

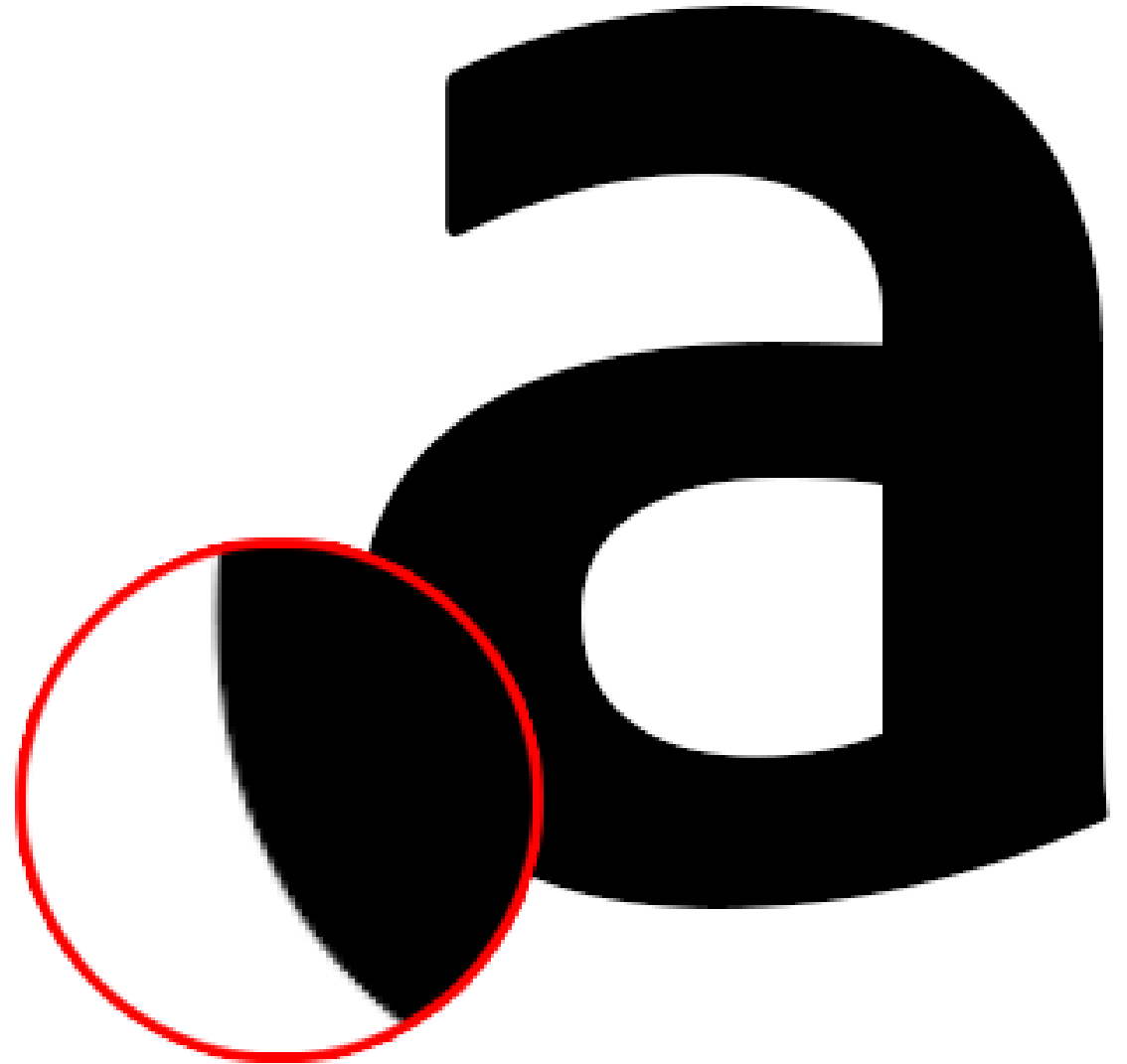
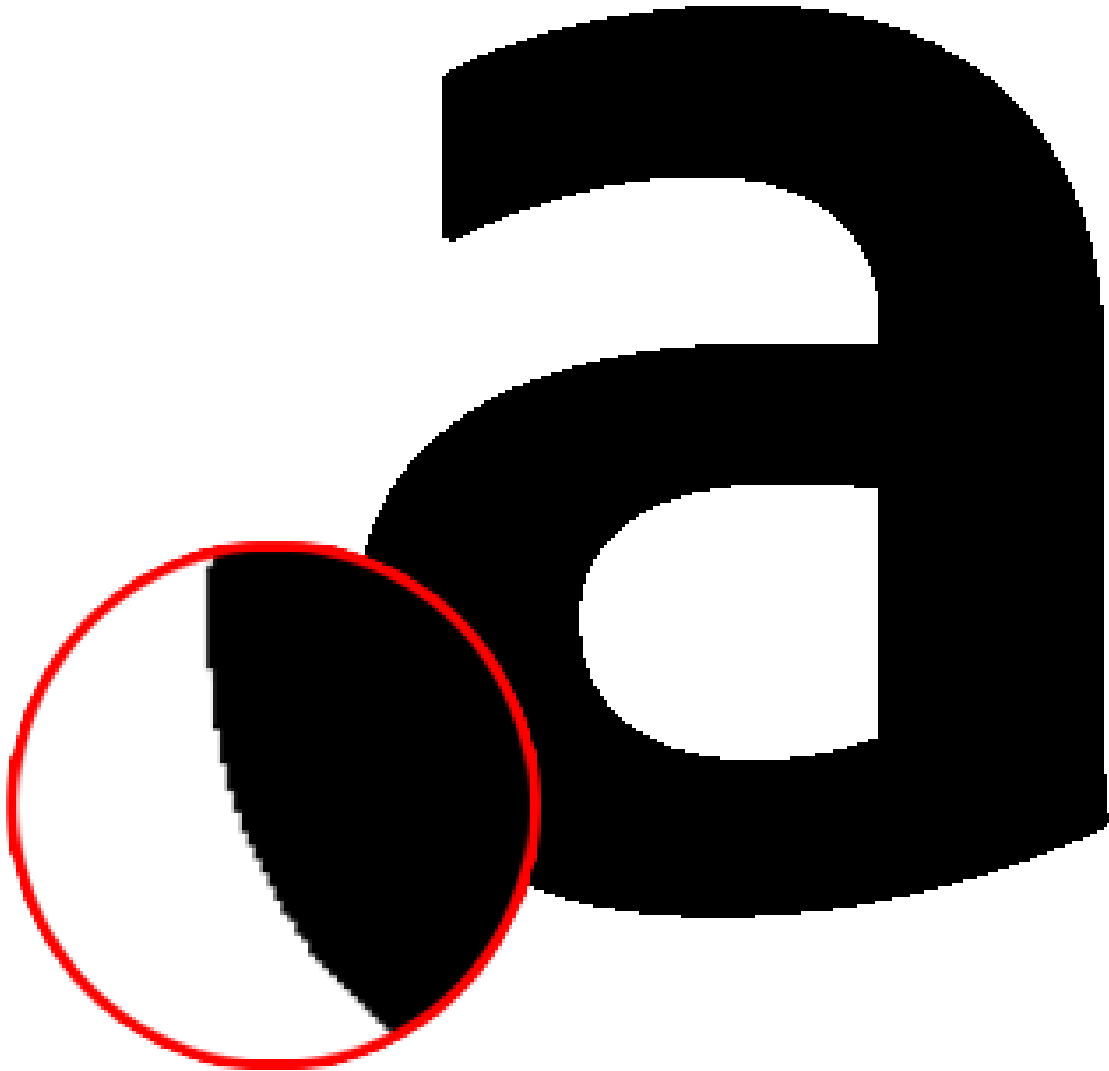
<http://tinyurl.com/ift3355>

IFT 3355: INFOGRAPHIE RASTERIZATION ET INTERPOLATION

Livre de référence: G:12.4; S: 3

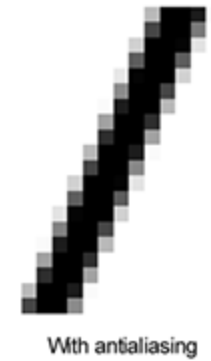
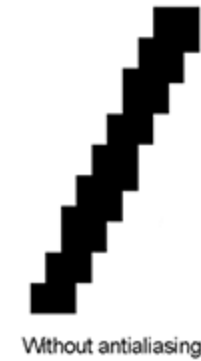
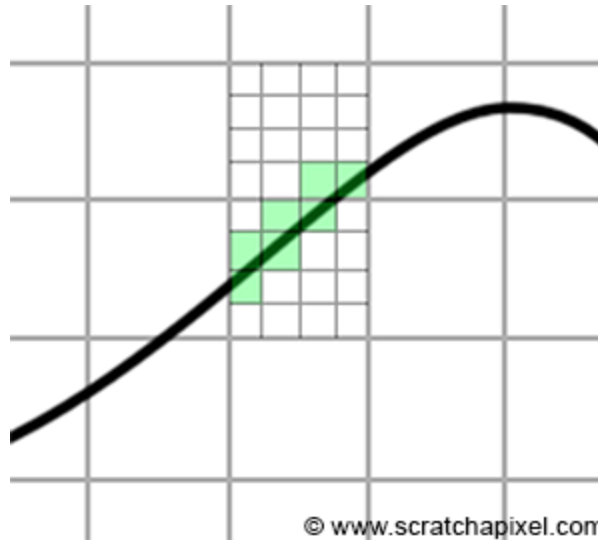
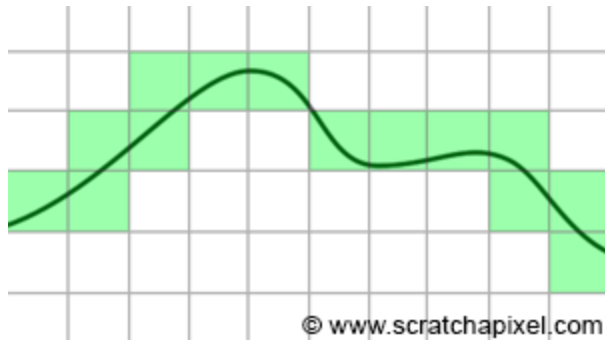
Mikhail Bessmeltsev

ALIASING & ANTI-ALIASING



ANTI-ALIASING POUR LES COURBES

Multi-résolution!

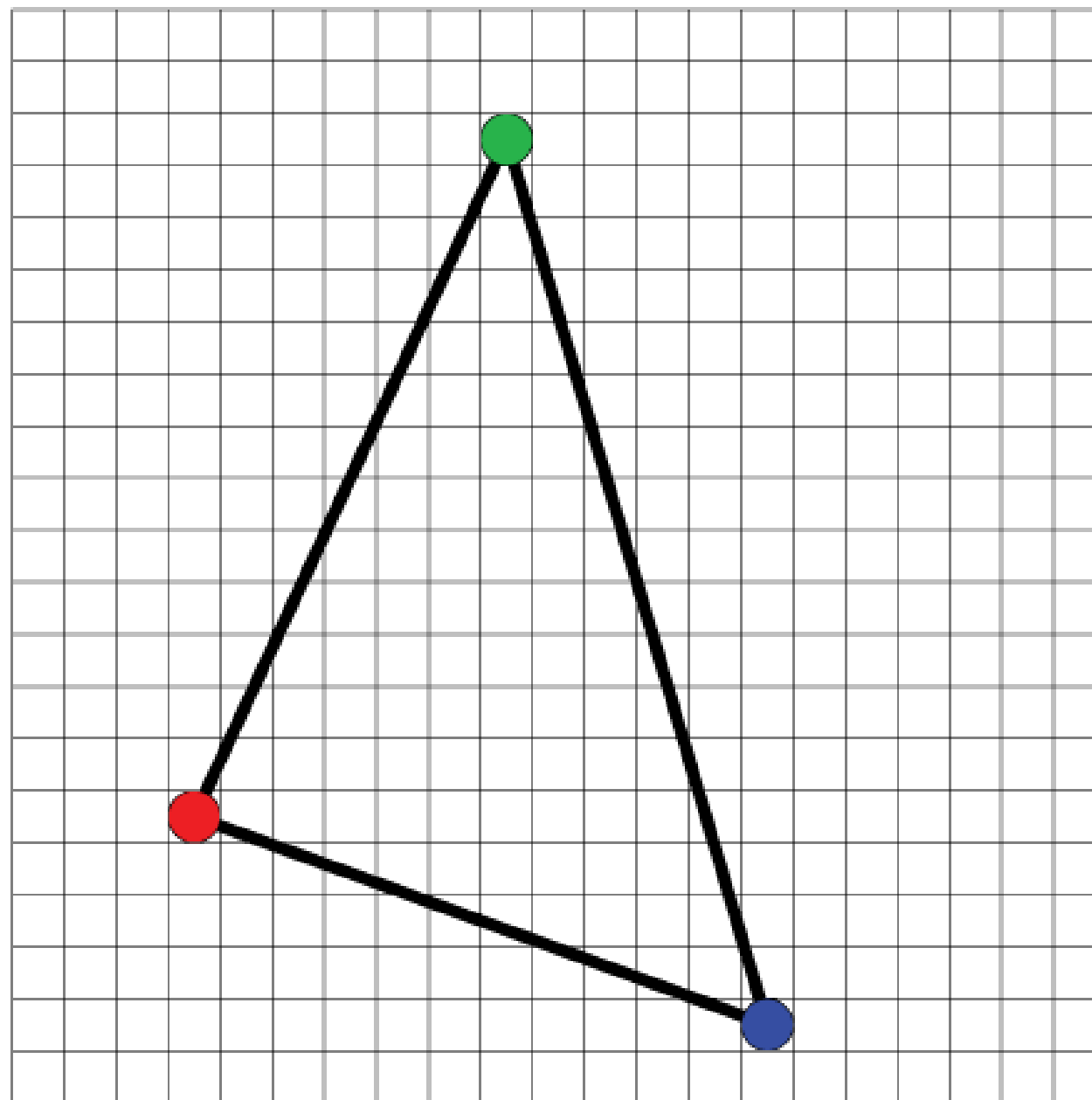


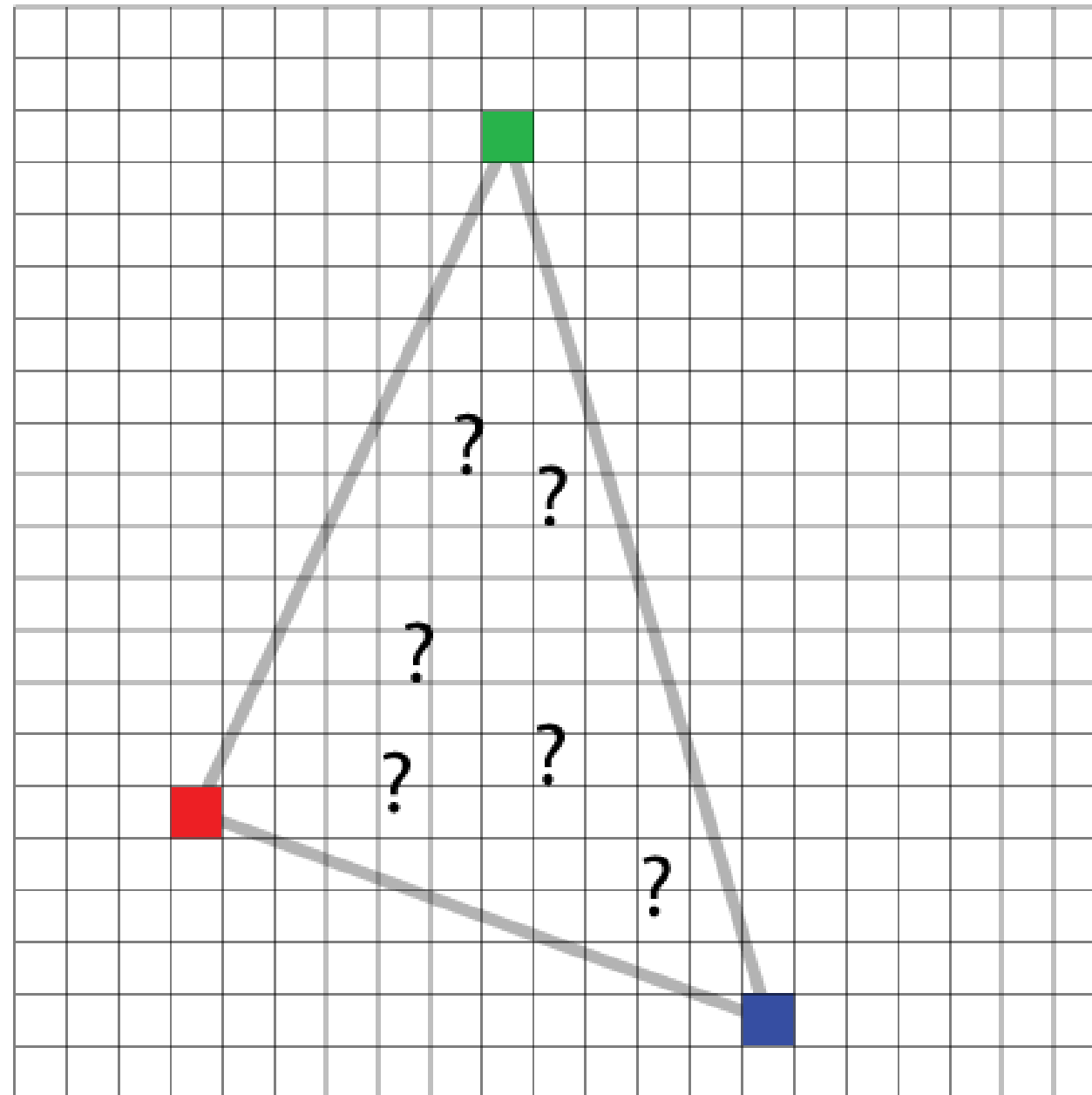
LES VALEURS À L'INTÉRIEUR

Les coordonnées barycentriques

L'INTERPOLATION : CALCULER LES VALEURS ENTRE CELLES QU'ON CONNAÎT

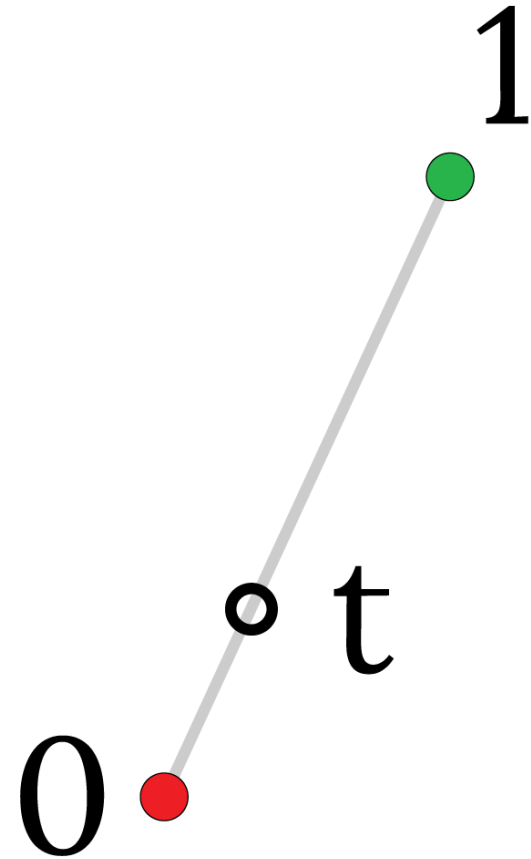
- On interpole:
 - z
 - r, g, b – les composants de la couleur
 - u, v - les coordonnées de la texture
 - (n_x, n_y, n_z) – les composants de la normale
- Les méthodes suivantes sont équivalentes:
 - Les coordonnées barycentriques
 - L'interpolation bilinéaire
 - L'interpolation du plan





PLUS FACILE:

Comment interpoler la couleur entre les deux sommets?

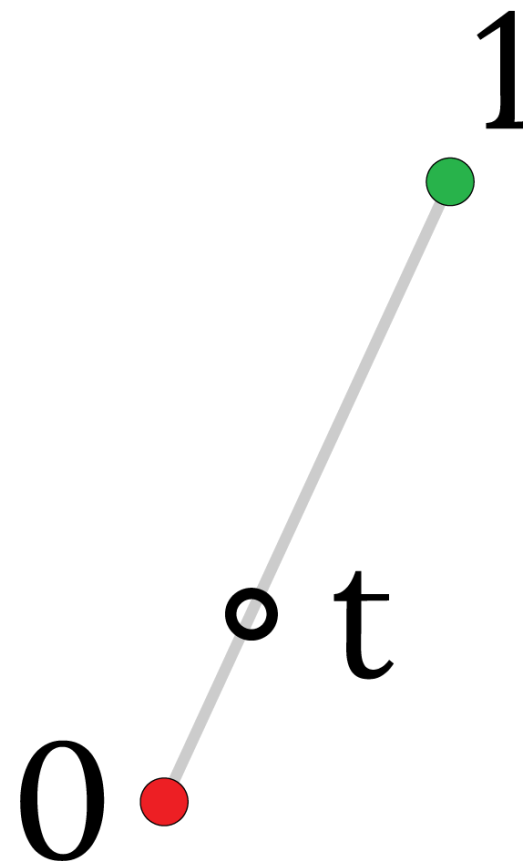


PLUS FACILE:

Comment interpoler la couleur entre les deux sommets?

$$c(t) = c(0) \cdot (1 - t) + c(1) \cdot t$$

Interpolation linéaire

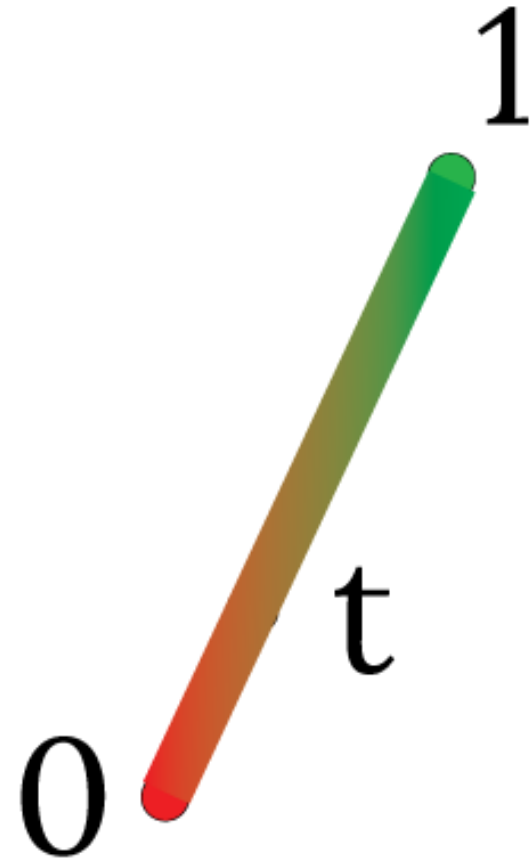


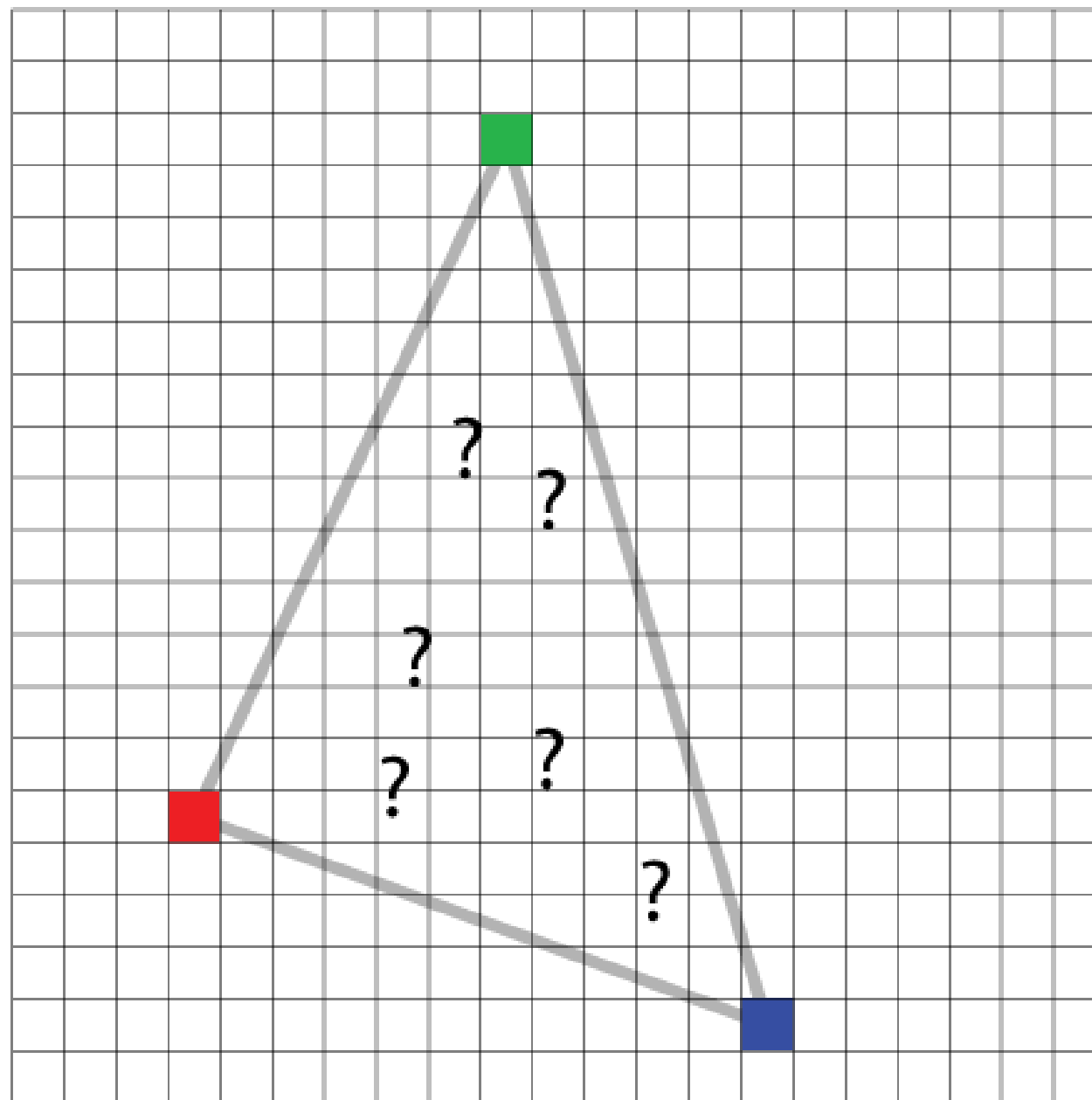
PLUS FACILE:

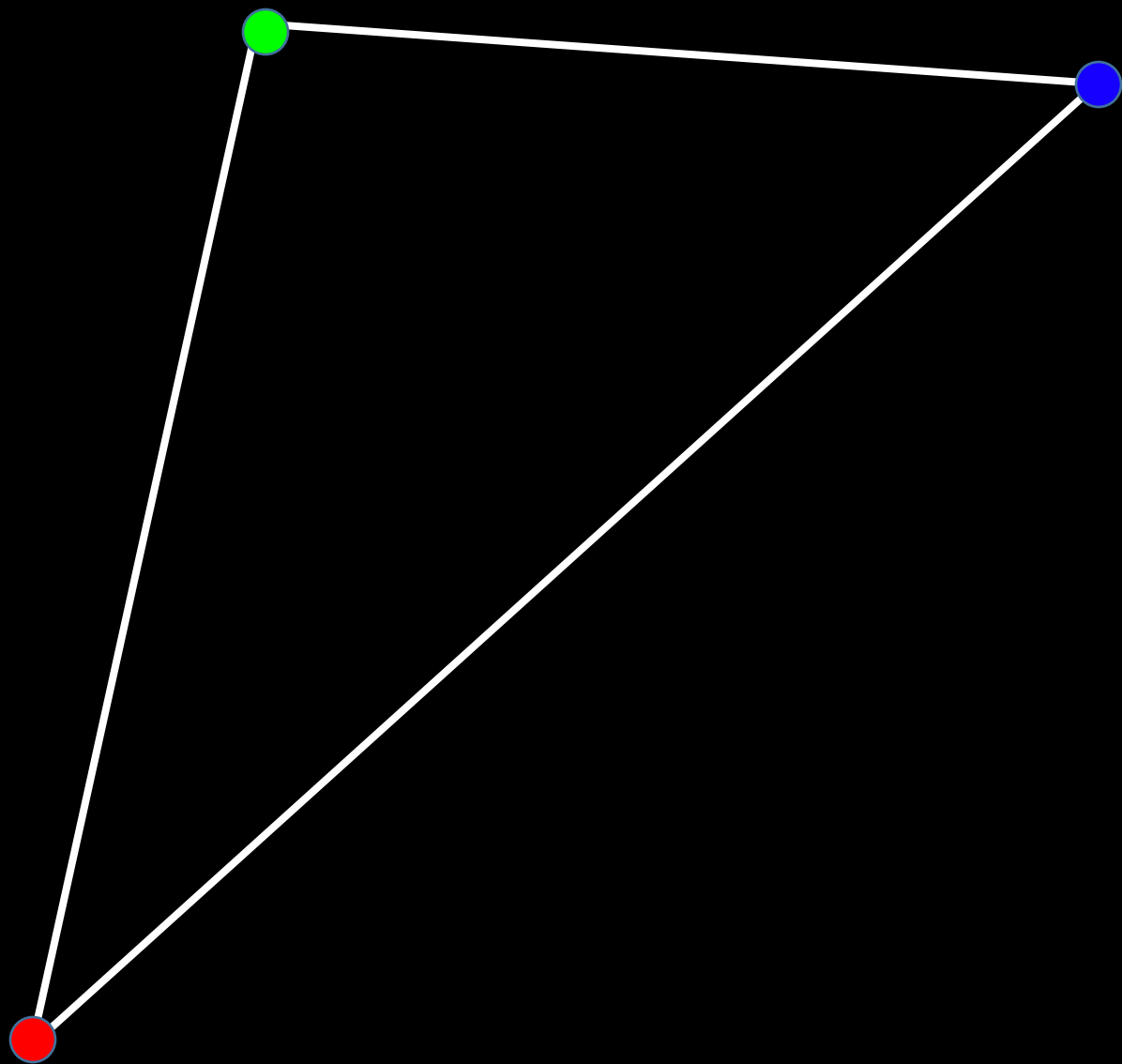
Comment interpoler la couleur entre les deux sommets?

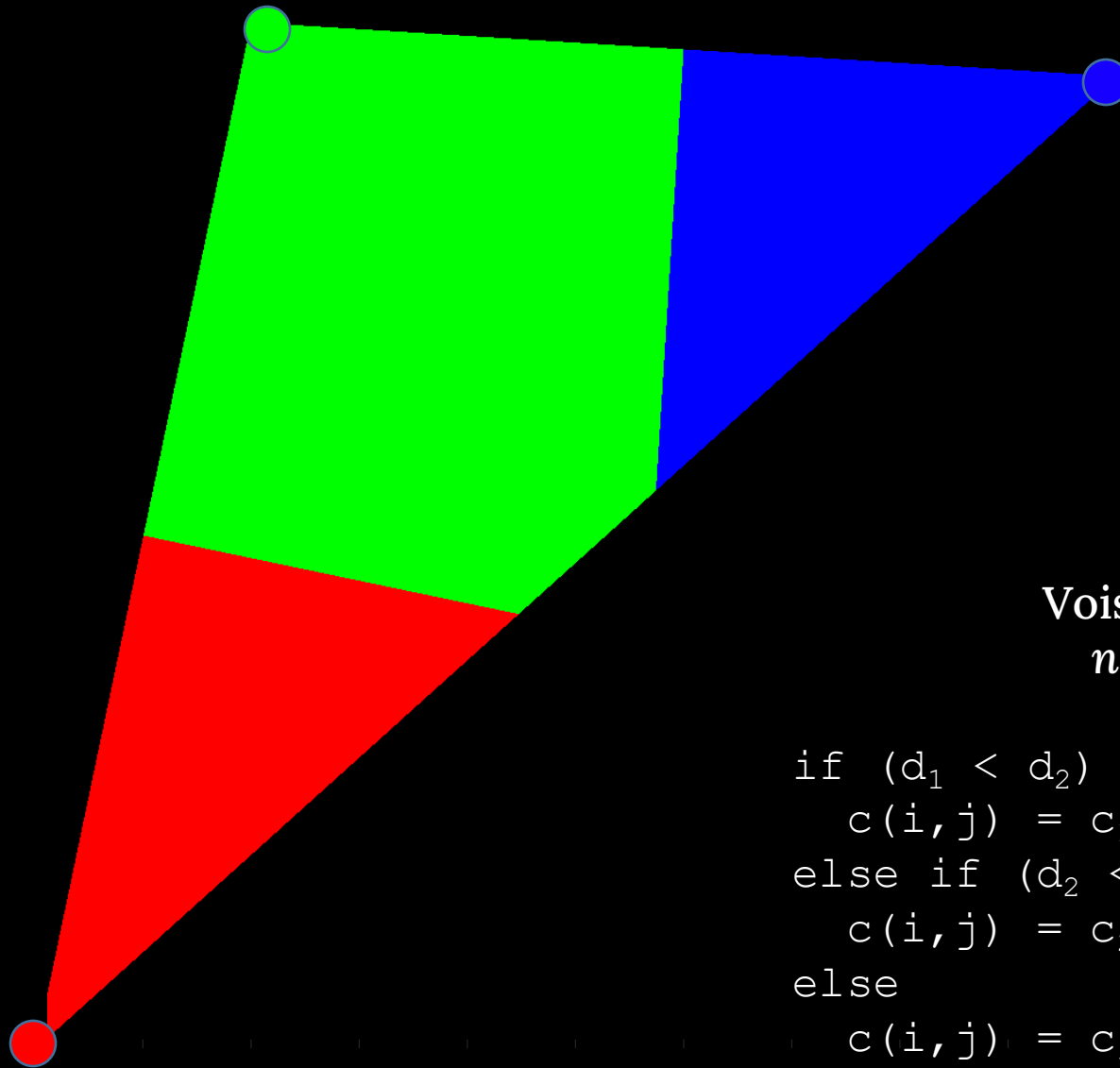
$$c(t) = c(0) \cdot (1 - t) + c(1) \cdot t$$

Interpolation linéaire



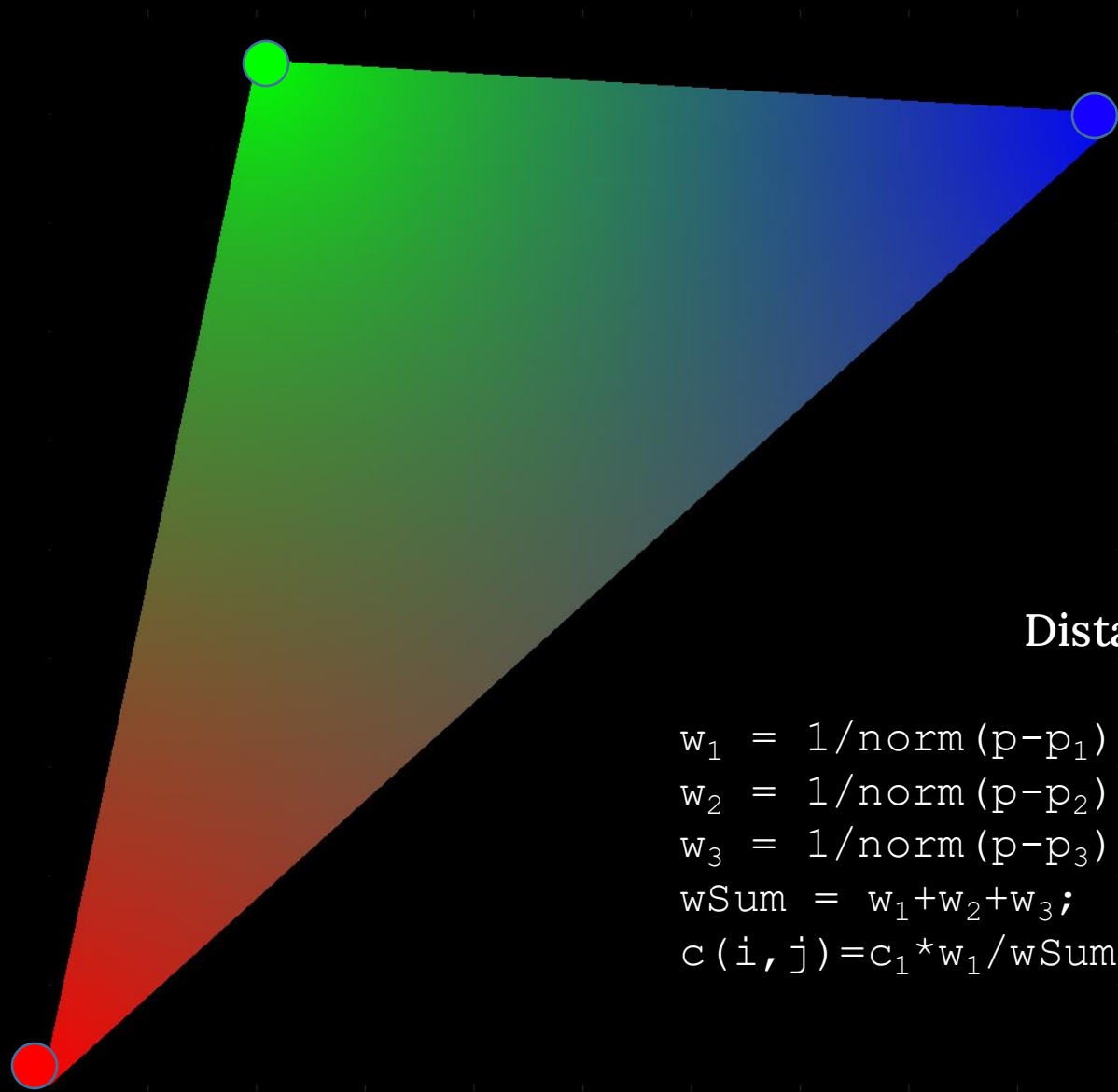






Voisin le plus proche
nearest neighbor

```
if (d1 < d2) && (d1 < d3)  
    c(i,j) = c1;  
else if (d2 < d1) && (d2 < d3)  
    c(i,j) = c2;  
else  
    c(i,j) = c3;
```



Distance inverse

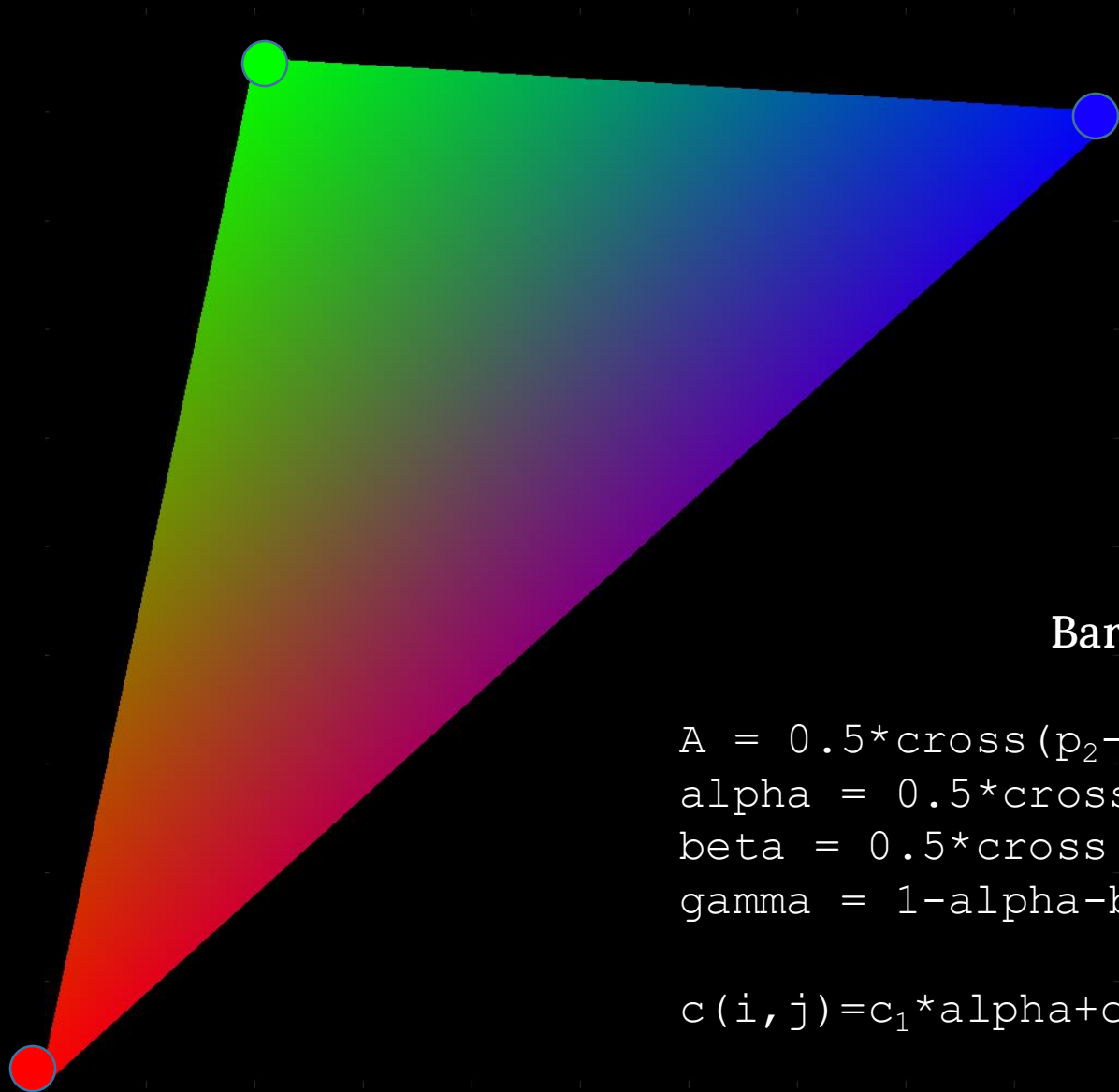
$$w_1 = 1/\text{norm}(p-p_1);$$

$$w_2 = 1/\text{norm}(p-p_2);$$

$$w_3 = 1/\text{norm}(p-p_3);$$

$$w\text{Sum} = w_1 + w_2 + w_3;$$

$$c(i, j) = c_1 * w_1 / w\text{Sum} + c_2 * w_2 / w\text{Sum} + c_3 * w_3 / w\text{Sum};$$

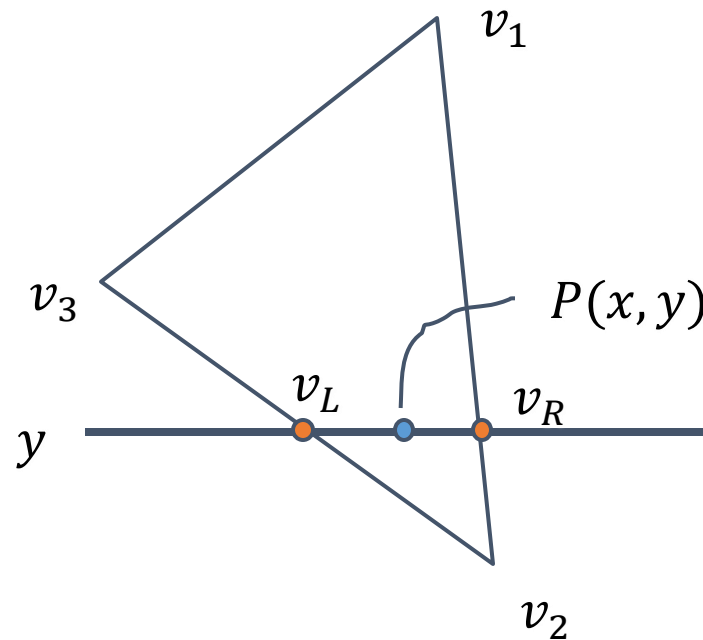


Barycentrique

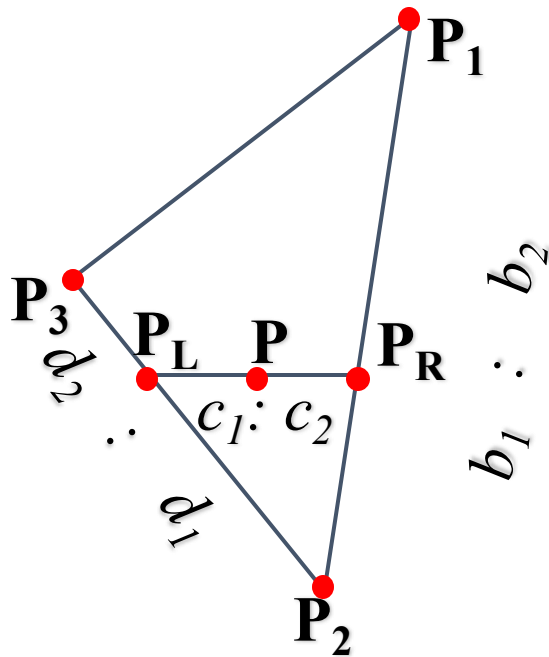
```
A = 0.5*cross(p2-p1,p3-p1);  
alpha = 0.5*cross(p2-p,p3-p)/A;  
beta = 0.5*cross(p3-p,p1-p)/A;  
gamma = 1-alpha-beta;  
  
c(i,j)=c1*alpha+c2*beta+c3*gamma;
```

UNE GÉNÉRALISATION FACILE: L'INTERPOLATION BILINÉAIRE

- Interpoler les valeurs le long de deux côtés du triangle
 - (en fonction de y)
 - Puis, interpoler la valeur en fonction de x



L'INTERPOLATION BILINÉAIRE



$$P = \frac{c_2}{c_1 + c_2} \cdot P_L + \frac{c_1}{c_1 + c_2} \cdot P_R$$

$$P_L = \frac{d_2}{d_1 + d_2} P_2 + \frac{d_1}{d_1 + d_2} P_3$$

$$P_R = \frac{b_2}{b_1 + b_2} P_2 + \frac{b_1}{b_1 + b_2} P_1$$

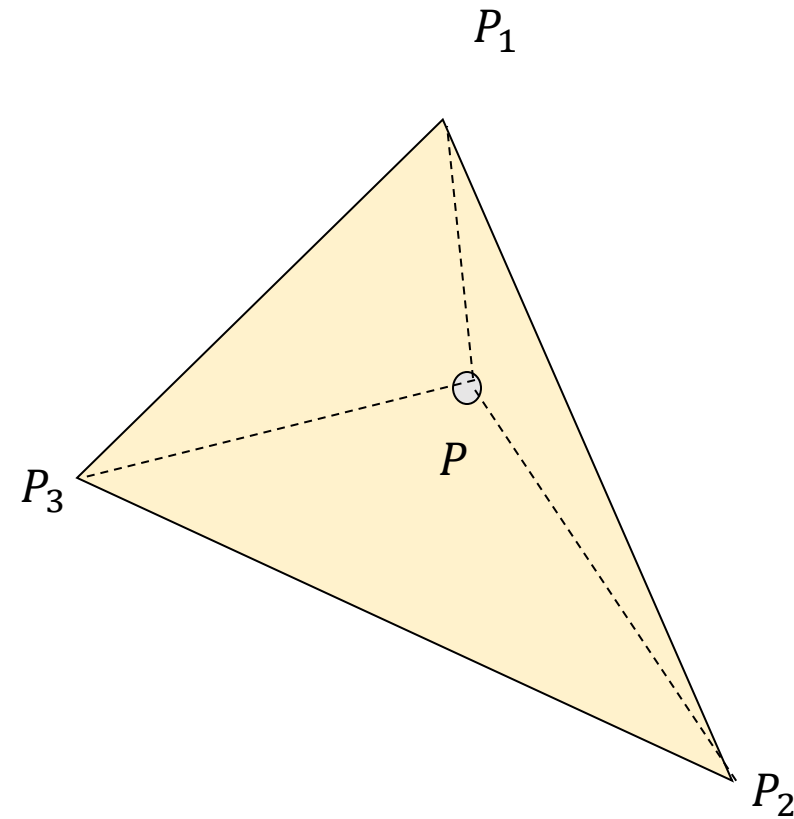
$$P = \frac{c_2}{c_1 + c_2} \left(\frac{d_2}{d_1 + d_2} P_2 + \frac{d_1}{d_1 + d_2} P_3 \right) + \frac{c_1}{c_1 + c_2} \left(\frac{b_2}{b_1 + b_2} P_2 + \frac{b_1}{b_1 + b_2} P_1 \right)$$

- L'aire

$$A = \frac{1}{2} \left\| \overrightarrow{P_1 P_2} \times \overrightarrow{P_1 P_3} \right\|$$

- 2D:

$$A = \frac{1}{2} (P_3 - P_1) \times (P_2 - P_1) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_3 - x_1 & x_2 - x_1 \\ y_3 - y_1 & y_2 - y_1 \end{vmatrix}$$



- L'aire

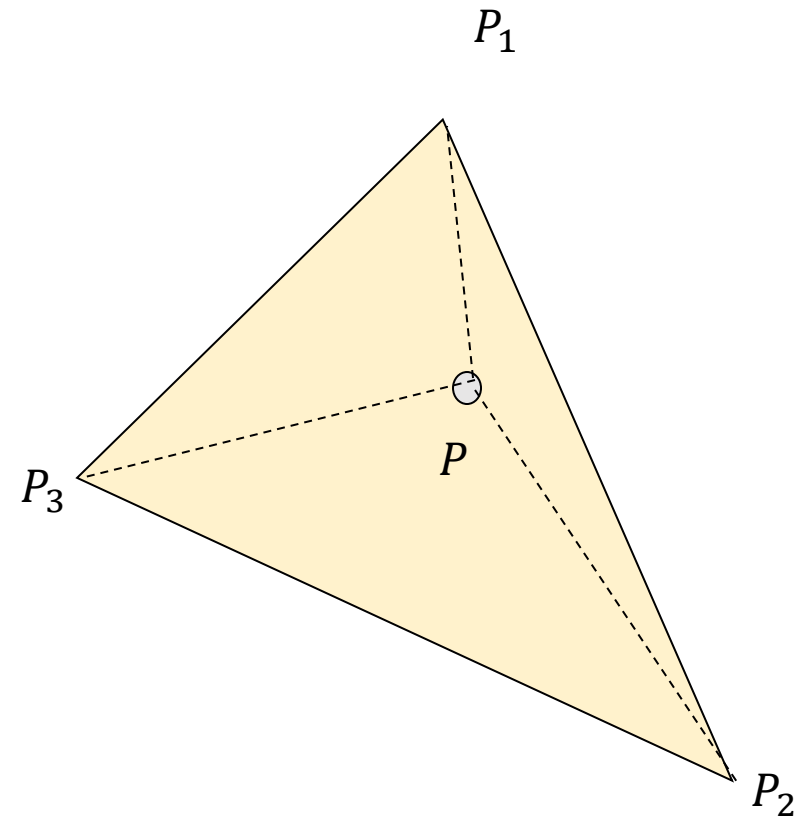
$$A = \frac{1}{2} \left\| \overrightarrow{P_1 P_2} \times \overrightarrow{P_1 P_3} \right\|$$

- Les coordonnées barycentriques:

$$a_1 = A_{P_2 P_3 P} / A, a_2 = A_{P_3 P_1 P} / A,$$

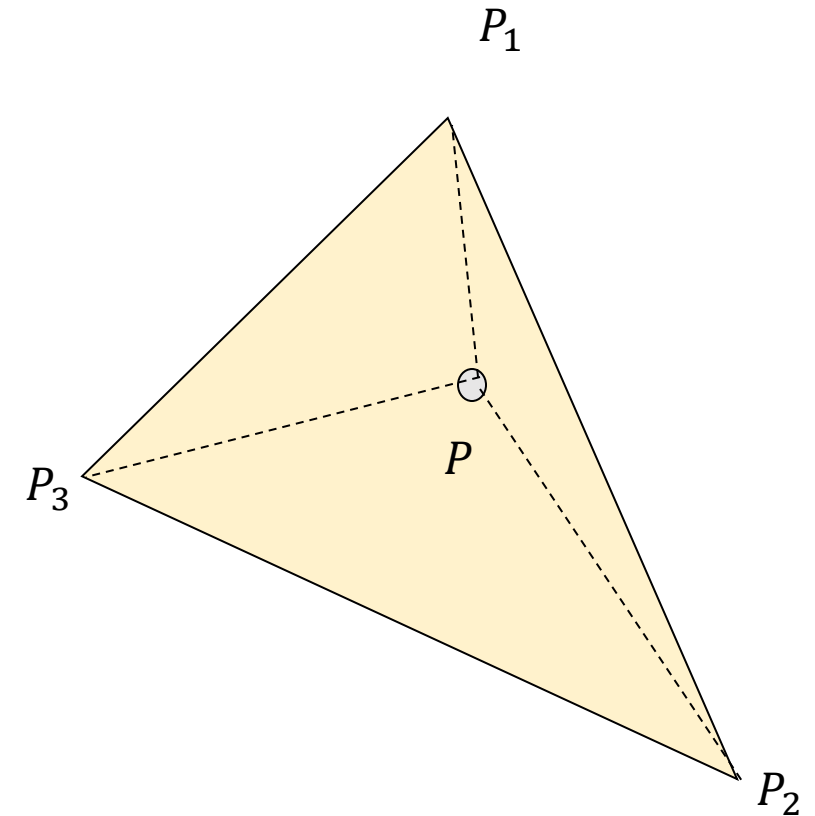
$$a_3 = A_{P_1 P_2 P} / A,$$

$$P = a_1 P_1 + a_2 P_2 + a_3 P_3$$



LES COORDONNÉES BARYCENTRIQUES

- Imaginez qu'il y a de petits objets lourds aux sommets
- Si P est au centre de gravité du triangle, quelles sont les masses aux sommets?
- Ce sont les coordonnées barycentriques
- (Ceci est une définition équivalente. Pourquoi?)

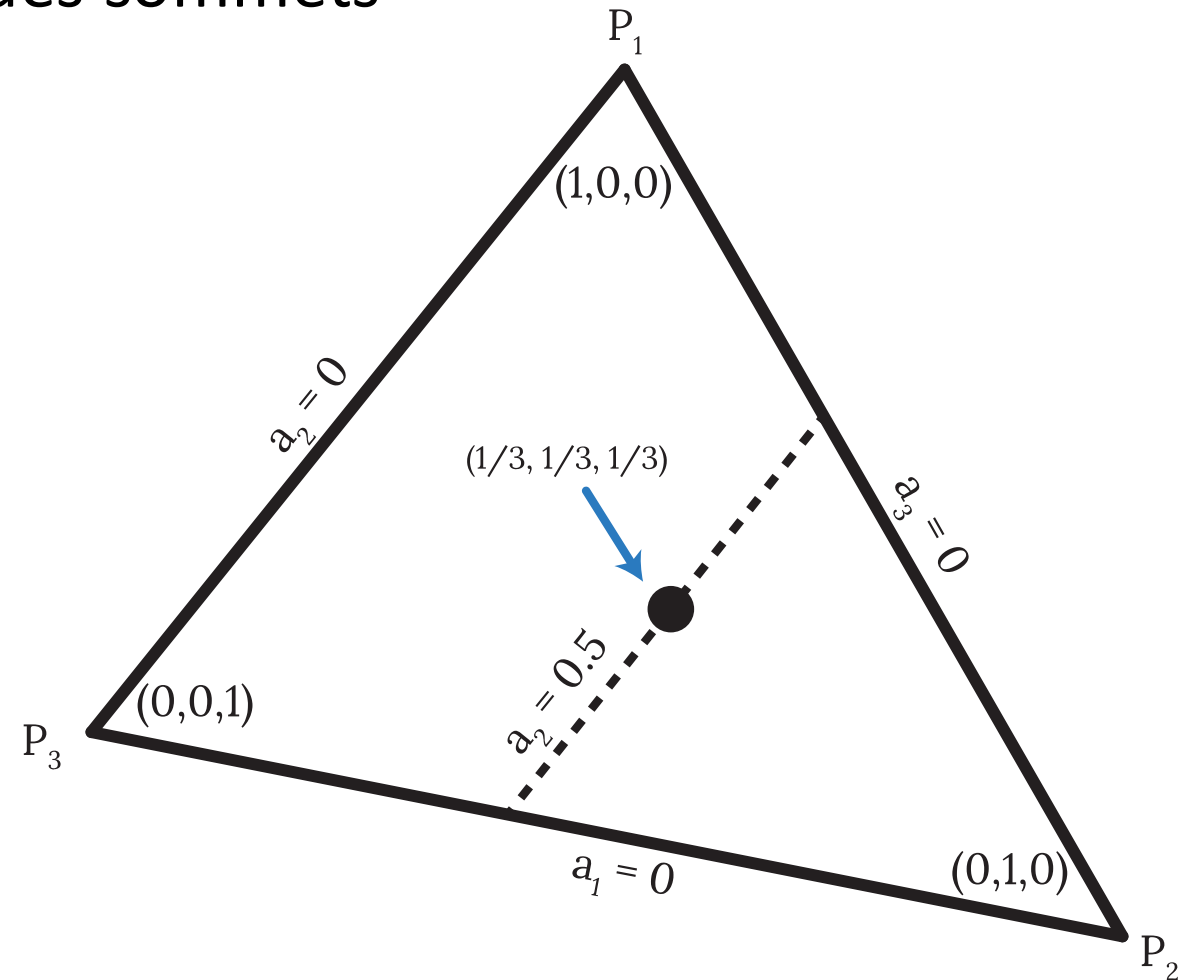


CHAQUE POINT À L'INTÉRIEUR DU TRIANGLE EST

- Une combinaison pondérée (affine) des sommets

$$P = a_1 \cdot P_1 + a_2 \cdot P_2 + a_3 \cdot P_3$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1$$
$$0 \leq a_1, a_2, a_3 \leq 1$$



CHAQUE POINT À L'INTÉRIEUR DU TRIANGLE EST

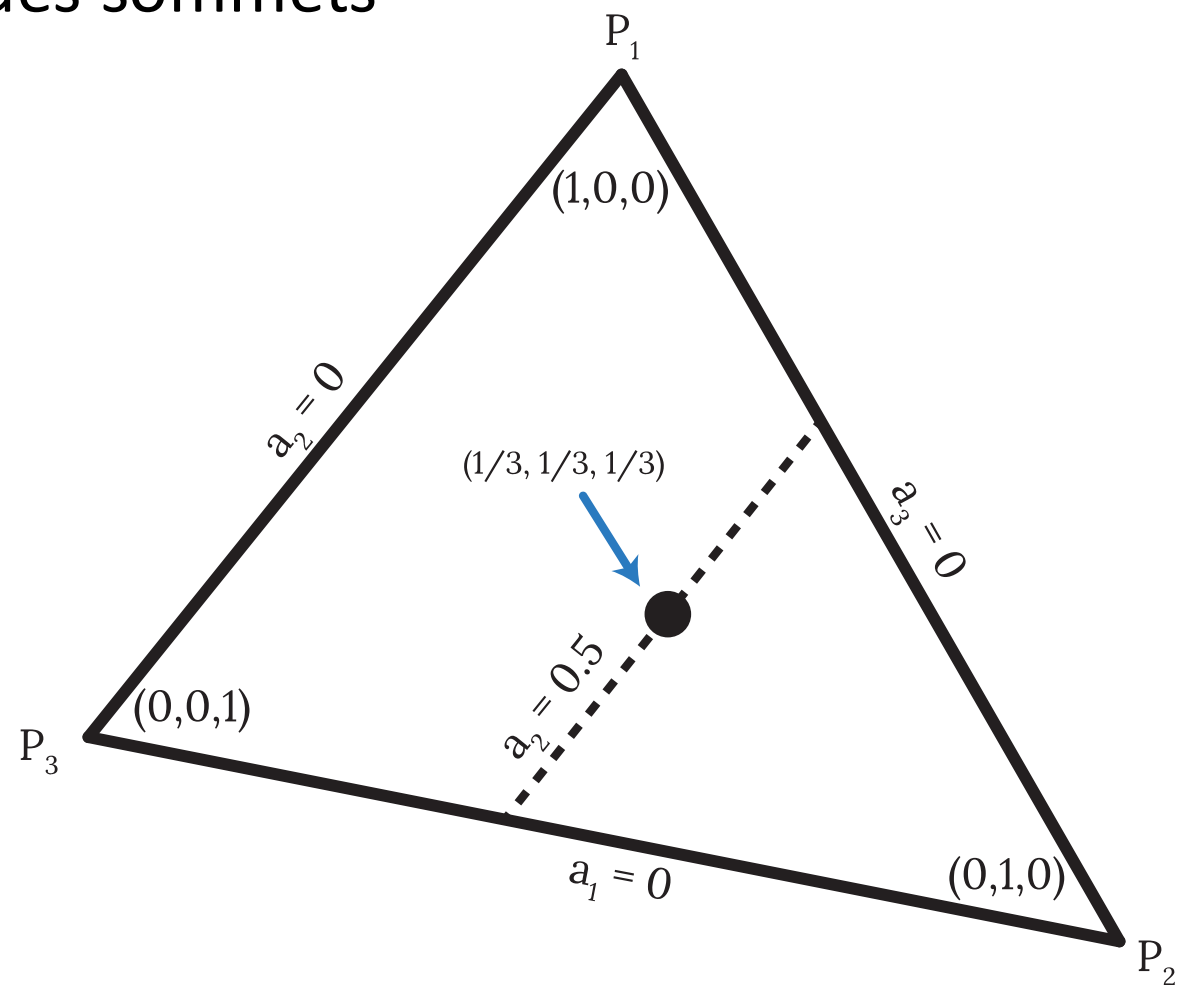
- Une combinaison pondérée (affine) des sommets

$$P = a_1 \cdot P_1 + a_2 \cdot P_2 + a_3 \cdot P_3$$

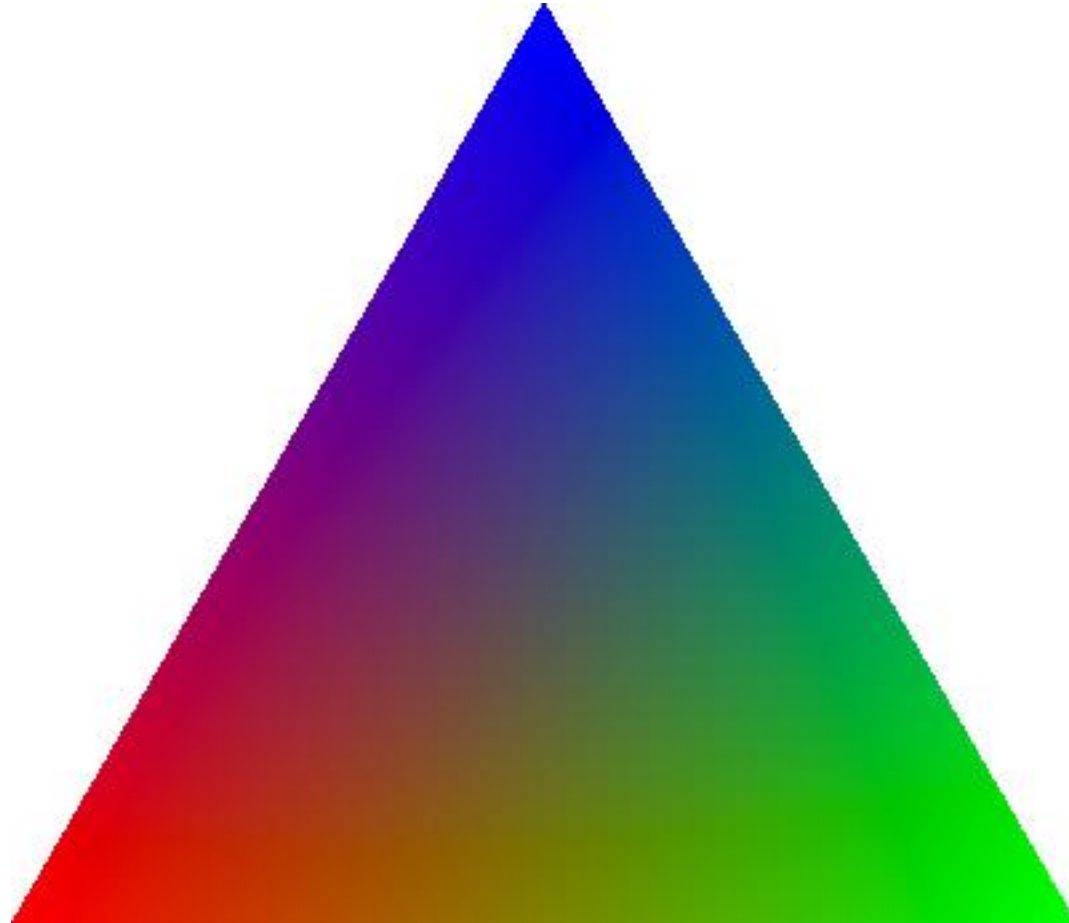
$$a_1 + a_2 + a_3 = 1$$

$$0 \leq a_1, a_2, a_3 \leq 1$$

Sans cette équation
c'est le plan entier!



LES COORDONNÉES BARYCENTRIQUES



ATTENTION:

- En réalité, juste deux valeurs suffisent pour représenter un point dans un triangle
- On ajoute la 3^{ième} coordonnée – un peu similaire aux coordonnées homogènes
- Pourtant, ici la 3^{ième} coordonnée est unique:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1$$

LES COORDONNÉES BARYCENTRIQUES

- Sont utilisées pour interpoler
 - z
 - Toutes les **varying** variables
 - Les couleurs
 - Les normales
- Pourquoi on doit interpoler z ?
- Il y a des problèmes quand on utilise la caméra perspective
 - Nous les verrons

