 1 = a \cdot top + b \\ -1 = a \cdot bottom + b \end{cases} \Rightarrow$$

  $$a = \frac{2}{top - bottom}$$

  $$b = \frac{-top - bottom}{top - bottom}$$

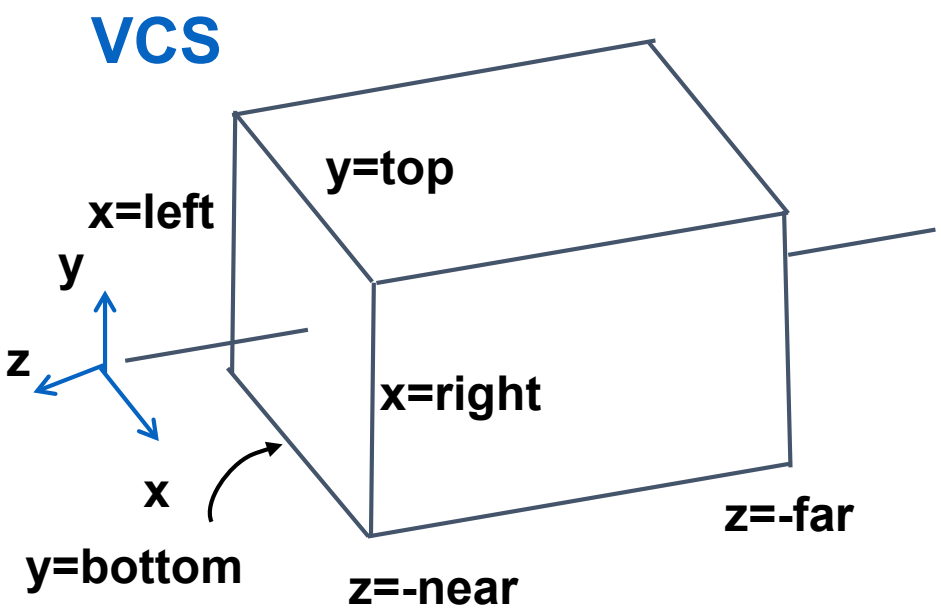
TRANSFORMATIONS POUR UNE PROJECTION PARALLÈLE

$top \to 1$
$bottom \to -1$

$$y' = a \cdot y + b$$

$$a = \frac{2}{top - bottom}$$

$$b = \frac{-top - bottom}{top - bottom}$$



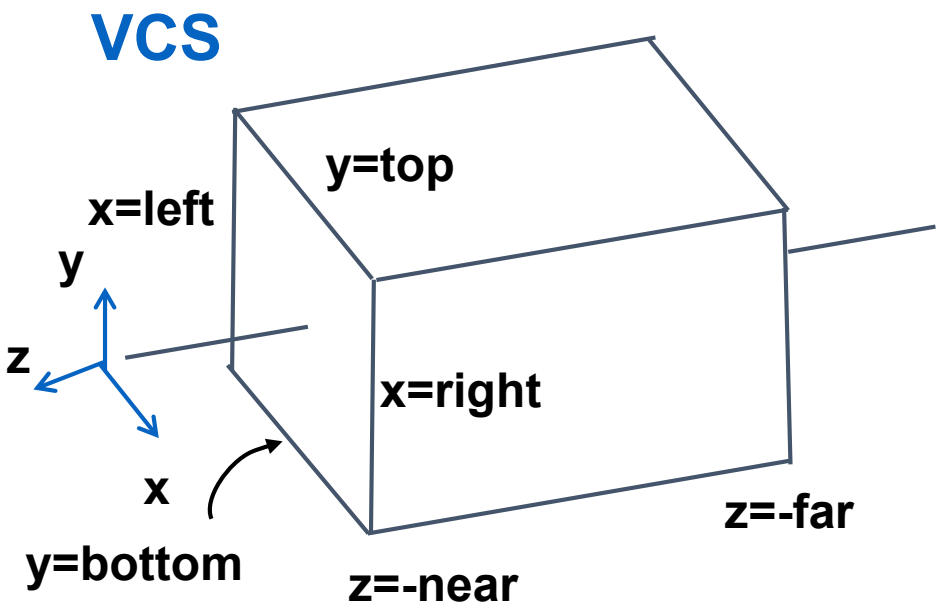
La même idée pour gauche+droite, arrière+avant

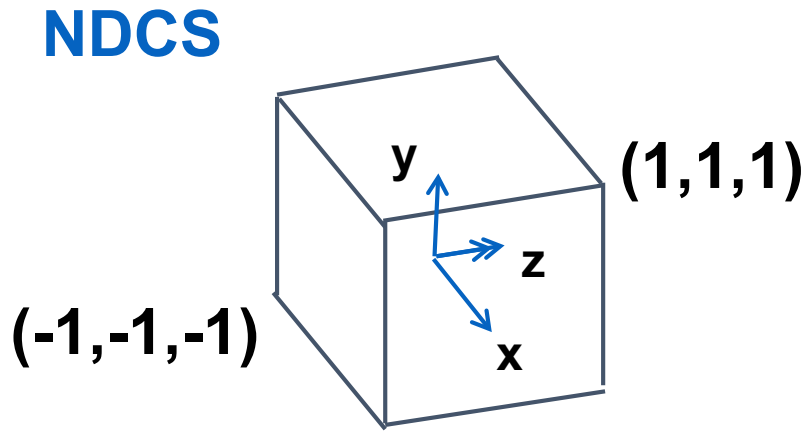
TRANSFORMATIONS POUR UNE PROJECTION PARALLÈLE

- Changer d'échelle, déplacer, refléter

$$P' = \begin{bmatrix} \frac{2}{right-left} & 0 & 0 & -\frac{right+left}{right-left} \\ 0 & \frac{2}{top-bot} & 0 & -\frac{top+bot}{top-bot} \\ 0 & 0 & \frac{-2}{far-near} & -\frac{far+near}{far-near} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} P$$

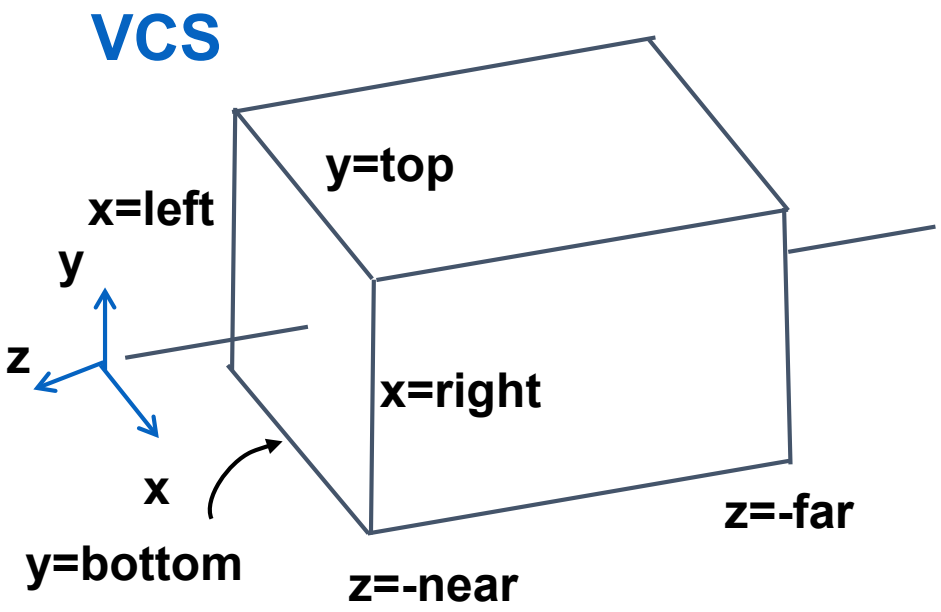
… VOICI LA MEILLEURE FAÇON

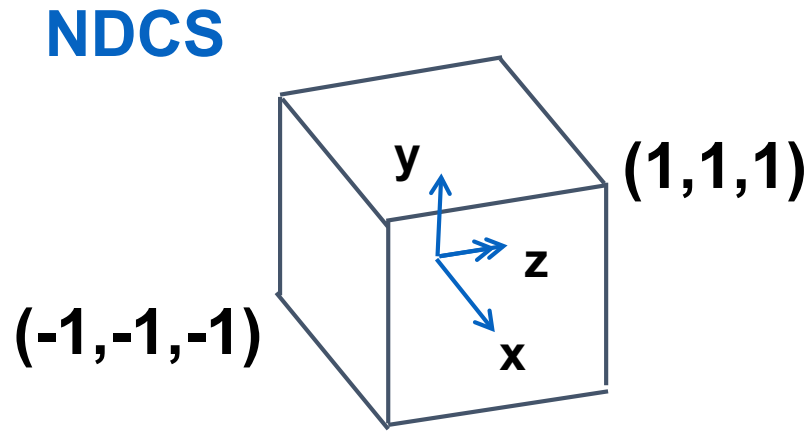




… VOICI LA MEILLEURE FAÇON

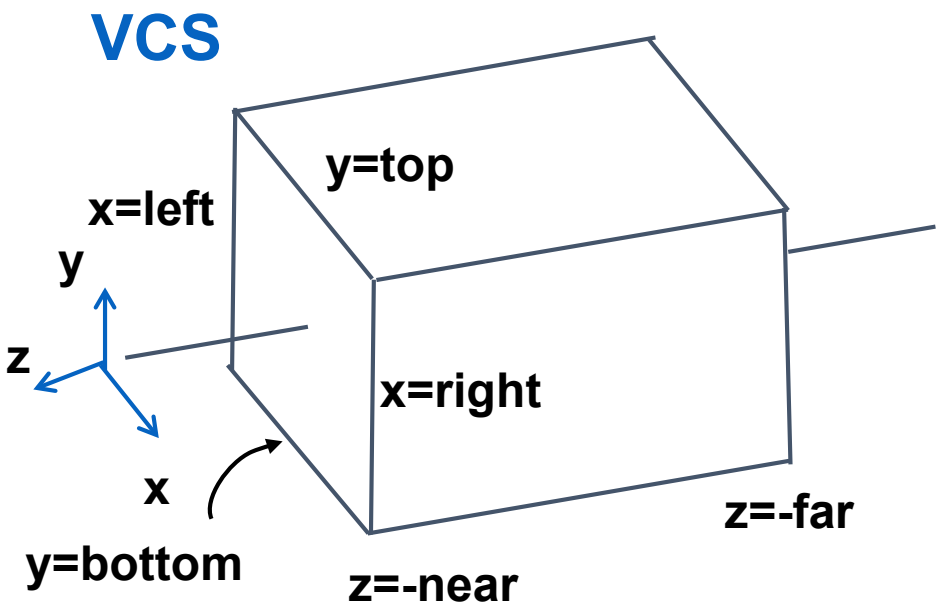
- Au début, déplacer les sommets, puis changer l'échelle!

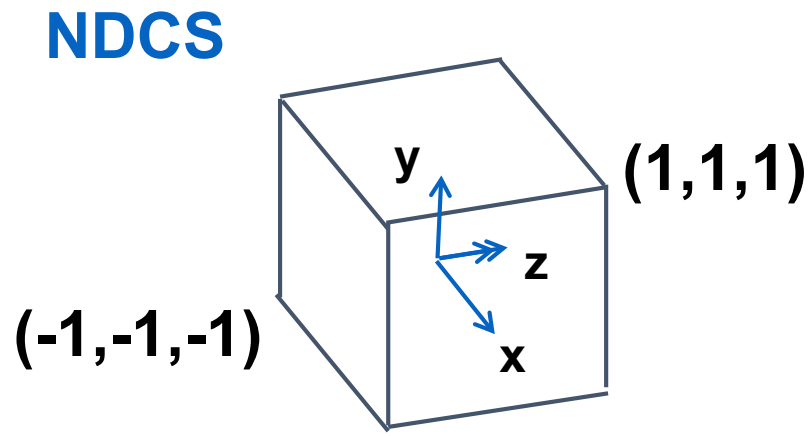




… VOICI LA MEILLEURE FAÇON

- $M = Scale\left(\frac{2}{r-l}, \frac{2}{t-b}, \frac{-2}{f-n}\right) \cdot Tr(-\frac{r+l}{2}, -\frac{t+b}{2}, \frac{f+n}{2})$





TRANSFORMATIONS POUR UNE PROJECTION PARALLÈLE

- **Changer d'échelle**, déplacer, refléter

$$P' = \begin{bmatrix} \frac{2}{right-left} & 0 & 0 & -\frac{right+left}{right-left} \\ 0 & \frac{2}{top-bot} & 0 & -\frac{top+bot}{top-bot} \\ 0 & 0 & \frac{-2}{far-near} & -\frac{far+near}{far-near} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} P$$

TRANSFORMATIONS POUR UNE PROJECTION PARALLÈLE

- Changer d'échelle, **déplacer**, refléter

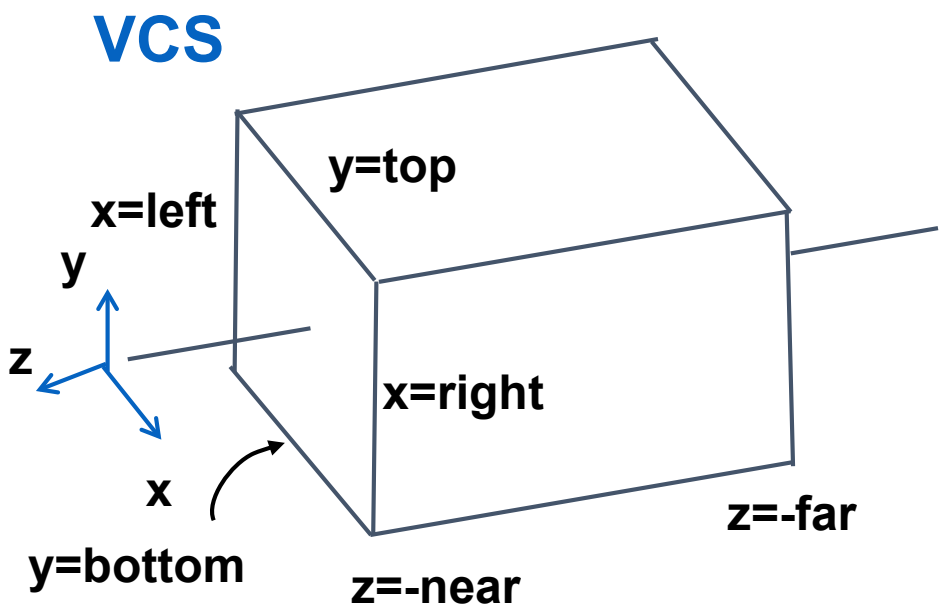
$$P' = \begin{bmatrix} \frac{2}{right-left} & 0 & 0 & -\frac{right+left}{right-left} \\ 0 & \frac{2}{top-bot} & 0 & -\frac{top+bot}{top-bot} \\ 0 & 0 & \frac{-2}{far-near} & -\frac{far+near}{far-near} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} P$$

TRANSFORMATIONS POUR UNE PROJECTION PARALLÈLE

- Changer d'échelle, déplacer, **refléter**

$$P' = \begin{bmatrix} \frac{2}{right-left} & 0 & 0 & -\frac{right+left}{right-left} \\ 0 & \frac{2}{top-bot} & 0 & -\frac{top+bot}{top-bot} \\ 0 & 0 & \frac{-2}{far-near} & -\frac{far+near}{far-near} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} P$$

QU'EST-CE QUI CHANGE SI LA CAMÉRA EST DÉPLACÉE EN ARRIÈRE?



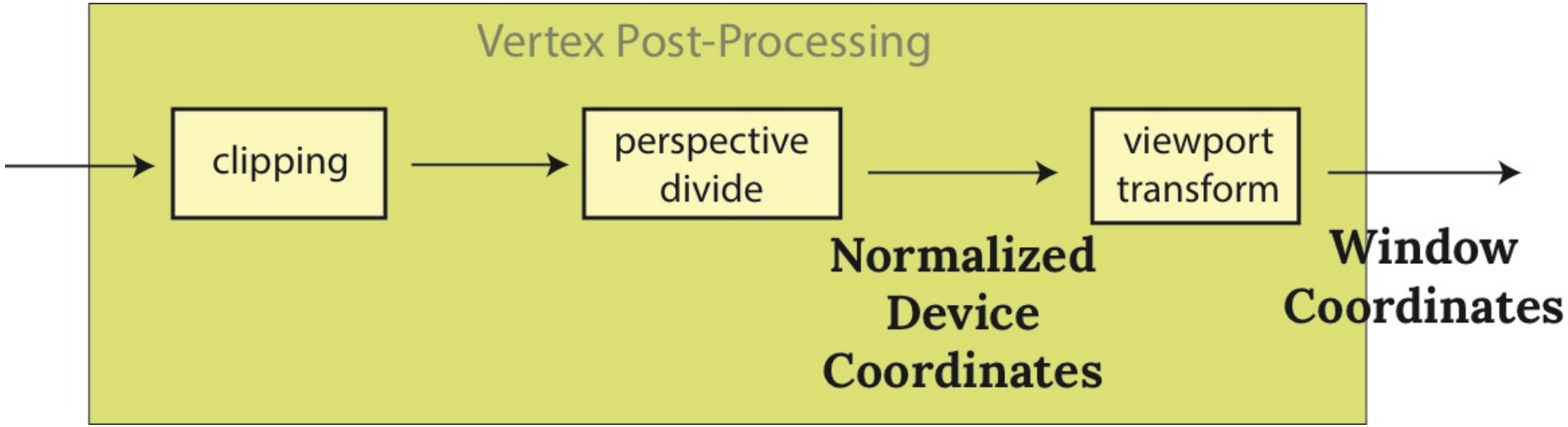
PROJECTION ORTHOGRAPHIQUE

= prendre une photo de très loin avec un bon zoom

THREE.JS

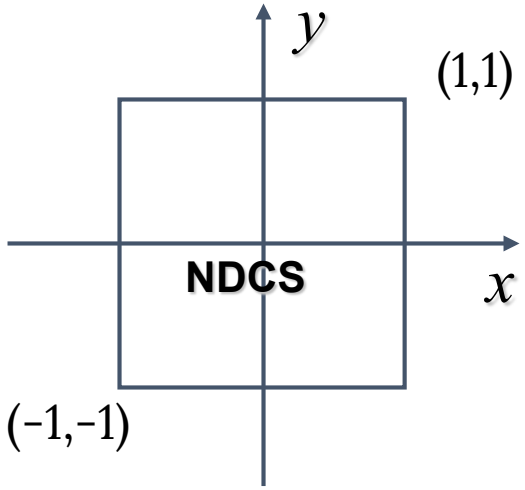
```
var camera = new THREE.OrthographicCamera( width / - 2, width / 2, height / 2, height / - 2, 1, 1000 );

scene.add( camera );
```

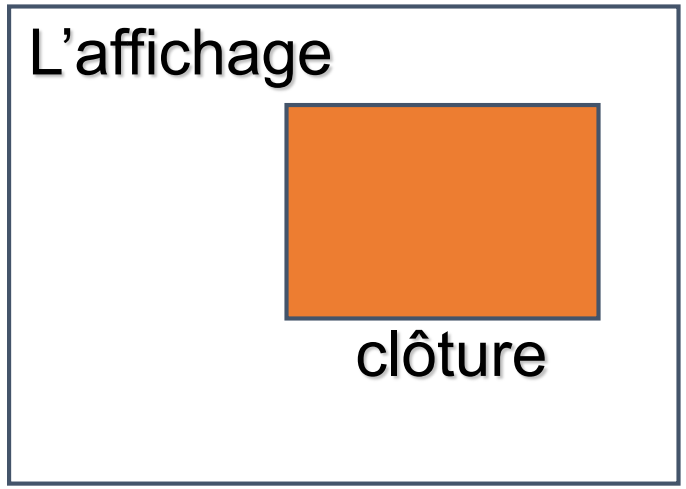
VIEWPORT TRANSFORM

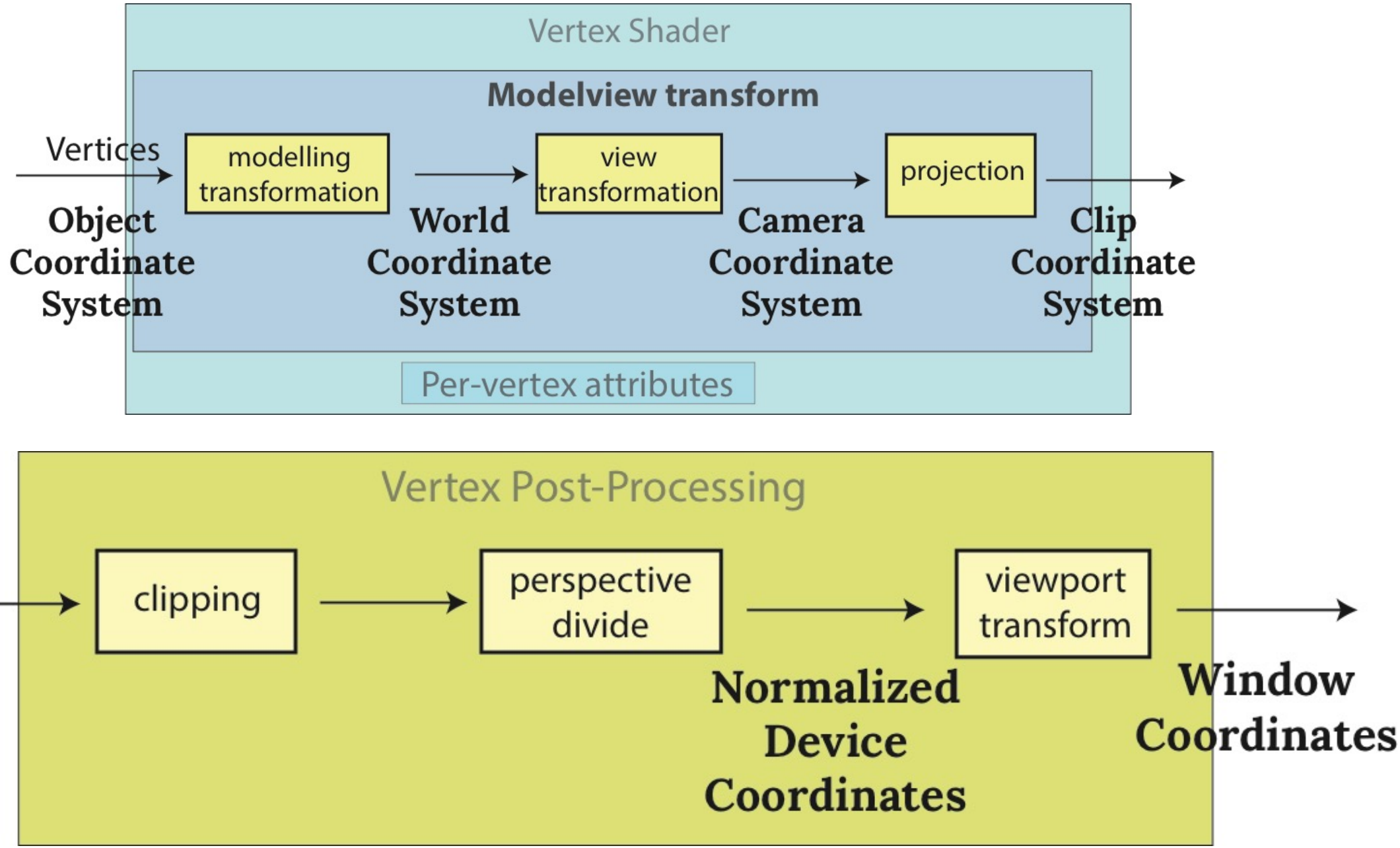


(AUTO) TRANSFORMATION DE LA CLÔTURE (*VIEWPORT*)

- Convertir les coordonnées de l'appareil normalisées (NDC) en coordonnées de la fenêtre
- I.e. ça:





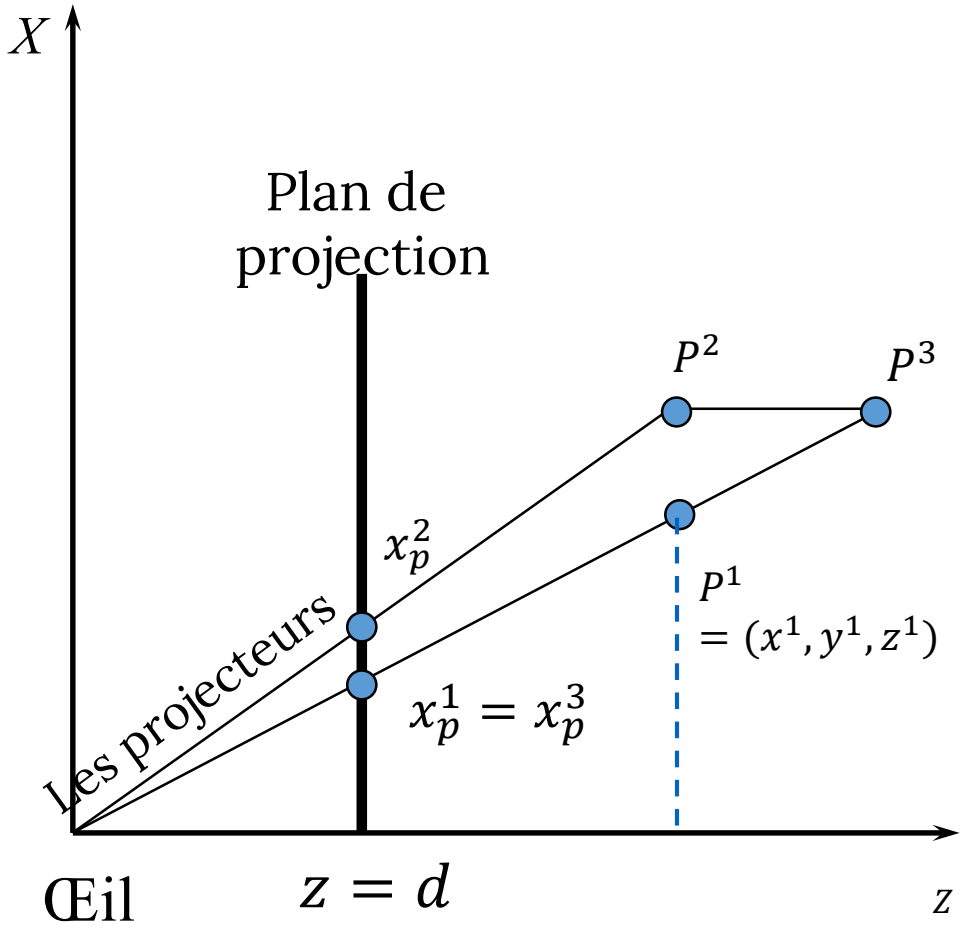

Vertex Shader
Modelview transform
Vertices
modelling transformation
view transformation
projection
Object Coordinate System
World Coordinate System
Camera Coordinate System
Clip Coordinate System
Per-vertex attributes
Vertex Post-Processing
clipping
perspective divide
viewport transform
Normalized Device Coordinates
Window Coordinates

STÉNOPÉ (LA PERSPECTIVE)

- Une vue d'un *point à distance finie*

- Sans perte de généralité :
  - L'œil à l'origine
  - Le plan de projection est $z = d$

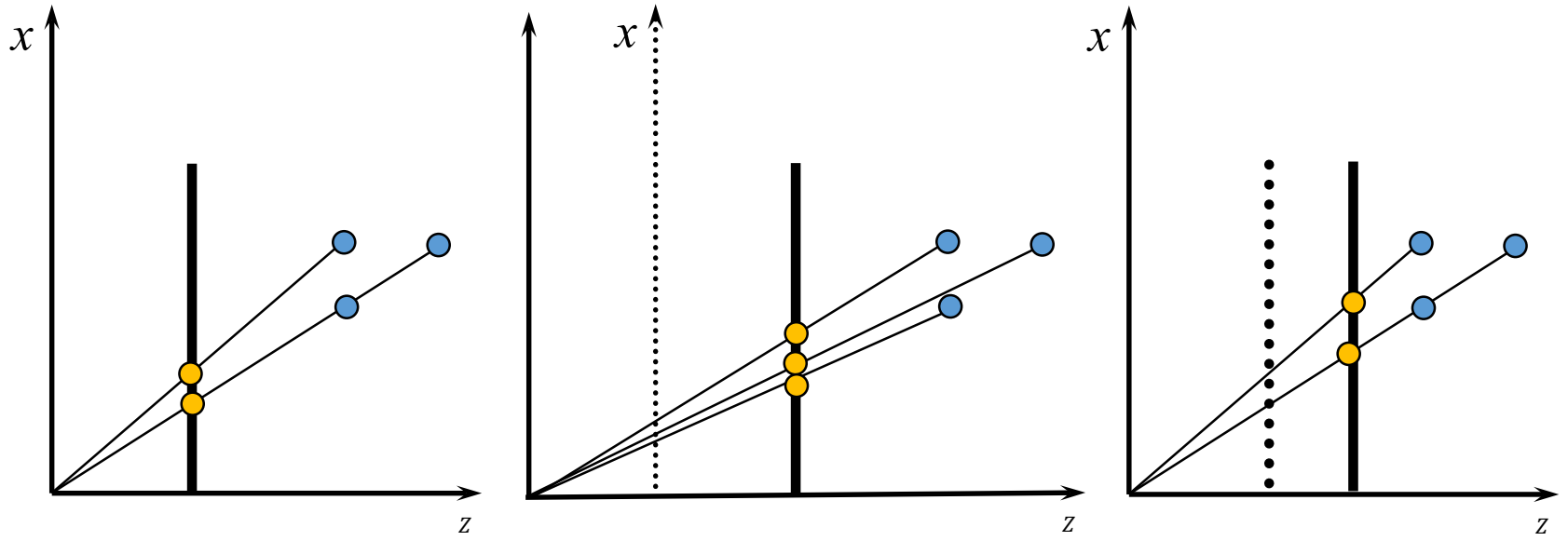
- Pour $P = (x, y, z)$ la similitude des triangles donne:



$$\frac{x}{z} = \frac{x_p}{d} \text{ et } \frac{y}{z} = \frac{y_p}{d} \Rightarrow x_p = \frac{x}{z/d} \text{ et } y_p = \frac{y}{z/d}$$

STÉNOPÉ (LA PERSPECTIVE)

- Quelle est la différence entre:
  - Déplacer le plan de projection
  - Déplacer l'œil (le centre de projection)?



PROJECTION PERSPECTIVE

- En coordonnées homogènes:

$$P(x,y,z,1)=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1/d&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\\z/d\end{pmatrix}$$

- En coordonnées euclidiennes:

$$\left(\frac{x}{z/d},\frac{y}{z/d},\frac{z}{z/d}\right)=\left(\frac{x}{z/d},\frac{y}{z/d},d\right)=(x_p,y_p,d).$$

- P est singulier: $\det(P)=0$

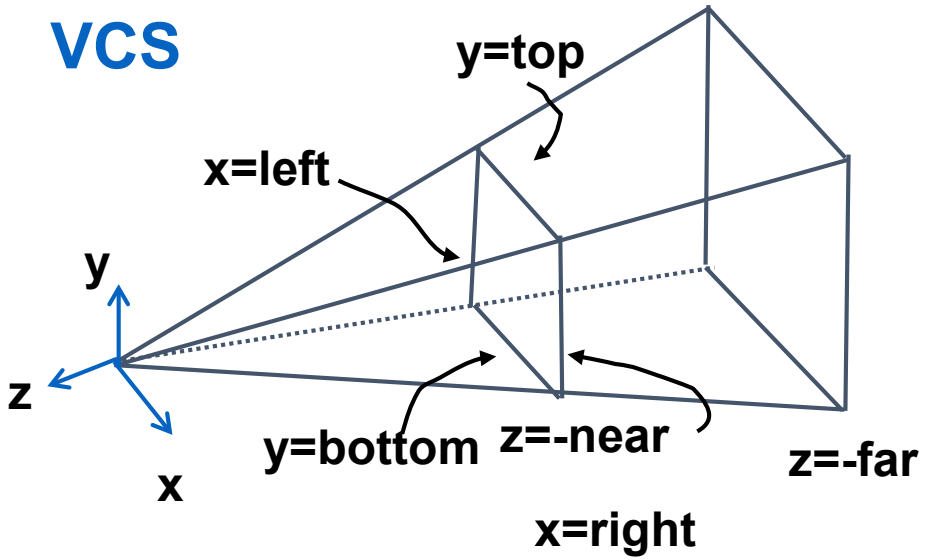
UNE MATRICE DE PROJECTION SINGULIÈRE

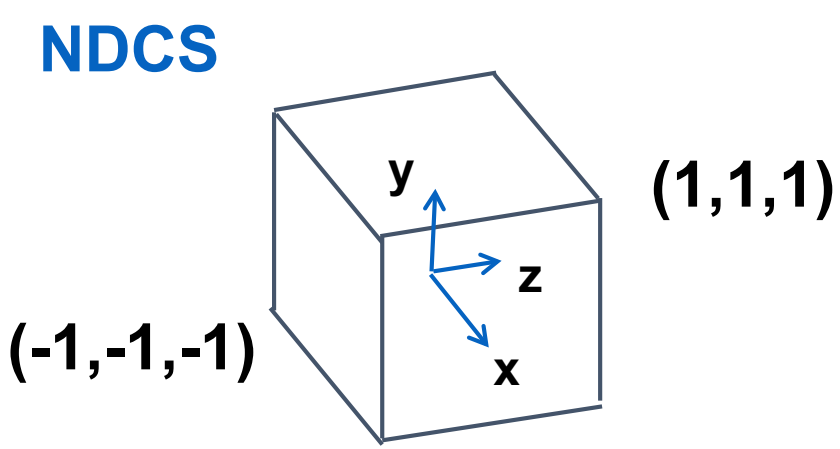
- On ne peut pas l'inverser!
- On ne peut pas faire le test de profondeur
  - Tous les z sont les mêmes
- Similaire à notre première matrice de projection orthographique:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

LA MATRICE DE LA PROJECTION PERSPECTIVE OPENGL

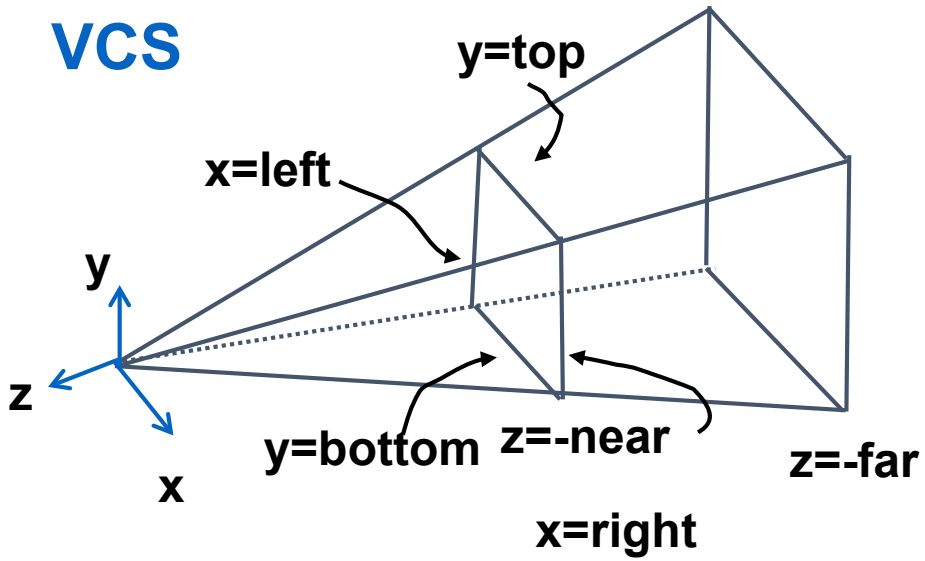
Mapper (faire correspondre) la pyramide tronquée à un cube NDCS. Après, *z* sera ignorée. On doit changer l'échelle/déplacer/faire cisaillement → une transformation générique

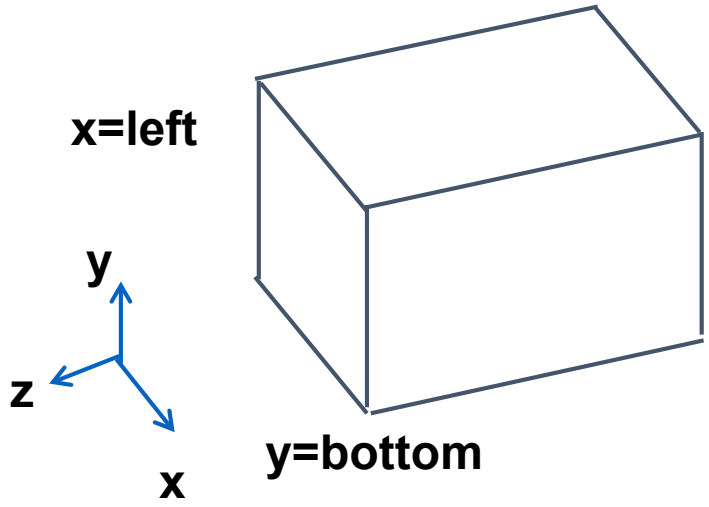




LA PYRAMIDE TRONQUÉE DEVIENT UNE BOÎTE

Poursuit comme avec la projection orthographique





Avant:

TRANSFORMATIONS POUR UNE PROJECTION PARALLÈLE

- Changer d'échelle, déplacer, **refléter**

$$P' = \begin{bmatrix} \frac{2}{right-left} & 0 & 0 & -\frac{right+left}{right-left} \\ 0 & \frac{2}{top-bot} & 0 & -\frac{top+bot}{top-bot} \\ 0 & 0 & \frac{-2}{far-near} & -\frac{far+near}{far-near} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} P$$

PROJECTION PERSPECTIVE

$$\begin{bmatrix} \frac{2n}{r-l} & 0 & \frac{r+l}{r-l} & 0 \\ 0 & \frac{2n}{t-b} & \frac{t+b}{t-b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-(f+n)}{f-n} & \frac{-2fn}{f-n} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

UN SYSTÈME LINÉAIRE

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 & A & 0 \\ 0 & F & B & 0 \\ 0 & 0 & C & D \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x' = Ex + Az$$
$$y' = Fy + Bz$$
$$z' = Cz + D$$
$$w' = -z$$

$$x = left \rightarrow x'/w' = 1$$
$$x = right \rightarrow x'/w' = -1$$
$$y = top \rightarrow y'/w' = 1$$
$$y = bottom \rightarrow y'/w' = -1$$
$$z = -near \rightarrow z'/w' = 1$$
$$z = -far \rightarrow z'/w' = -1$$

$$y' = Fy + Bz, \qquad \frac{y'}{w'} = \frac{Fy + Bz}{w'}, \qquad 1 = \frac{Fy + Bz}{w'}, \qquad 1 = \frac{Fy + Bz}{-z},$$

$$1 = F\frac{y}{-z} + B\frac{z}{-z}, \qquad 1 = F\frac{y}{-z} - B, \qquad 1 = F\frac{top}{-(-near)} - B,$$

$$1 = F\frac{top}{near} - B$$

L'EXEMPLE DE LA PERSPECTIVE

le volume de vue

- left = -1, right = 1
- bottom = -1, top = 1
- near = 1, far = 4

$$\begin{bmatrix} \frac{2n}{r-l} & 0 & \frac{r+l}{r-l} & 0 \\ 0 & \frac{2n}{t-b} & \frac{t+b}{t-b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-(f+n)}{f-n} & \frac{-2fn}{f-n} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5/3 & -8/3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

L'EXEMPLE DE LA PERSPECTIVE

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -5z_{VCS}/3 - 8/3 \\ -z_{VCS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & -5/3 & -8/3 \\ & & -1 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ z_{VCS} \\ 1 \end{bmatrix}$$

/ w

$$x_{NDCS} = -1/z_{VCS}$$
$$y_{NDCS} = 1/z_{VCS}$$
$$z_{NDCS} = \frac{5}{3} + \frac{8}{3z_{VCS}}$$