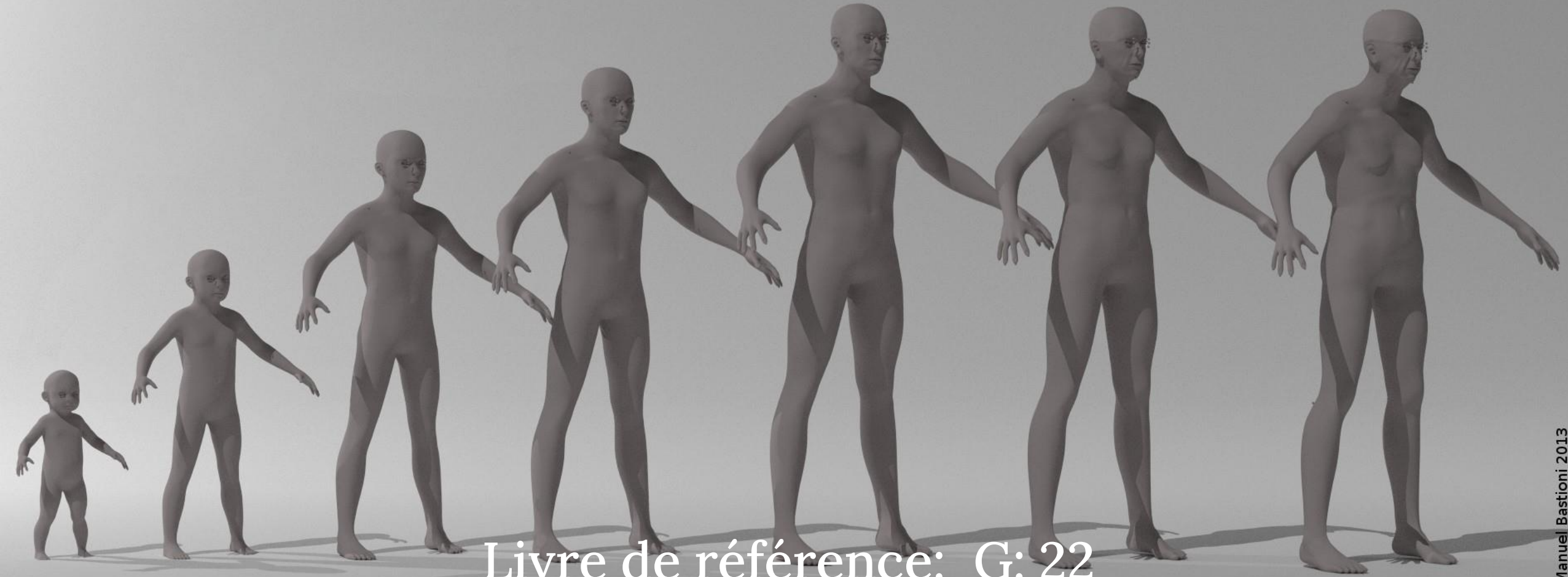


IFT 3355: INFOGRAPHIE

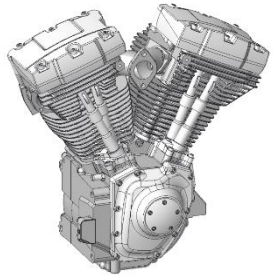
LA MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE



Livre de référence: G: 22

<http://tiny.cc/ift3355>
Mikhail Bessmeltsev

**QU'EST-CE QUE LA
MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE?**



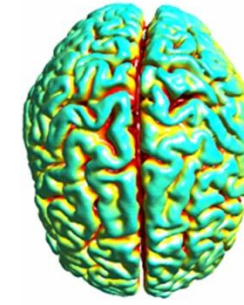
Ingénierie
mécanique



Fabrication



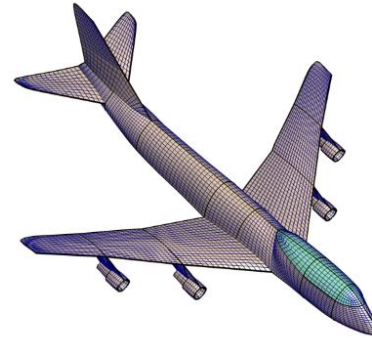
Architecture et
génie civil



Médical



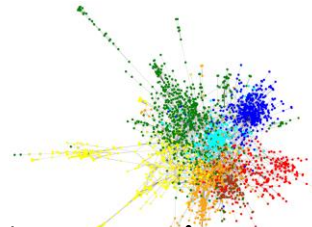
Vision par
ordinateur



Modélisation
géométrique



Infographie



Apprentissage
automatique

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ \text{s.t. } g(x) \leq 0 \\ h(x) = 0 \end{aligned}$$

Optimisation numérique



Réalité virtuelle
ou augmentée



Interaction homme machine (HCI)³

LA MODÉLISATION



LA MODÉLISATION

- Comment représenter les formes 3D?
- Comment les modéliser?
- Comment les générer?



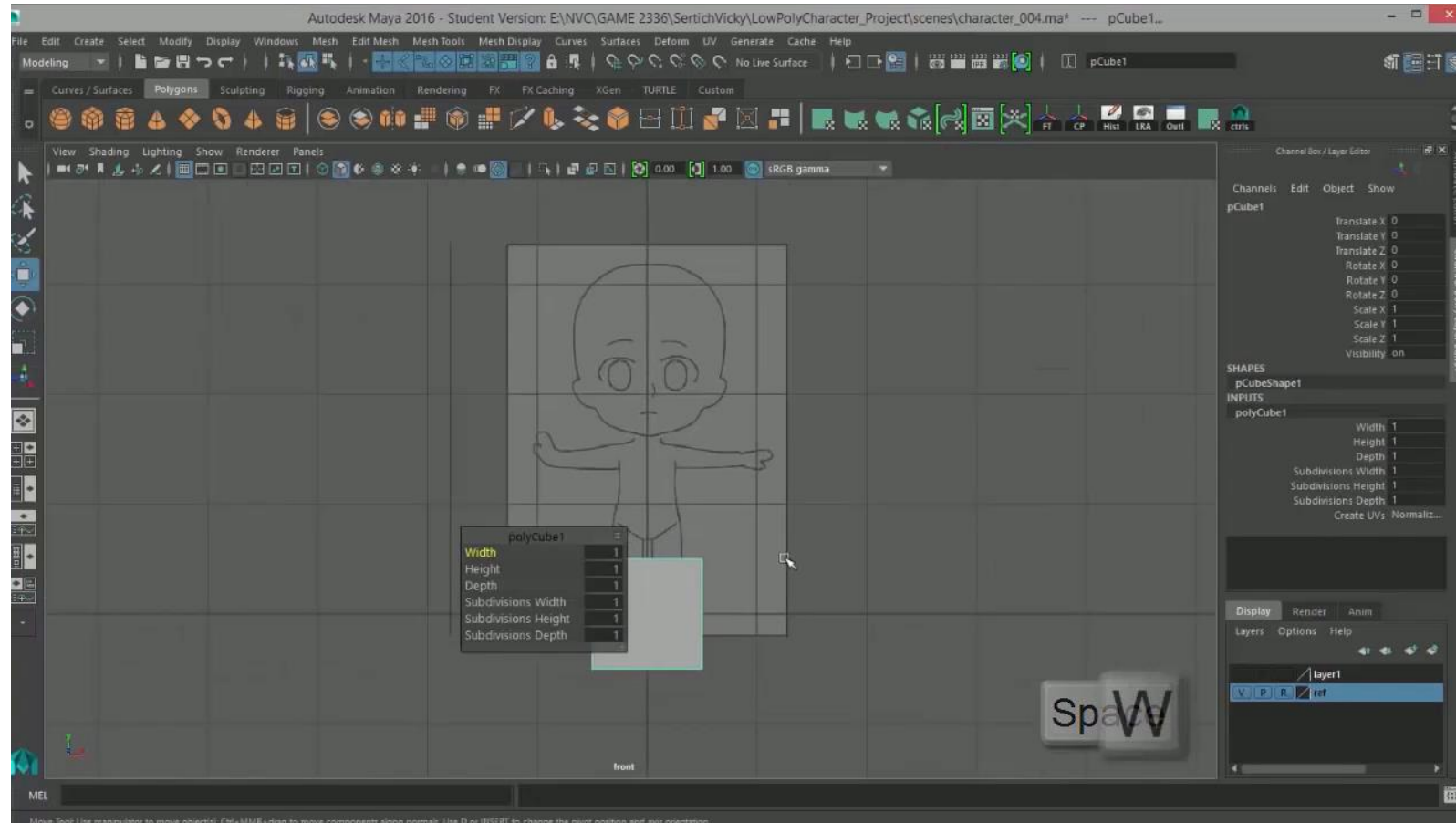
LA MODÉLISATION

- Comment représenter les formes 3D?
- Comment les modéliser?
- Comment les générer?
- Comment numériser un bâtiment? Un animal? Une molécule?

LA MODÉLISATION

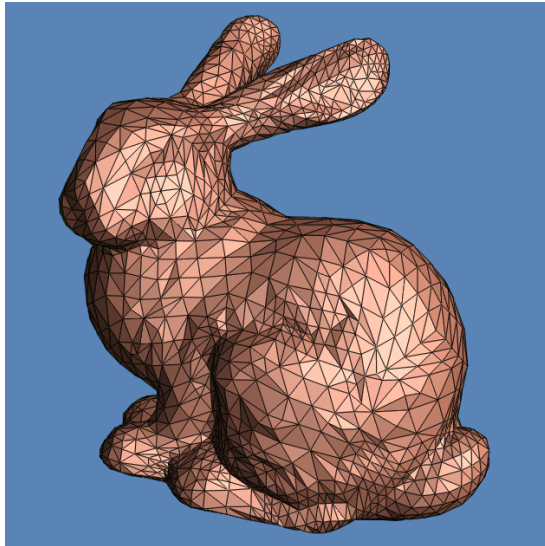
- Comment représenter les formes 3D?
- Comment les modéliser?
- Comment les générer?
- Comment numériser un bâtiment? Un animal? Une molécule?
- Comment déformer un modèle?

UNE SÉANCE DE MODÉLISATION



LES REPRÉSENTATIONS DE FORMES

La frontière



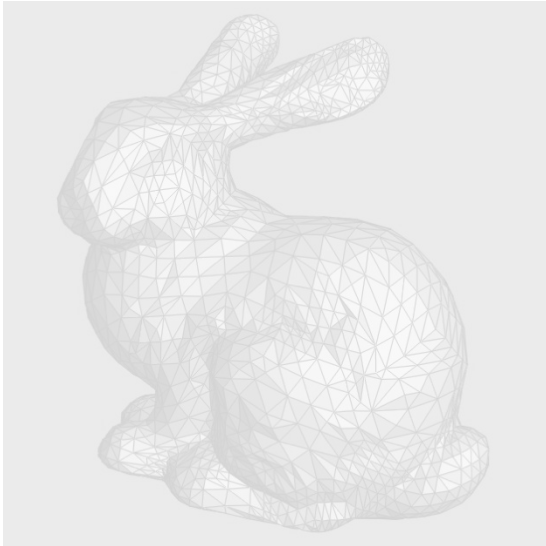
Le volume



<https://mathgrrl.com/hacktastic/2015/10/low-voxel-stanford-bunny-voxelizationminecraft-tutorial/>

LES REPRÉSENTATIONS DE FORMES

La frontière



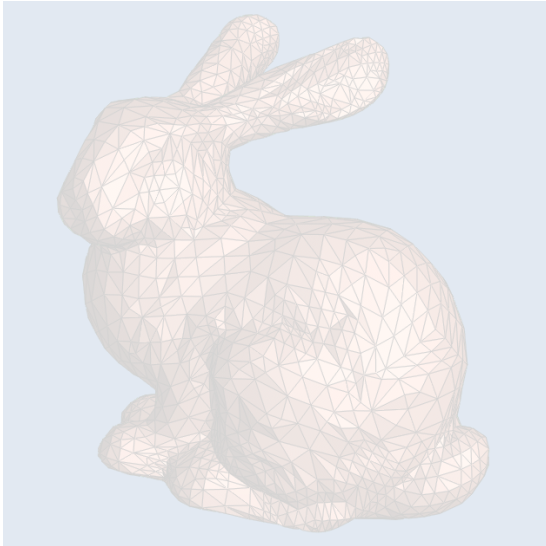
Le volume



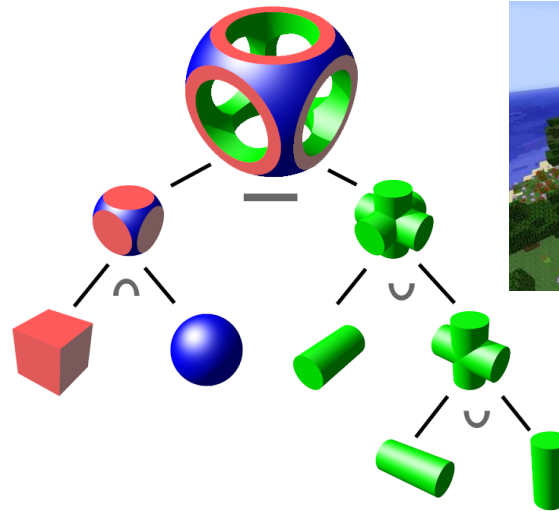
<https://mathgrrl.com/hacktastic/2015/10/low-voxel-stanford-bunny-voxelizationminecraft-tutorial/>

LES REPRÉSENTATIONS DE FORMES

La frontière



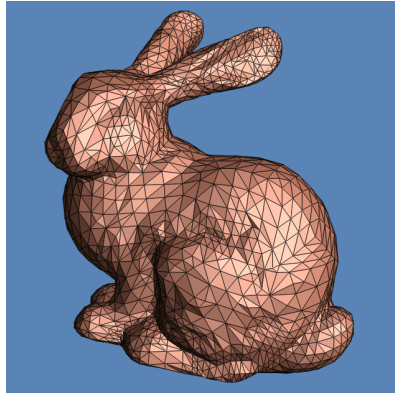
Le volume



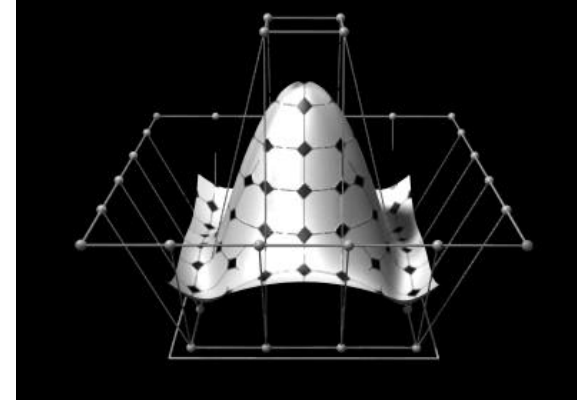
Voxelisation

Constructive Solid Geometry

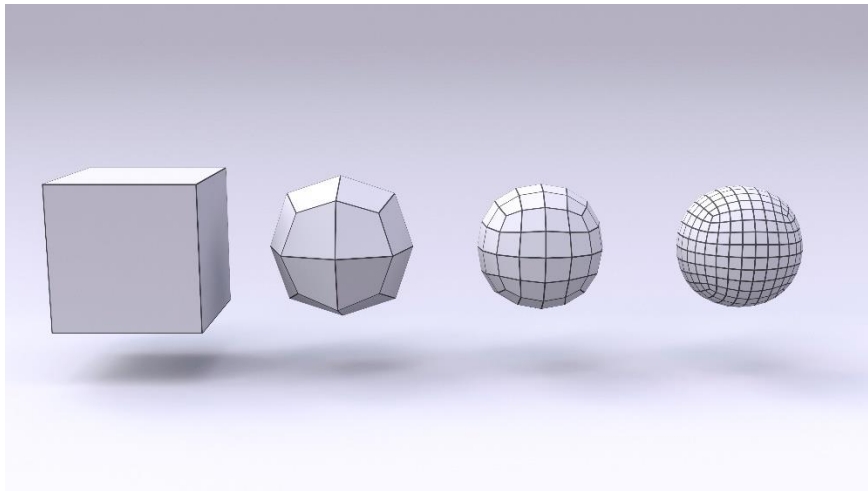
LES REPRÉSENTATIONS DE LA FRONTIÈRE DE FORMES



Les maillages

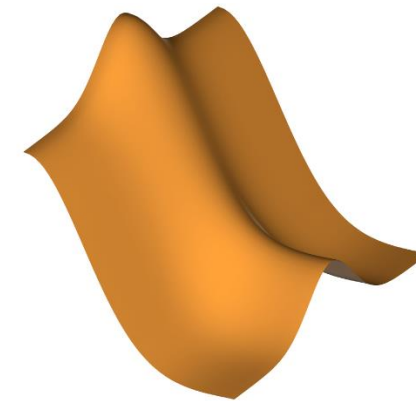


NURBS



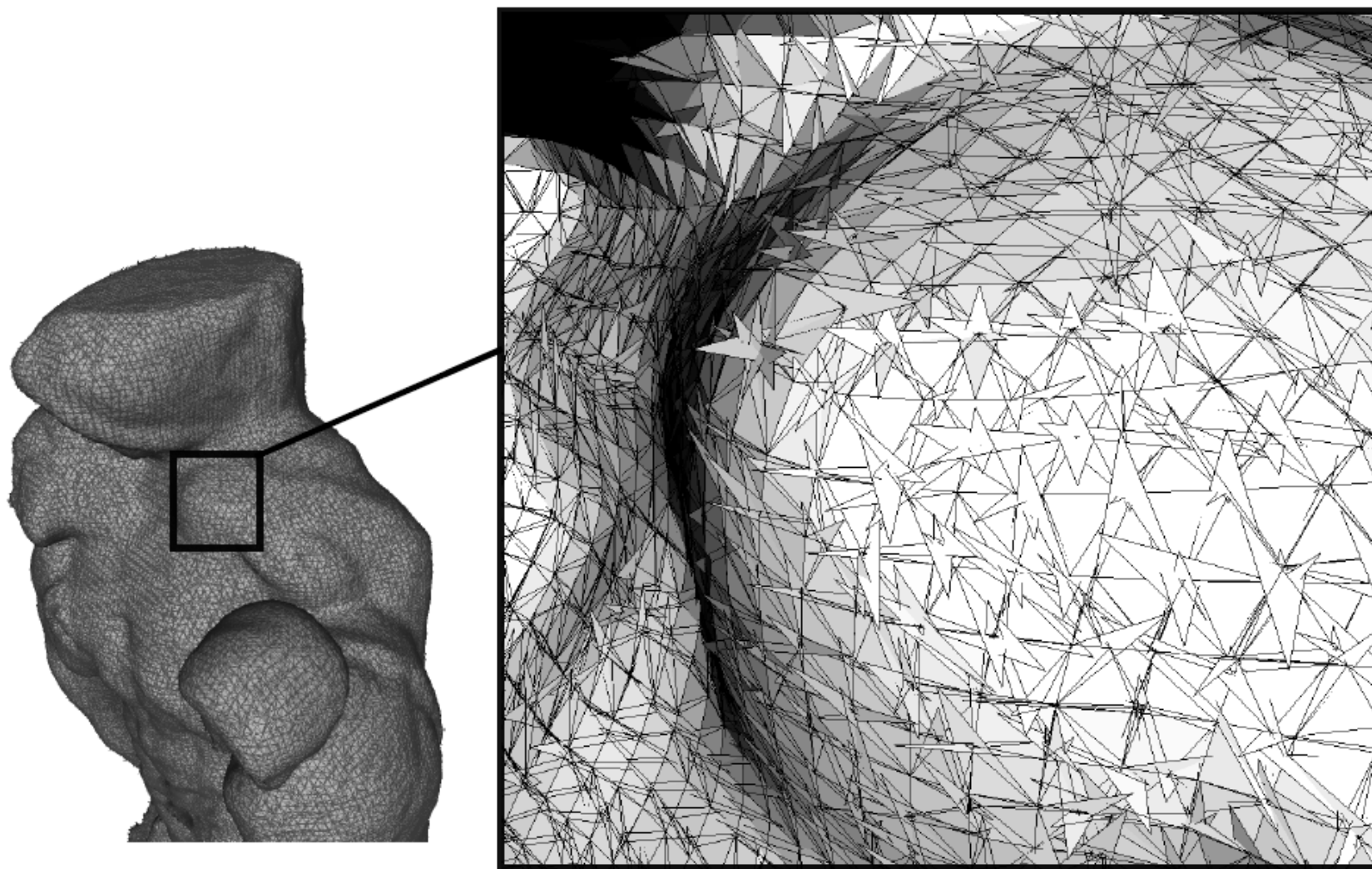
blog.yiningkarlli.com

Les surfaces de subdivision

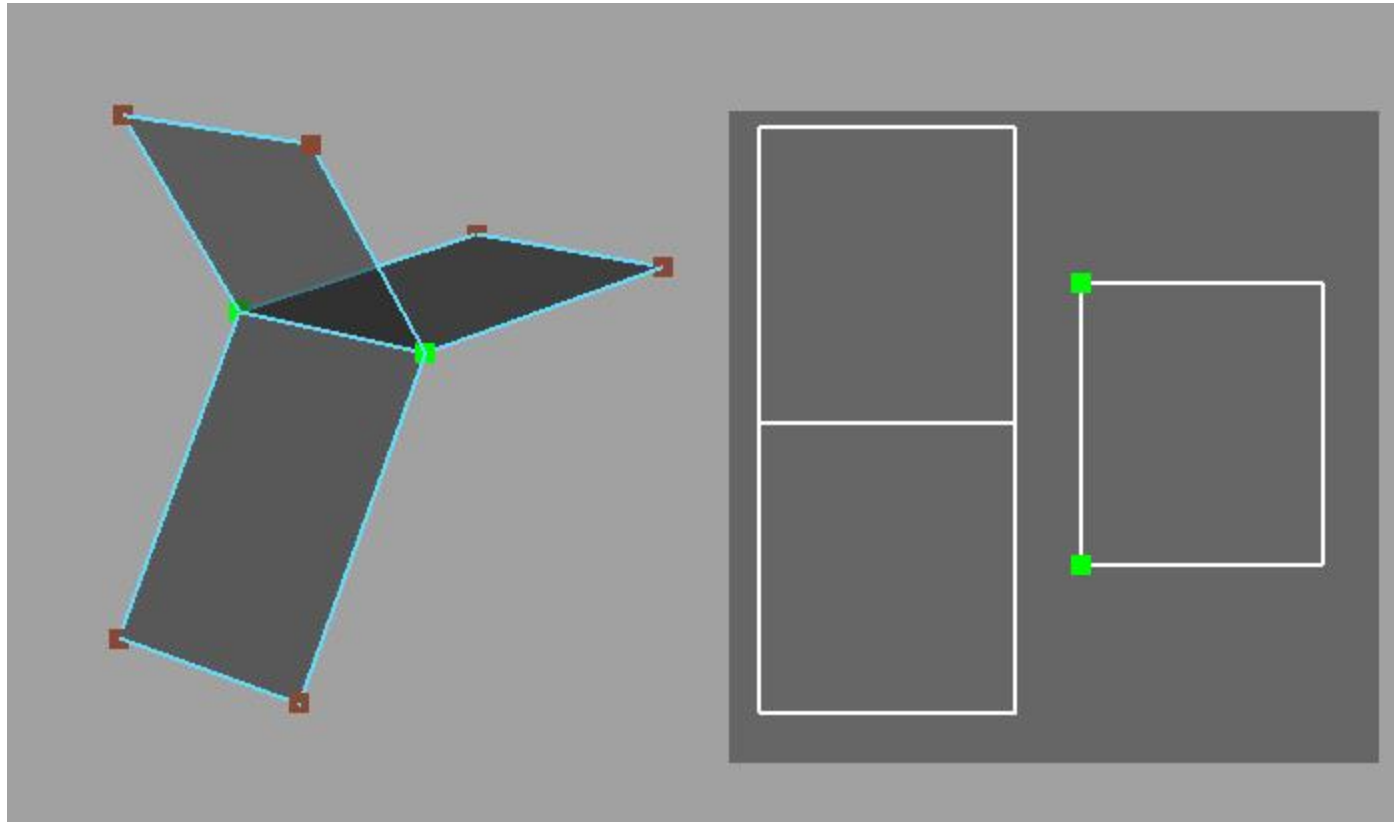


Les surfaces des produits tenseurs

EST-CE UNE SURFACE?

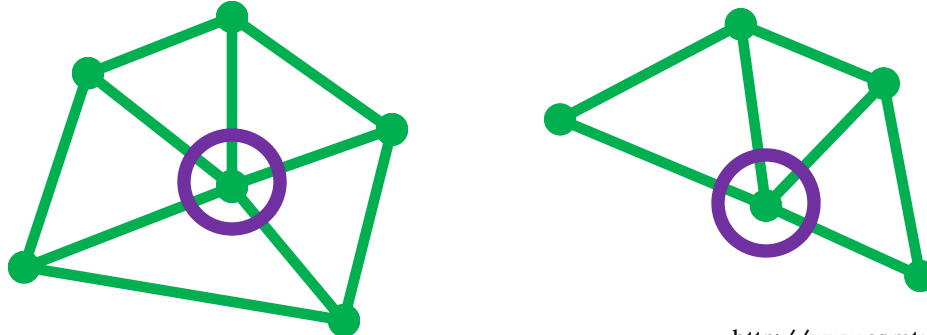


UN SEGMENT NON-VARIÉTÉ

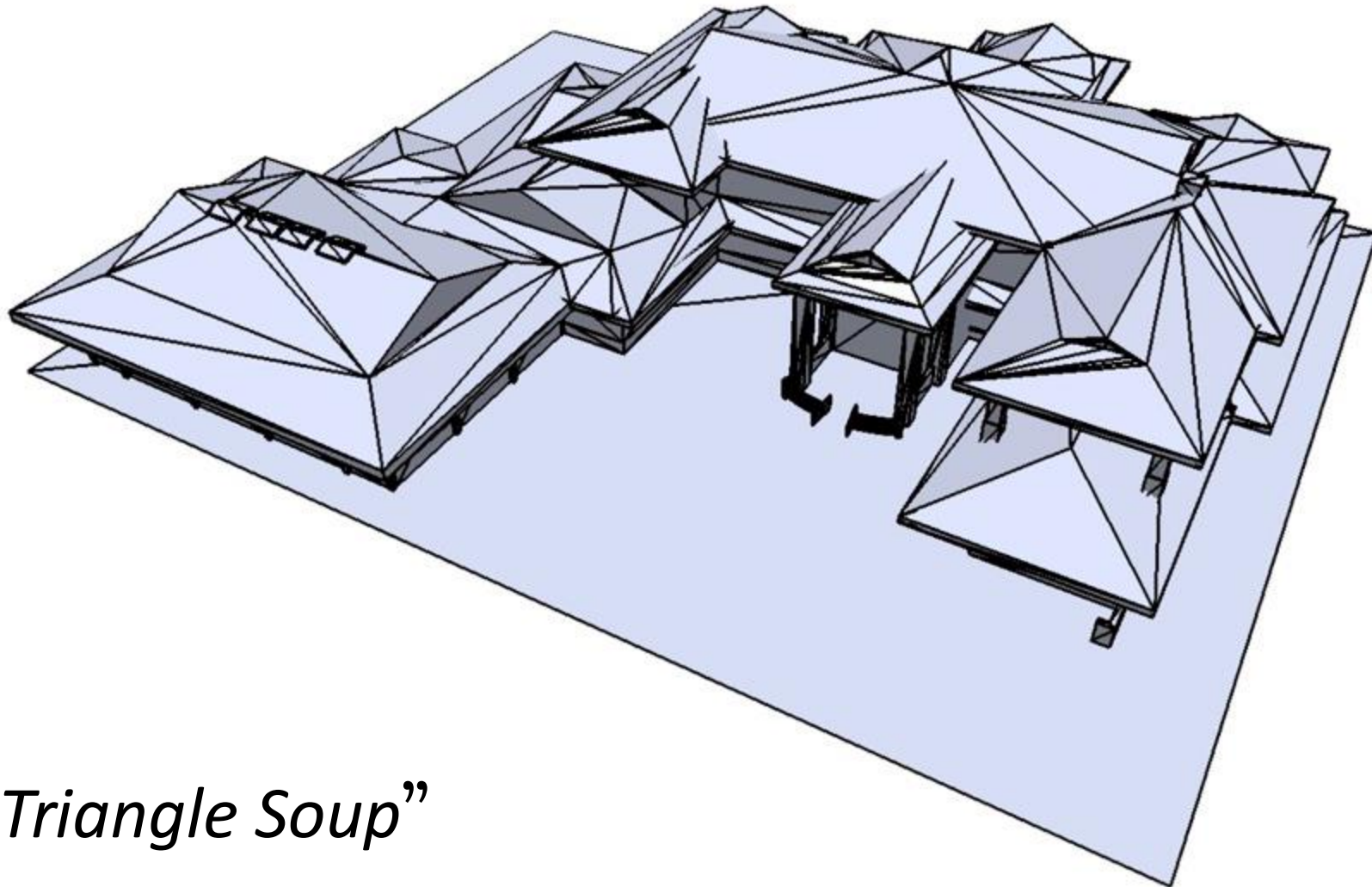


UN MAILLAGE DE VARIÉTÉ

1. Chaque **segment** est incident à un ou deux triangles
2. Les **triangles** incidents à un sommet forment « un parapluie » fermé ou ouvert



Beaucoup de modèles rassemblent à ça:



“Triangle Soup”

LE MAILLAGE DE TRIANGLES

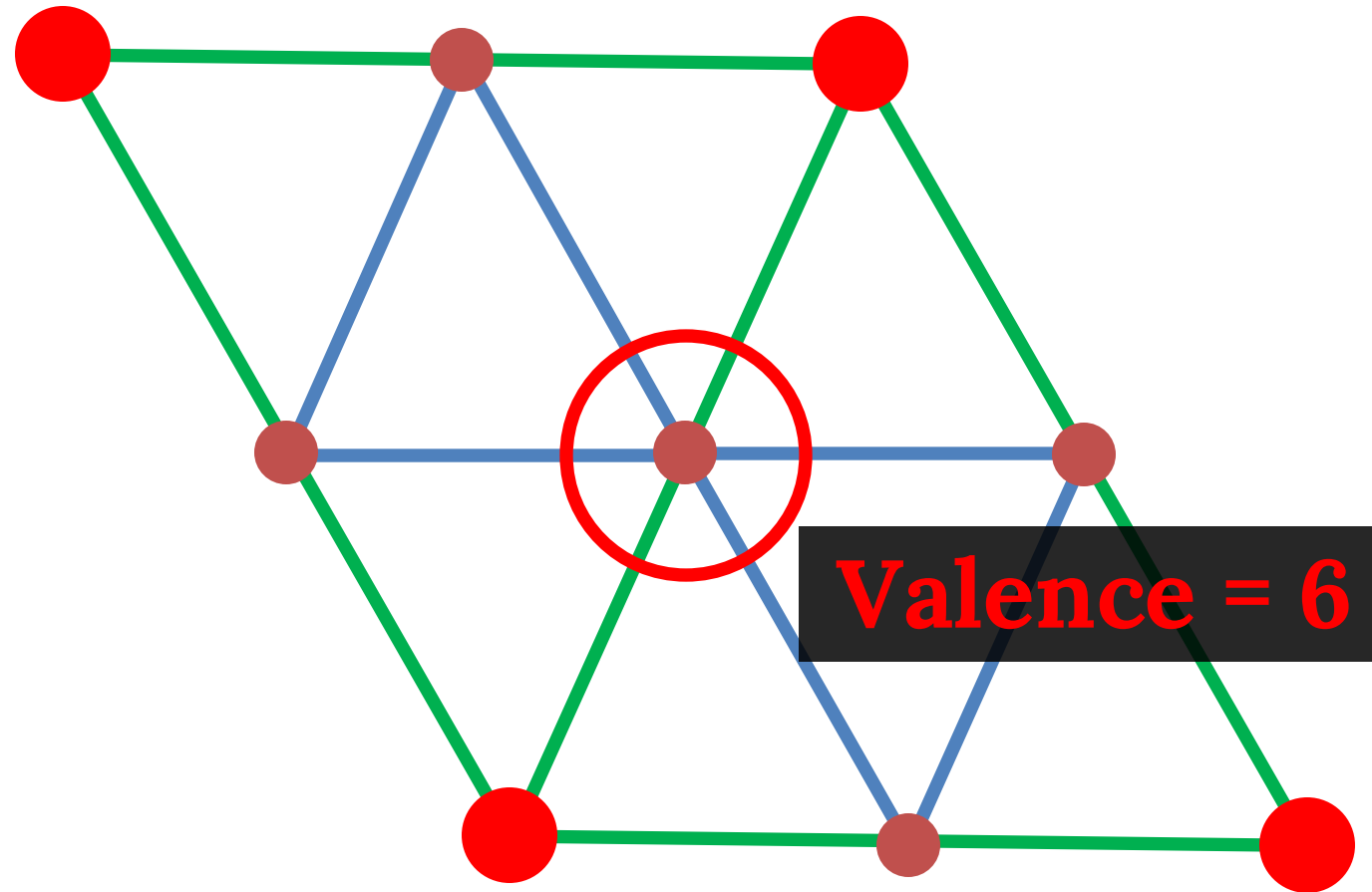
$$V = (v_1, v_2, \dots, v_n) \subset \mathbb{R}^n$$

$$E = (e_1, e_2, \dots, e_k) \subseteq V \times V$$

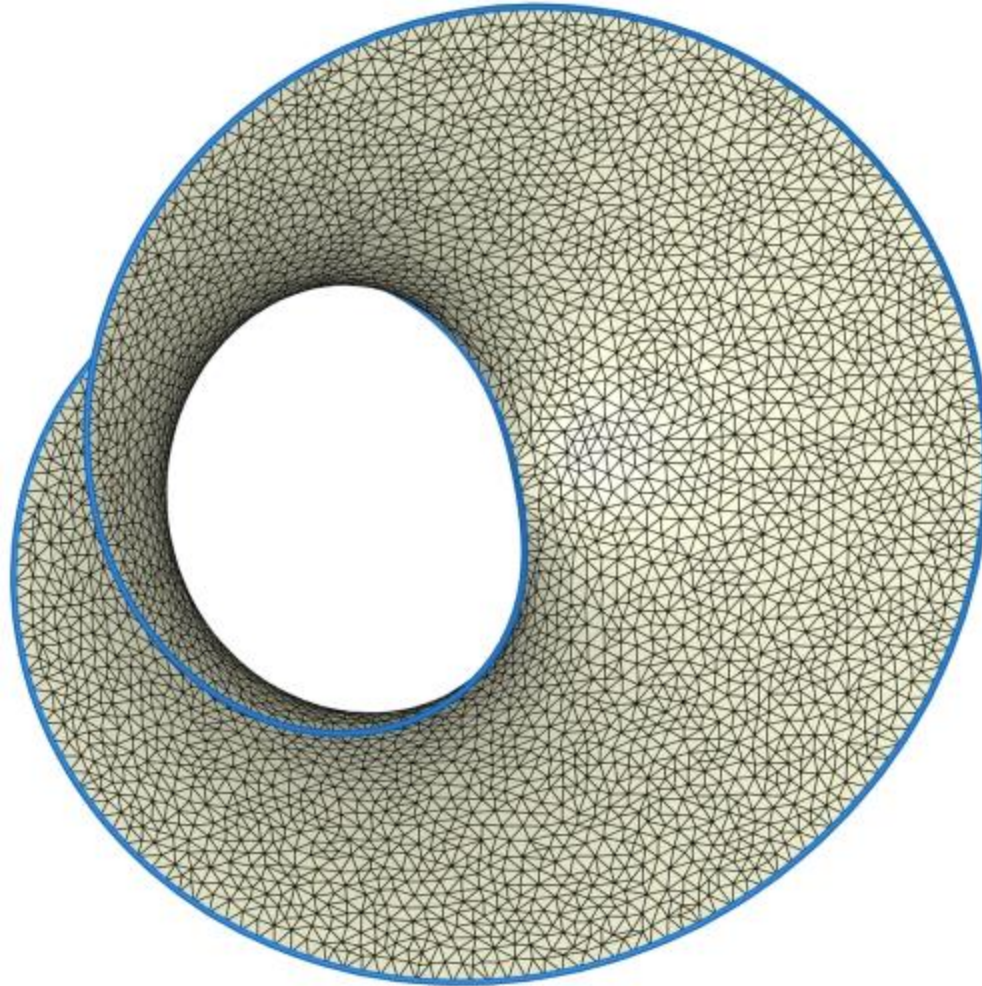
$$F = (f_1, f_2, \dots, f_m) \subseteq V \times V \times V$$

+ les exigences de la variété

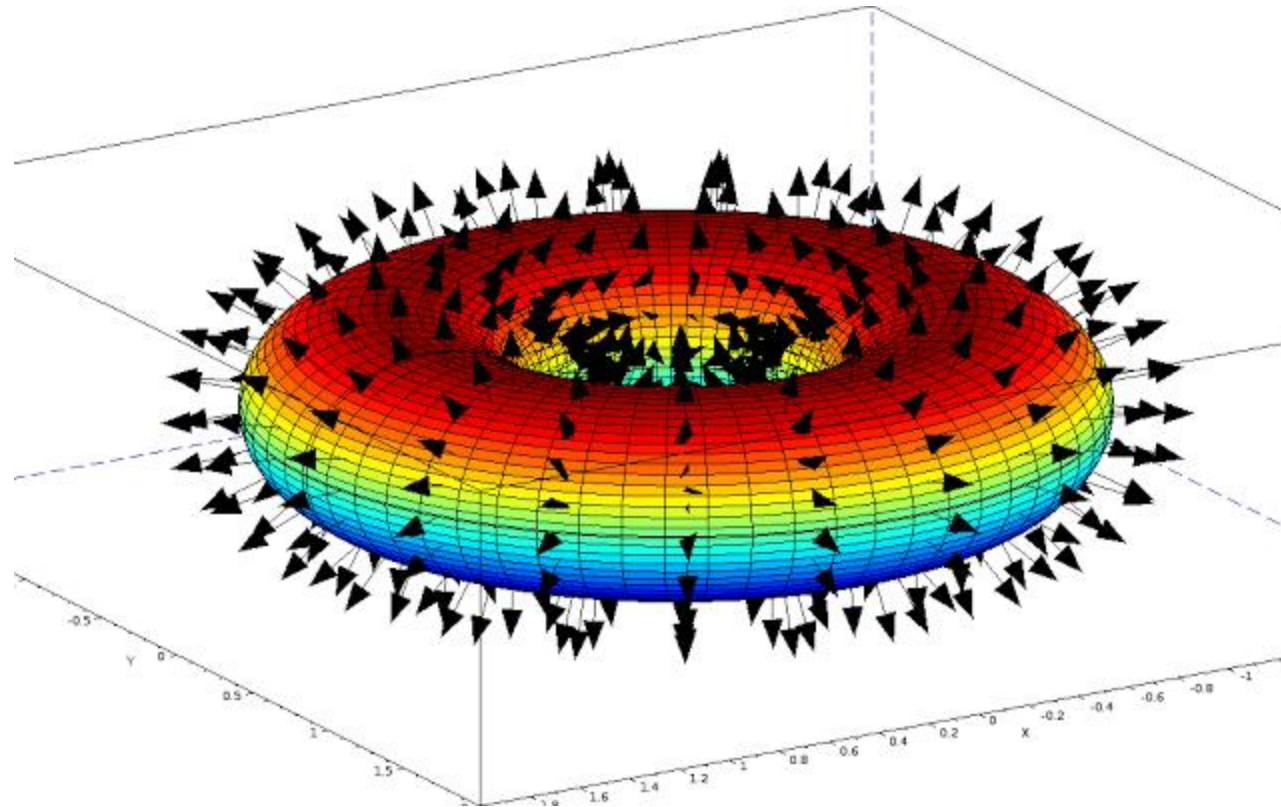
UNE VALENCE



L'ORIENTABILITÉ



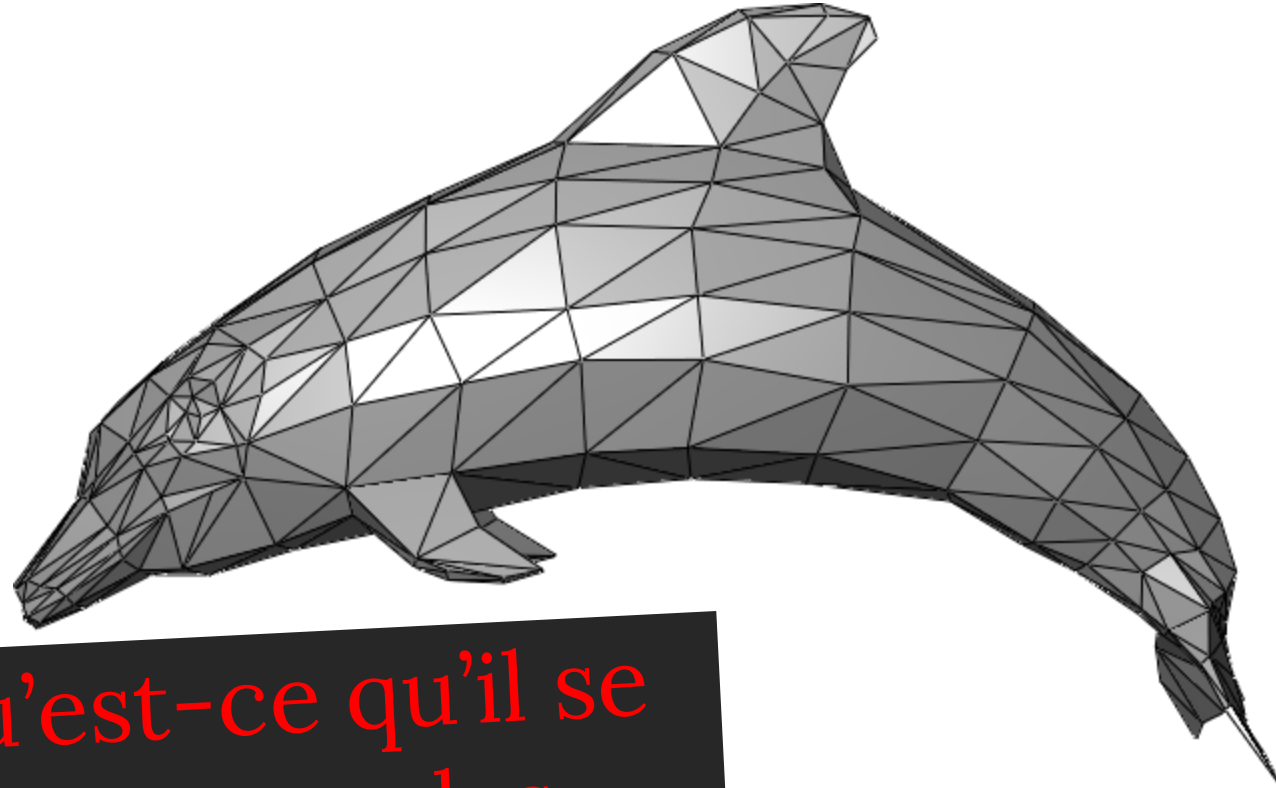
UNE DÉFINITION D'UNE SURFACE LISSE



<https://lh3.googleusercontent.com/-njXPH7NSX5c/VV4PXu54n9I/AAAAAAAAAJM/m6TGg3ZVKGE/w640-h400-p->

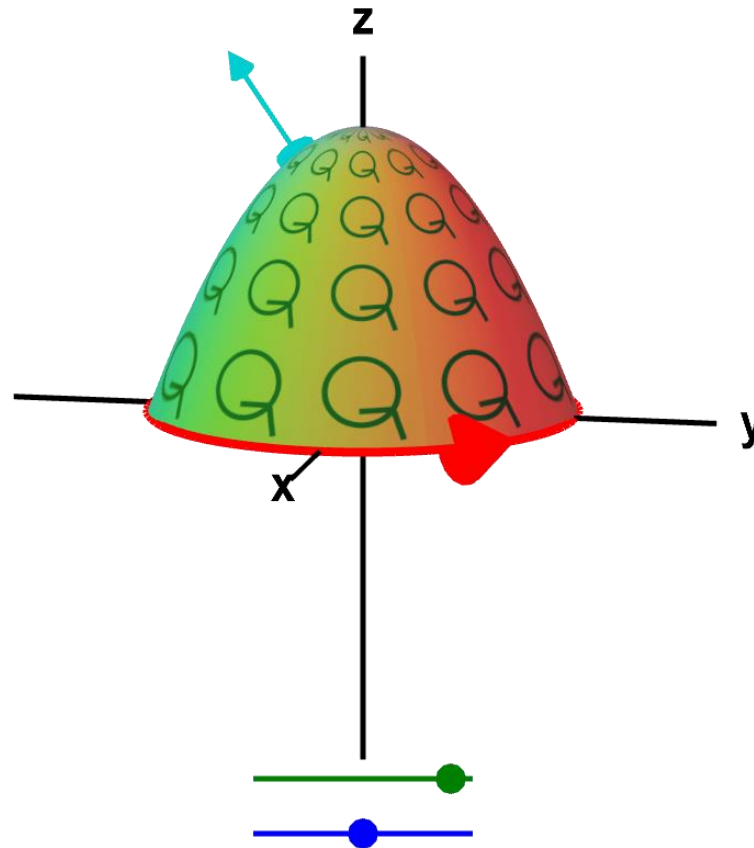
Un champ continu de vecteurs normaux

UN PROBLÈME SUR LES MAILLAGES

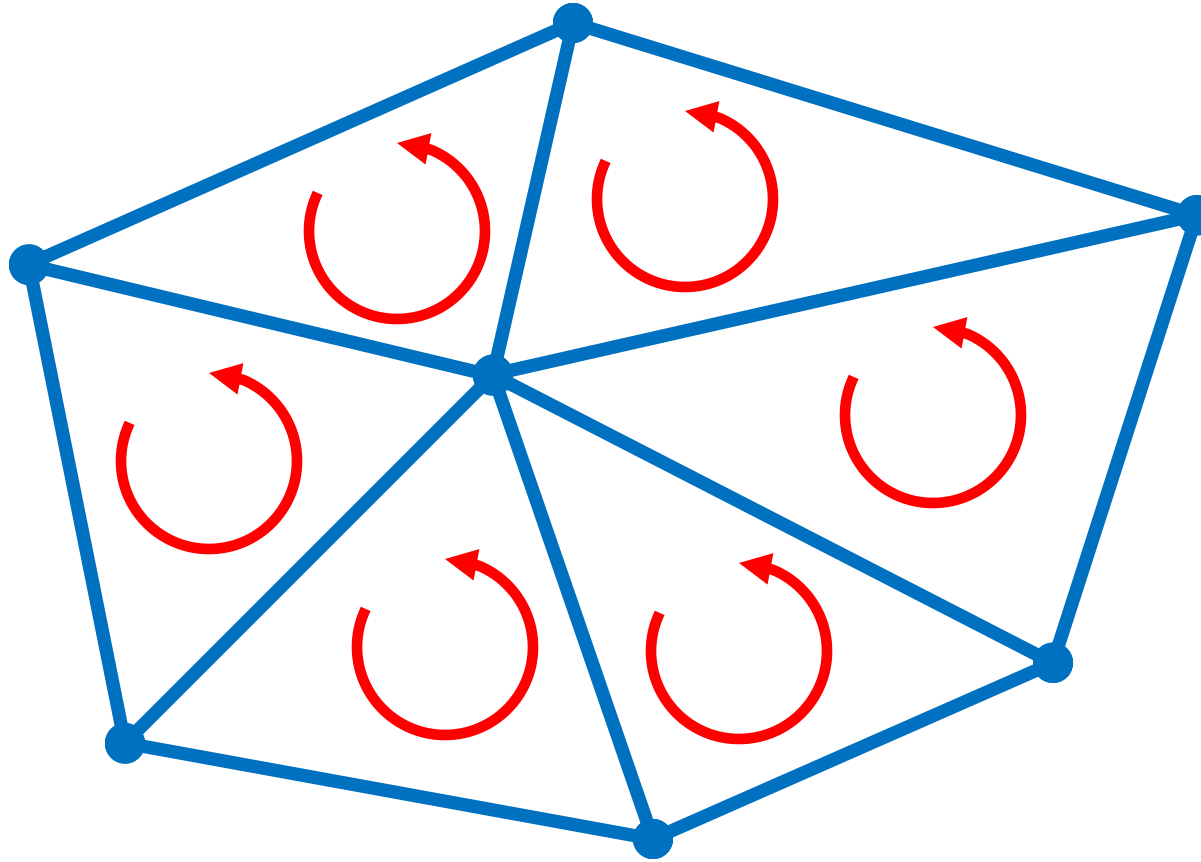


Qu'est-ce qu'il se
passe sur les
sommets?

LA RÈGLE DE LA MAIN DROITE



L'ORIENTABILITÉ DISCRÈTE



Un champ de normales n'est pas continu

LES STRUCTURES DE DONNÉES

**Doivent représenter la
géométrie et la
topologie.**

LES STRUCTURES DE DONNÉES POUR LES MAILLAGES

- *Triangle soup*
- La structure de sommets partagés
- La matrice d'adjacence
- La structure de *half-edge*

“Triangle soup”

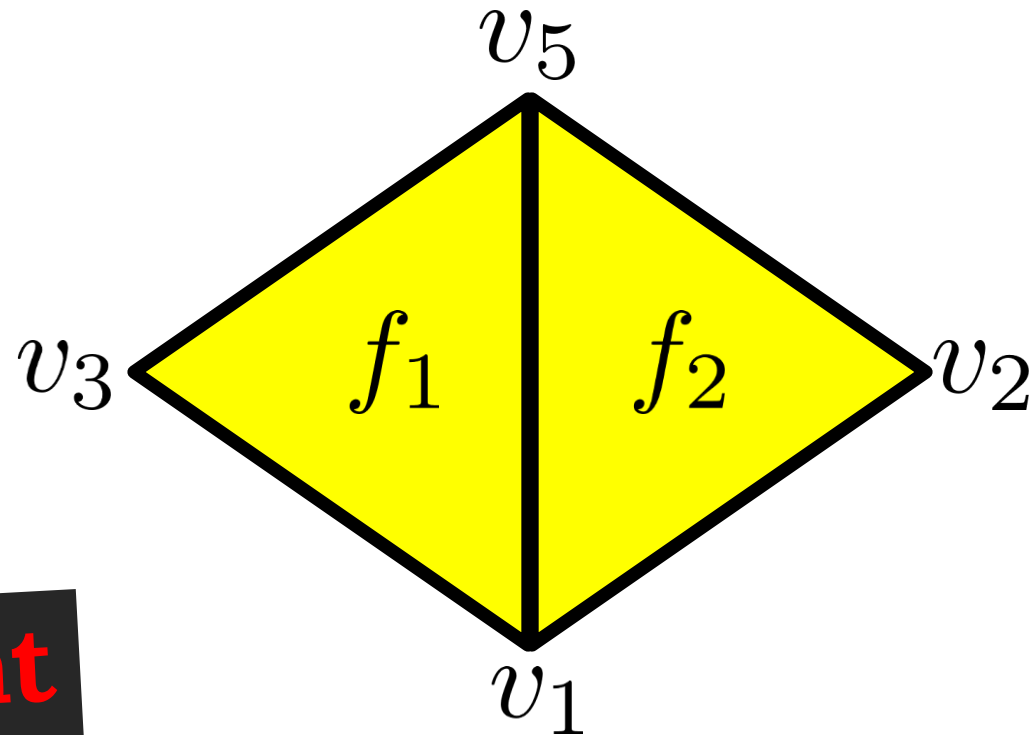
x1 y1 z1 / x2 y2 z2 / x3 y3 z3
x1 y1 z1 / x2 y2 z2 / x3 y3 z3
x1 y1 z1 / x2 y2 z2 / x3 y3 z3
x1 y1 z1 / x2 y2 z2 / x3 y3 z3
x1 y1 z1 / x2 y2 z2 / x3 y3 z3

**Aucune
topologie!**

La structure de sommets partagés

```
f 1 5 3  
f 5 1 2  
...  
v 0.2 1.5 3.2  
v 5.2 4.1 8.9  
...
```

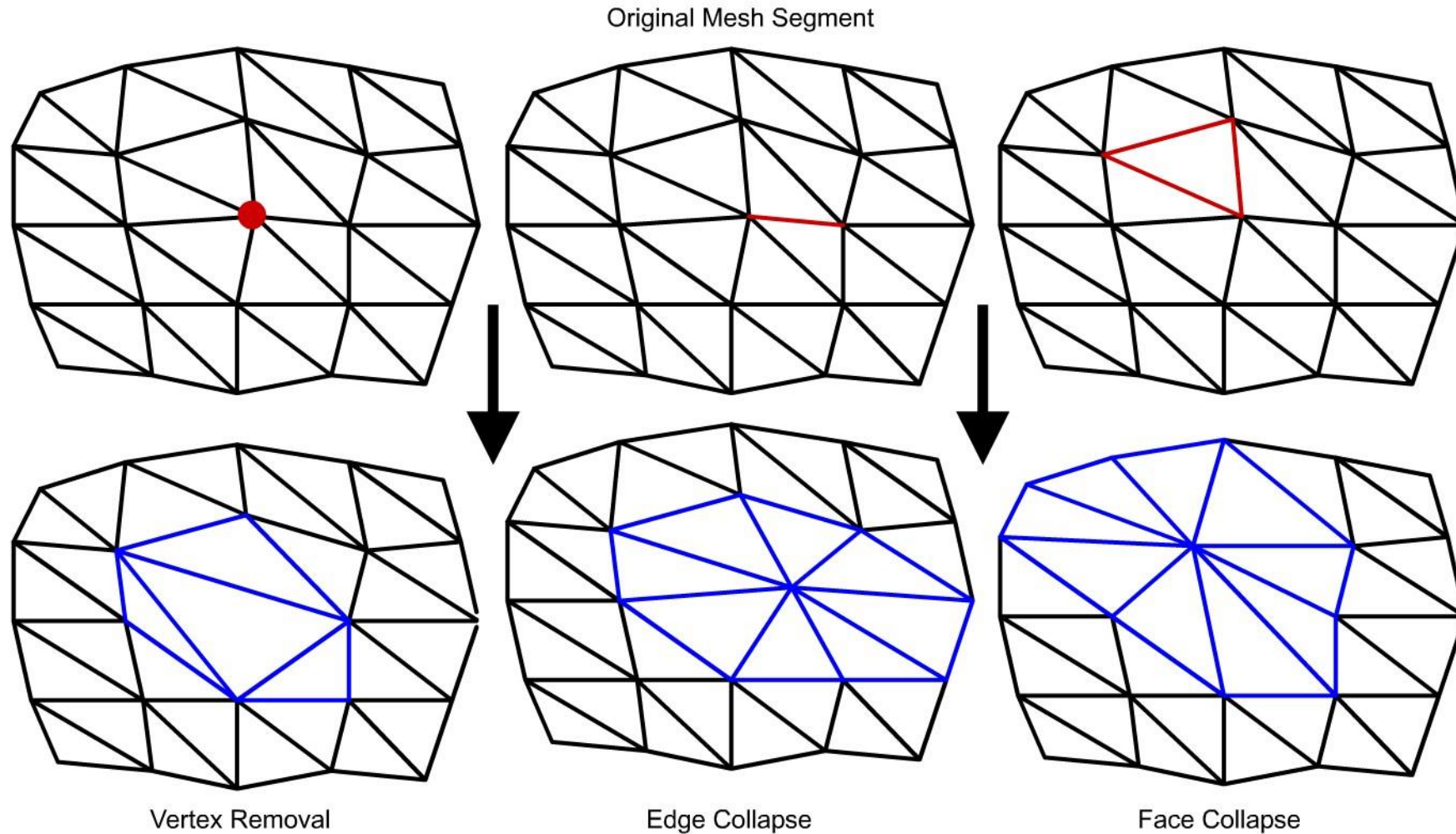
.obj format



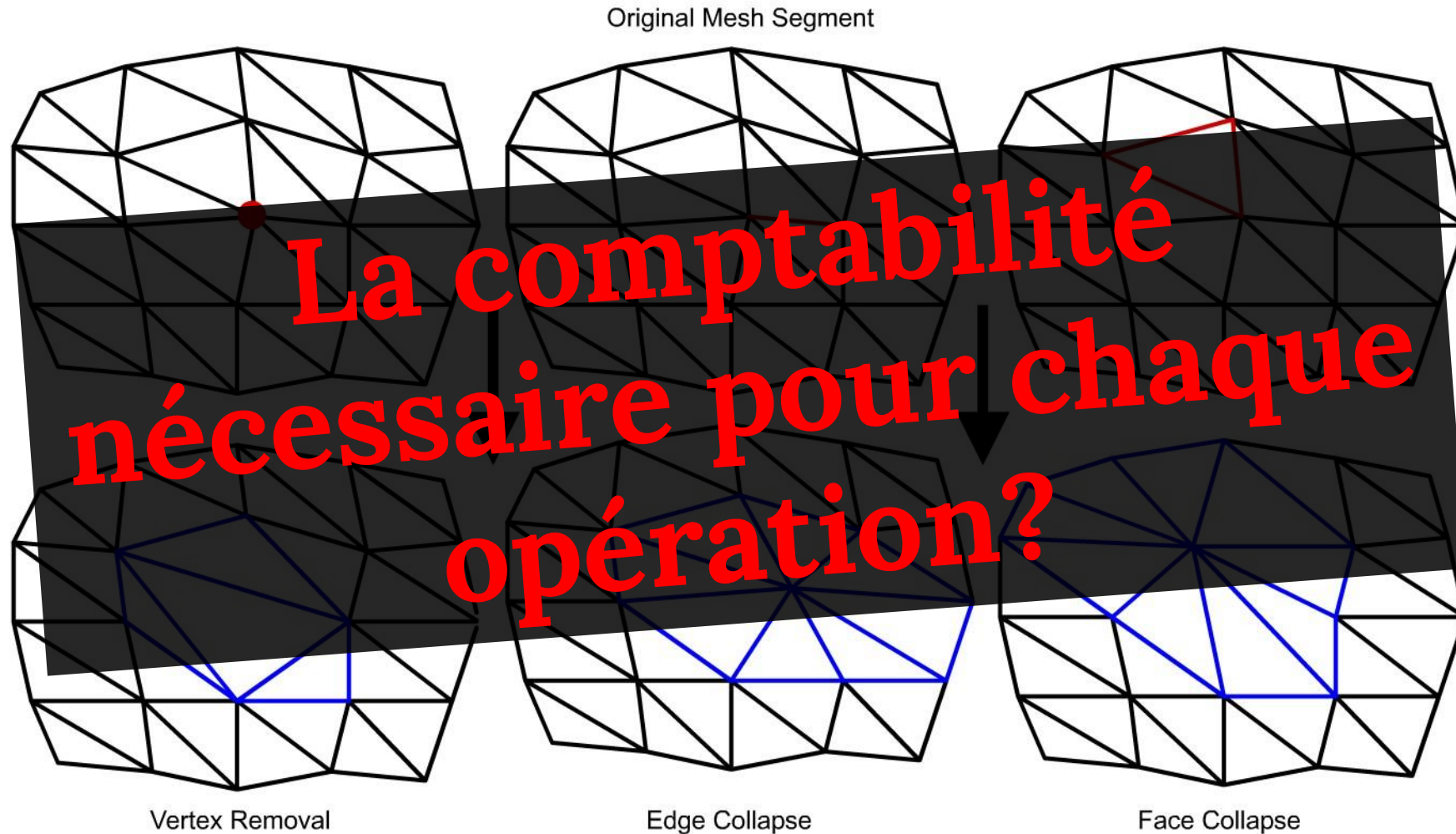
Un lissage simple de maillages

```
for i=1 to n
  for each vertex v
    v = .5*v +
      .5*(average of neighbors) ;
```

Les opérations topologiques



Les opérations topologiques



Les questions typiques

- Les sommets voisins d'un sommet
- Les triangles voisins d'un segment
- Les segments incidents à un sommet
- Les segments incidents à un triangle
- ...

Les questions typiques

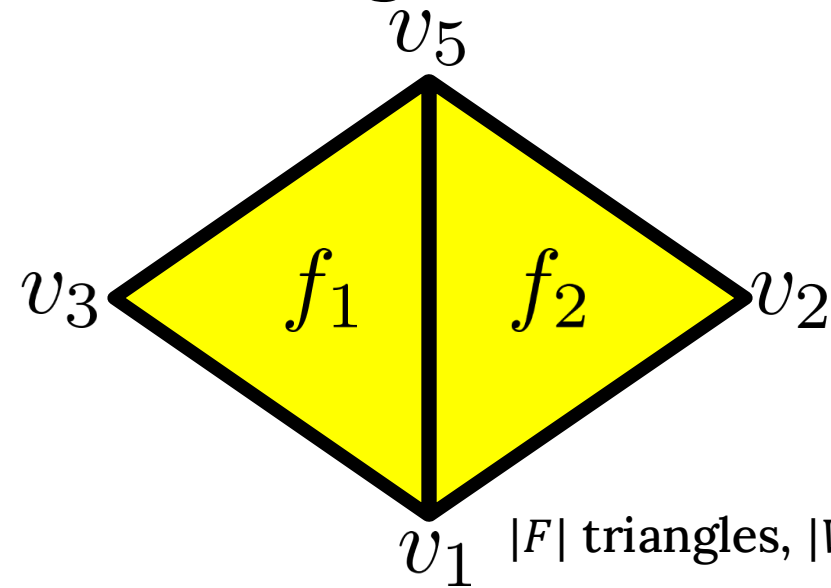
- Les sommets **voisins** d'un sommet
- Les triangles **voisins** d'un segment
- Les segments **incidents** à un sommet
- Les segments **incidents** à un triangle
- ...

La complexité: La structure de sommets partagés

- Les sommets voisins d'un sommet
- Les triangles voisins d'un segment
- Les segments
- Les segments incidents à un triangle

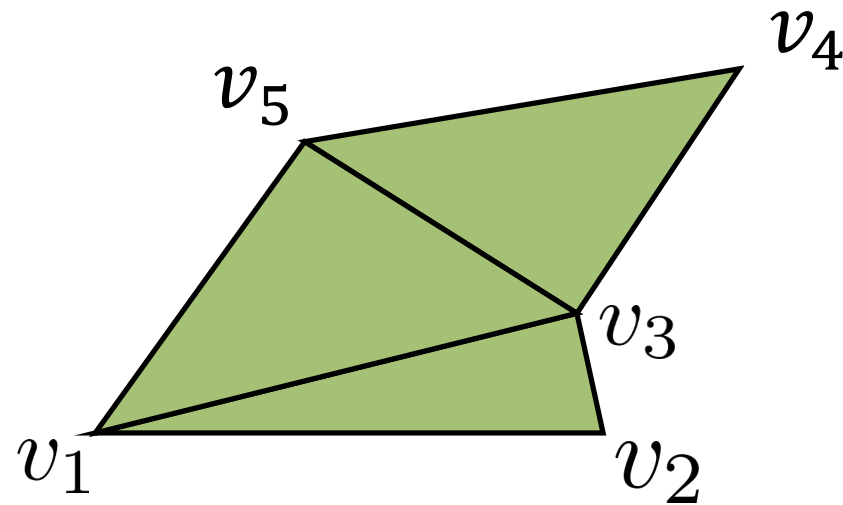
Complexité en espace?

```
f 1 5 3
f 5 1 2
...
v 0.2 1.5 3.2
v 5.2 4.1 8.9
...
```



La matrice d'adjacence

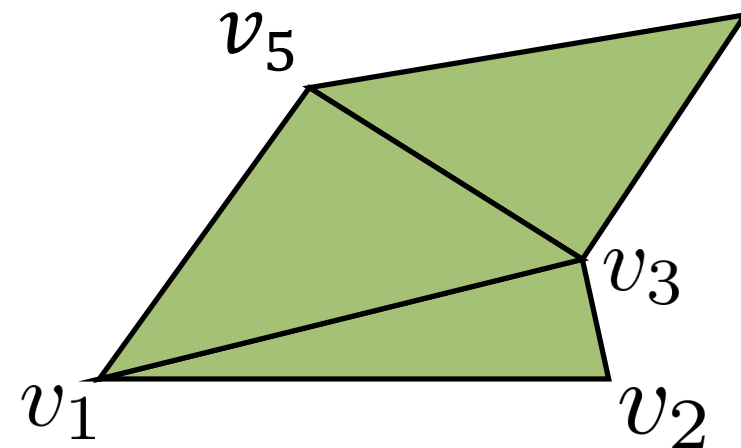
	1	2	3	4	5
1		1	1		1
2	1		1		
3	1	1		1	1
4			1		1
5	1		1	1	



La complexité: La matrice d'adjacence

- Les sommets voisins d'un sommet
- Les triangles voisins d'un segment
- Les segments incidents à un sommet
- Les segments incidents à un triangle

	1	2	3	4	5
1		1	1		1
2	1		1		
3	1	1		1	1
4			1		1
5	1		1	1	



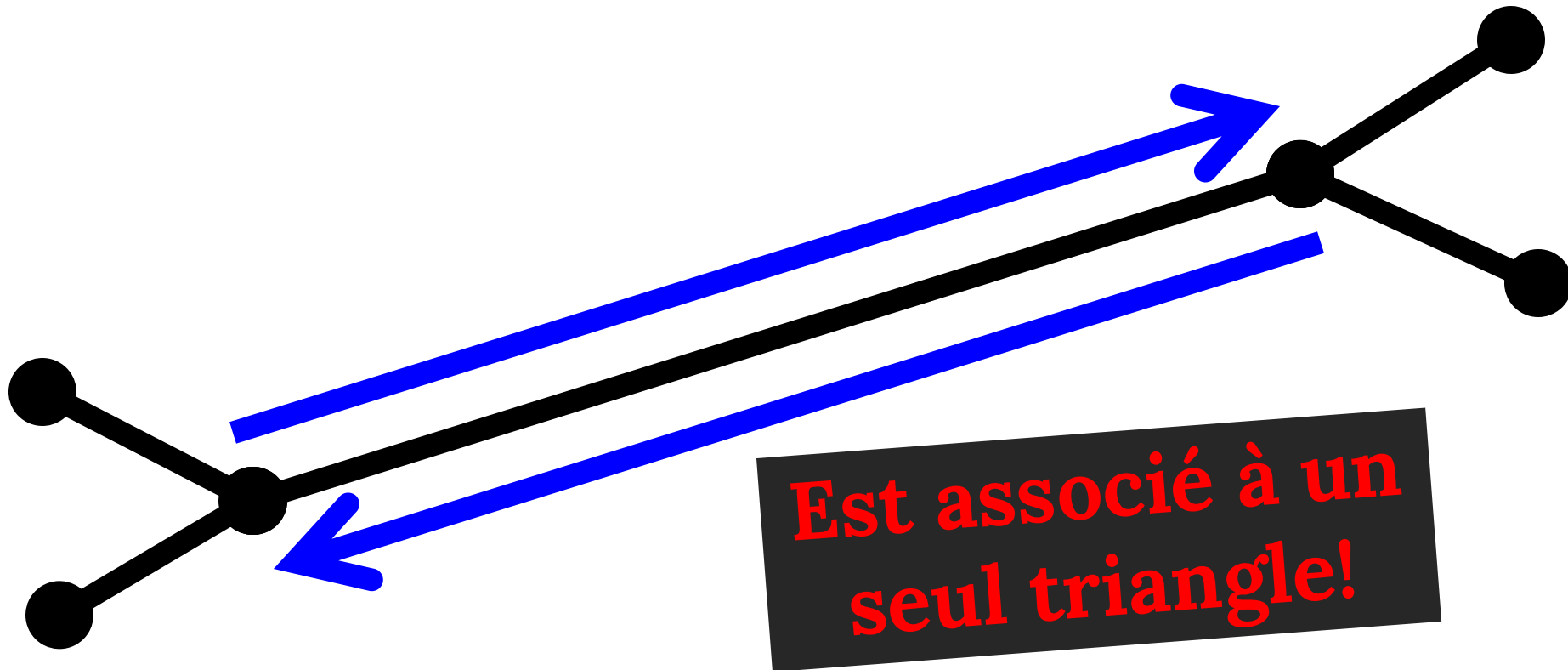
$|F|$ triangles, $|V|$ sommets

Les pièces de la structure *half-edge*

- **Sommets**
- **Triangles**
- *Half-edges*

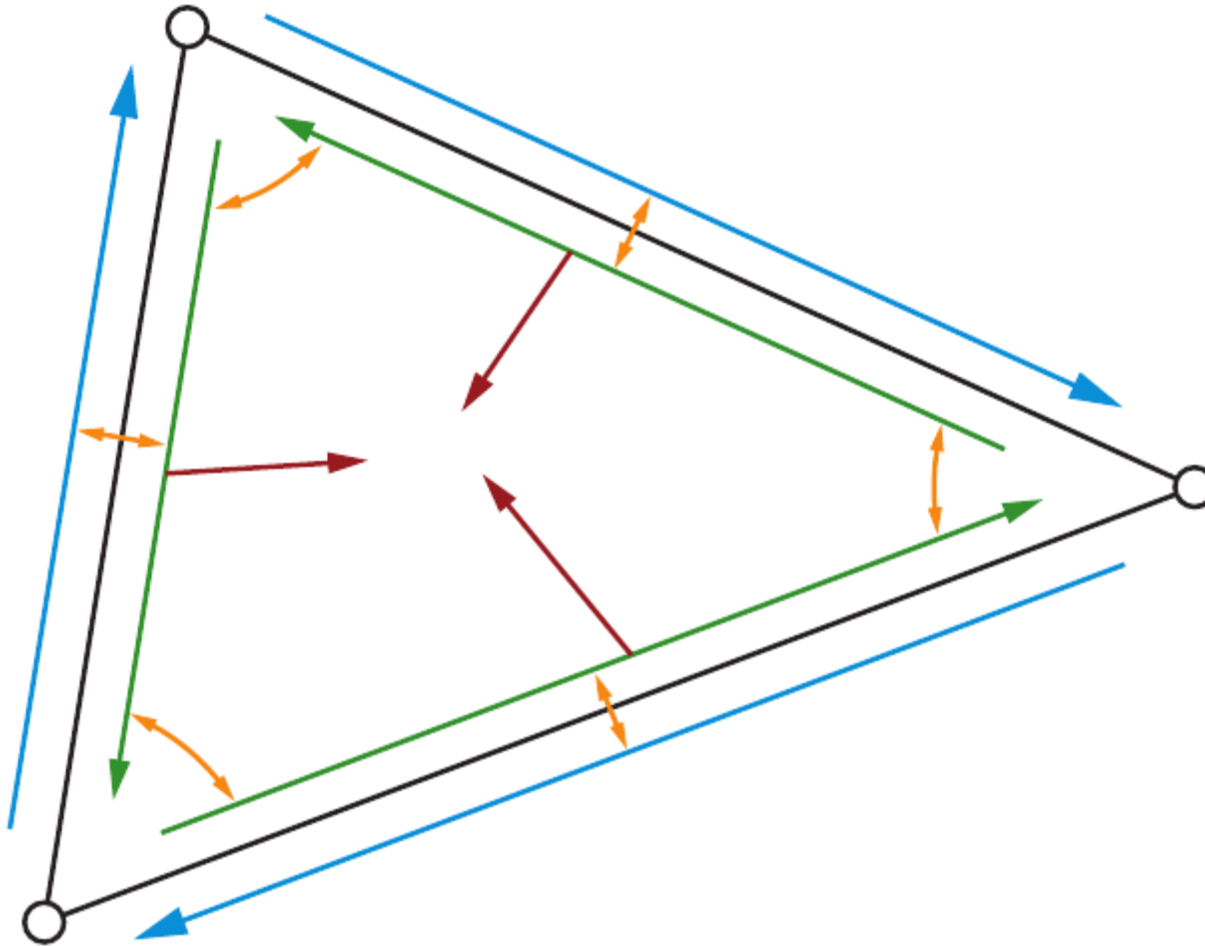
La structure spéciale pour les maillages

Half-edge?



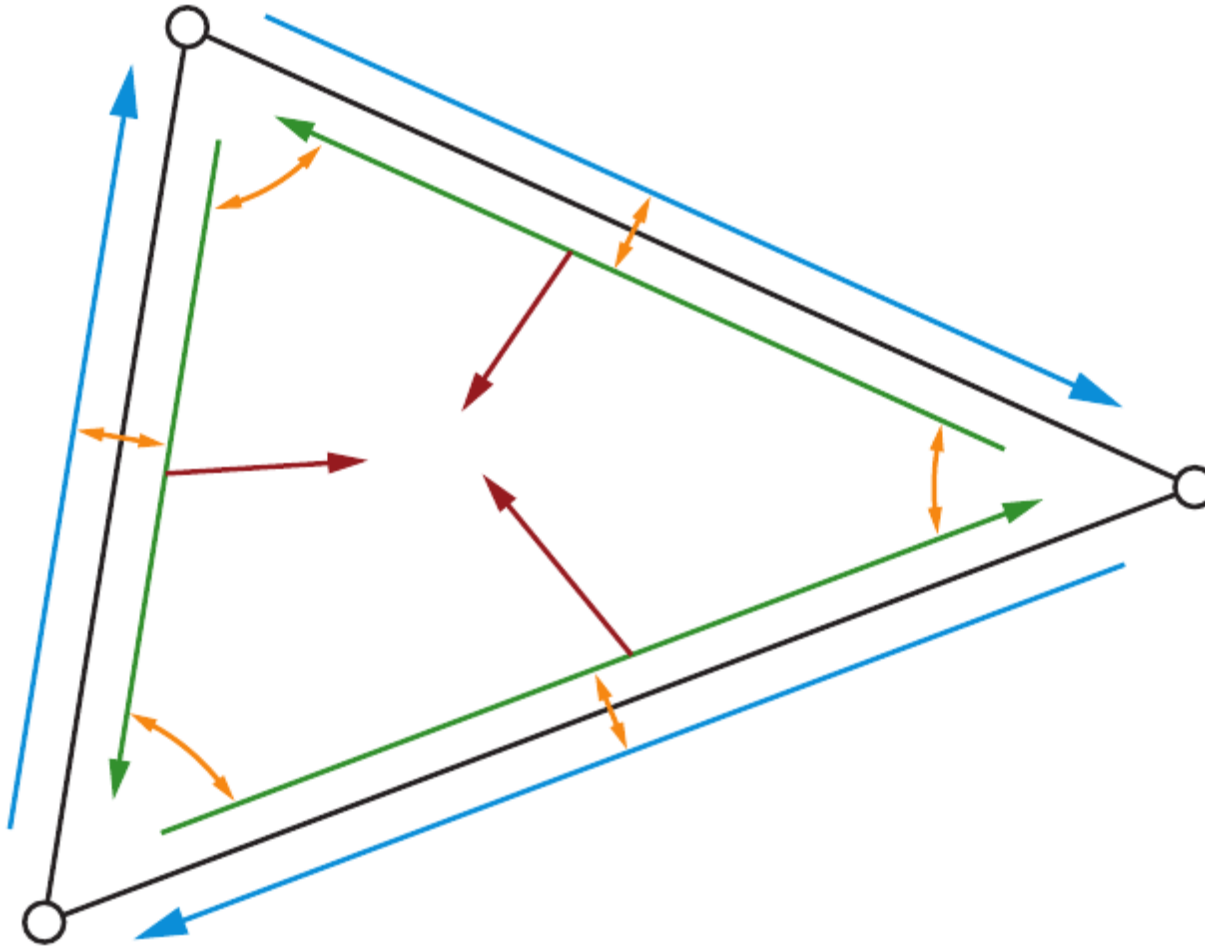
Un segment orienté

Le type de données: *Half-edge*



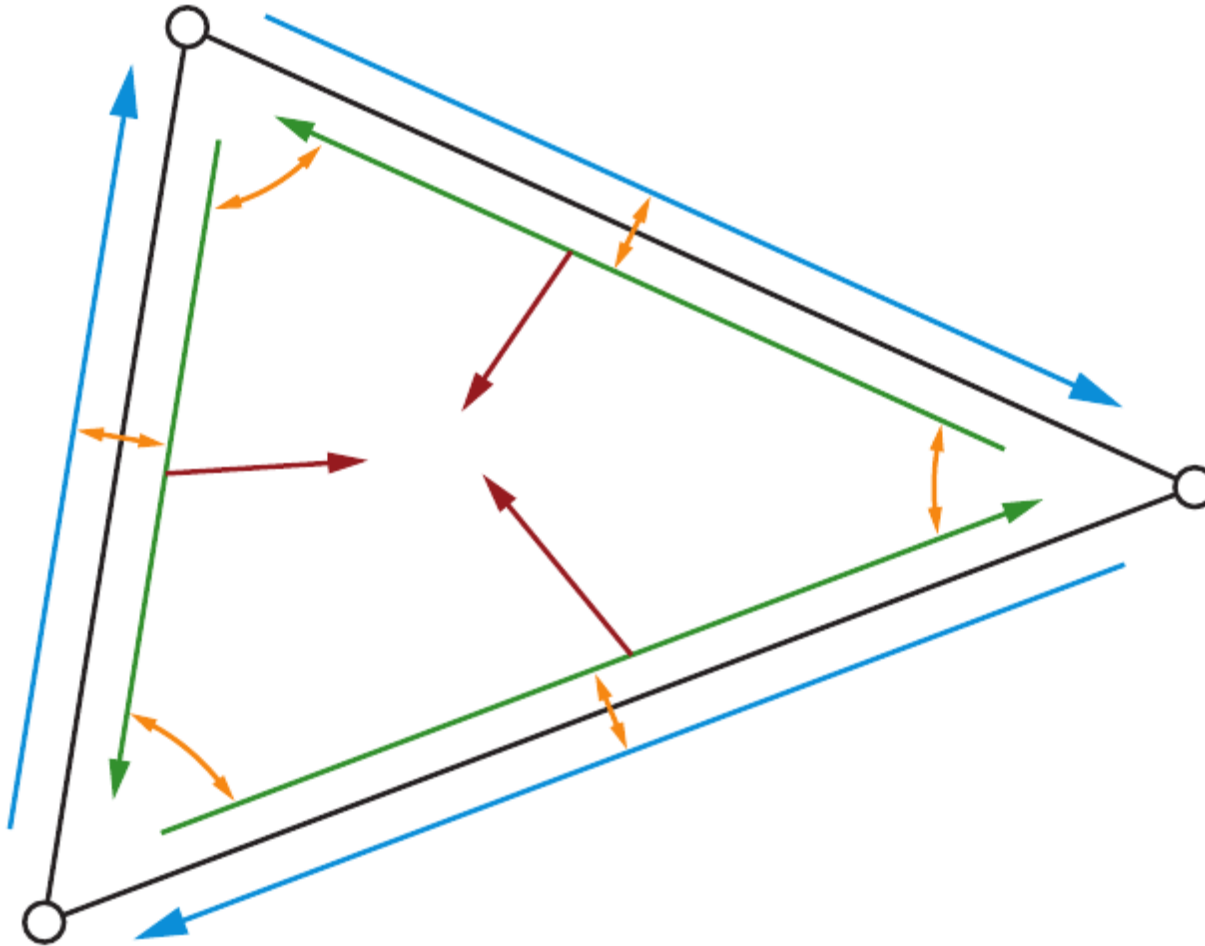
- Un sommet stocke:**
- N'importe quel segment sortant

Le type de données: *Half-edge*



- Un triangle** stocke:
- N'importe quel *half-edge* adjacent

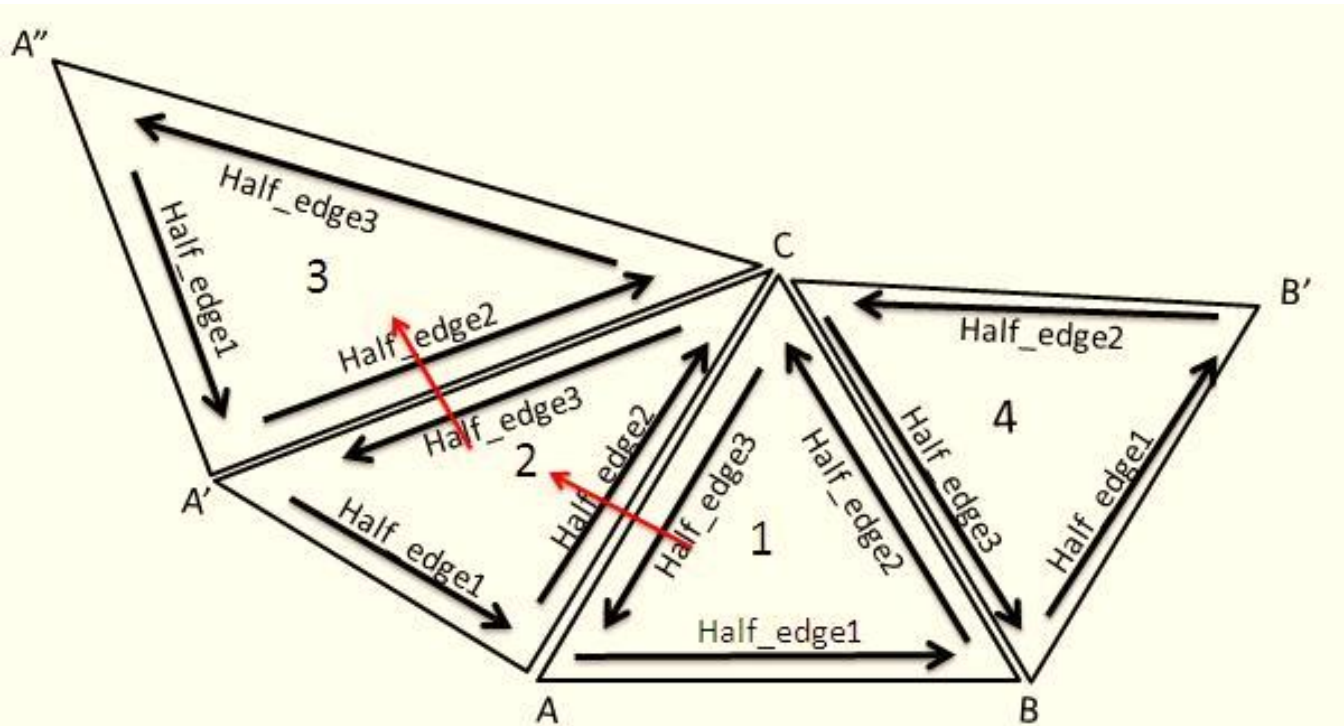
Le type de données: *Half-edge*



Un *half-edge* stocke:

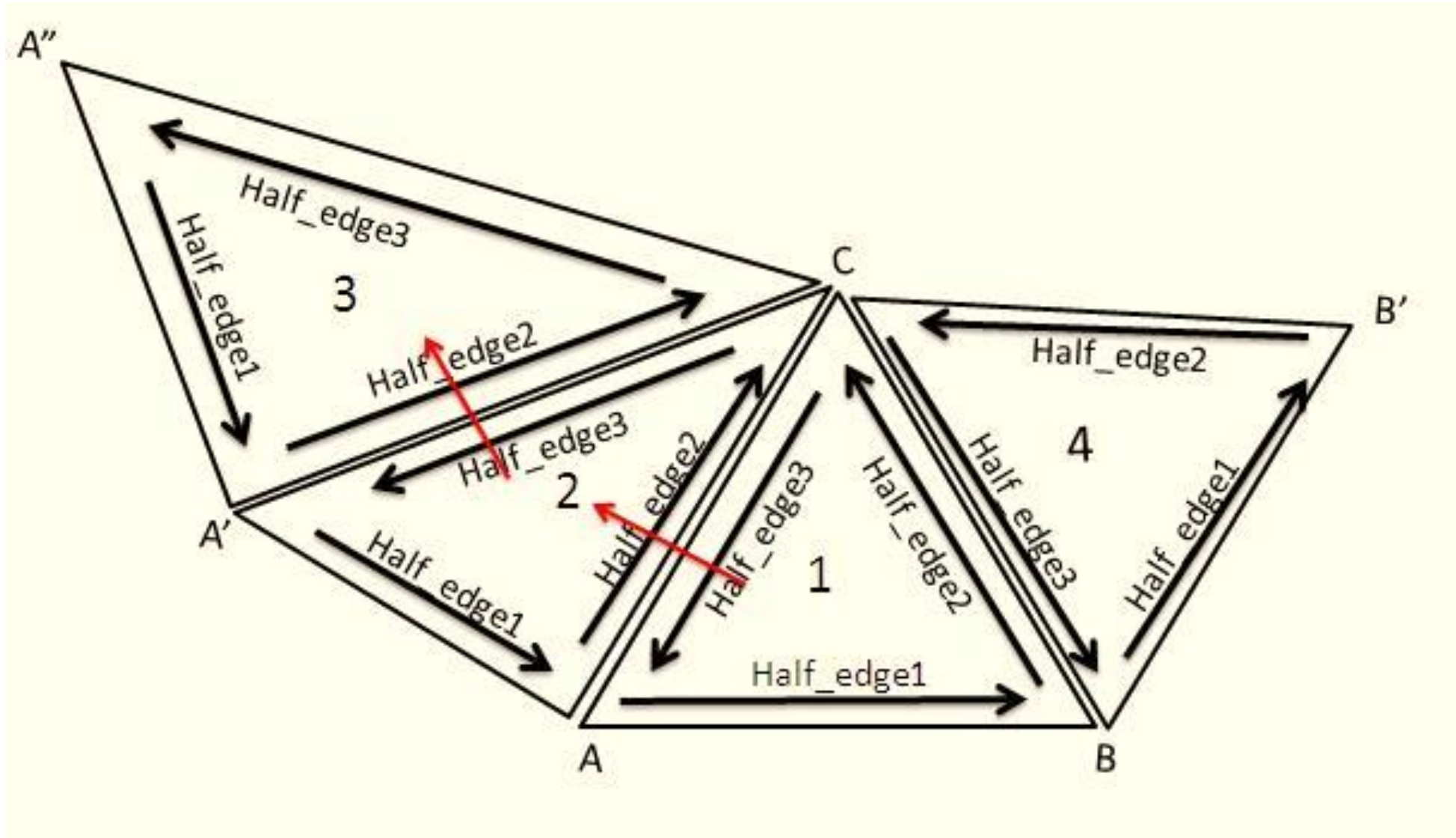
- Le flip
- Le prochain
- Le triangle
- Le sommet

Traverser les voisins d'un sommet



```
Iterate(v) :  
startEdge = v.out;  
e = startEdge;  
do  
    process(e.flip.from)  
    e = e.flip.next  
while e != startEdge
```


Traverser les voisins d'un triangle?



À retenir

Les structures
simples

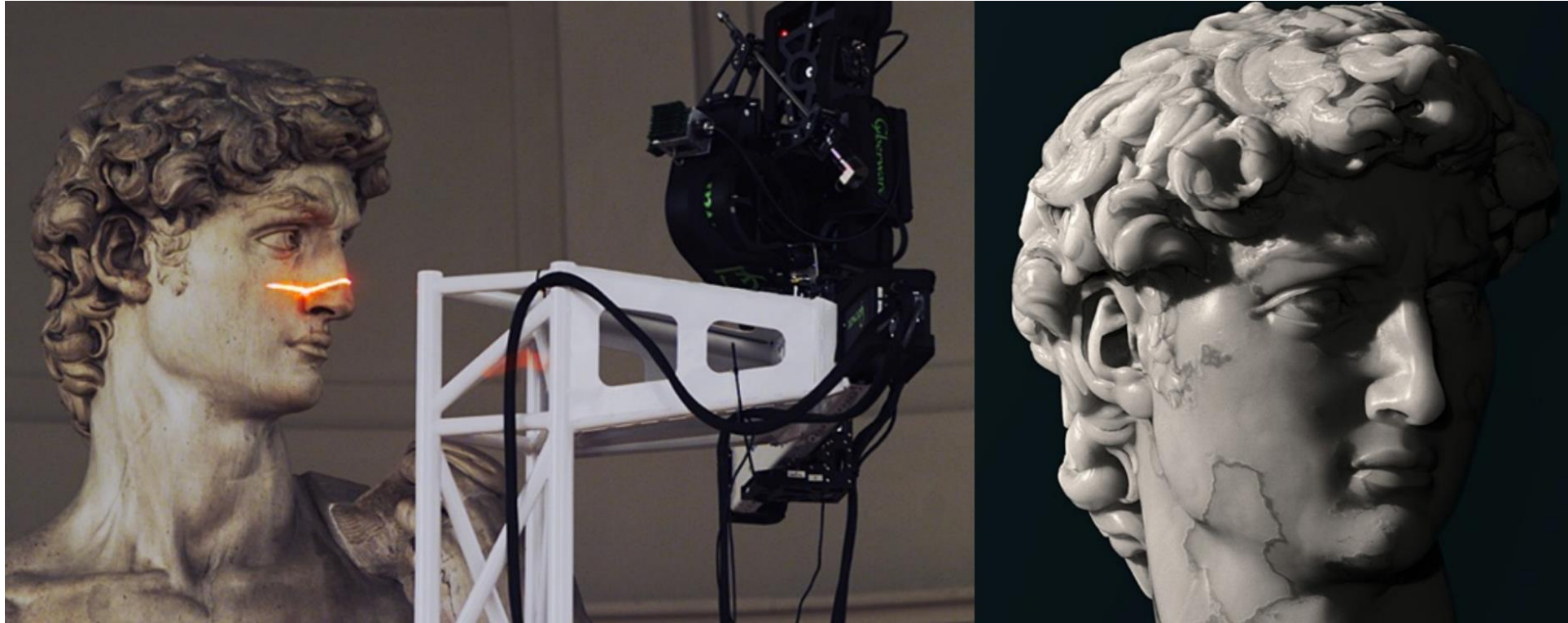
Les structures
complexes



- Moins de mémoire
- Les opérations moins efficaces

- Plus de mémoire
- Les opérations plus efficaces

Application: Reconstruction 3D



Application: Reconstruction 3D

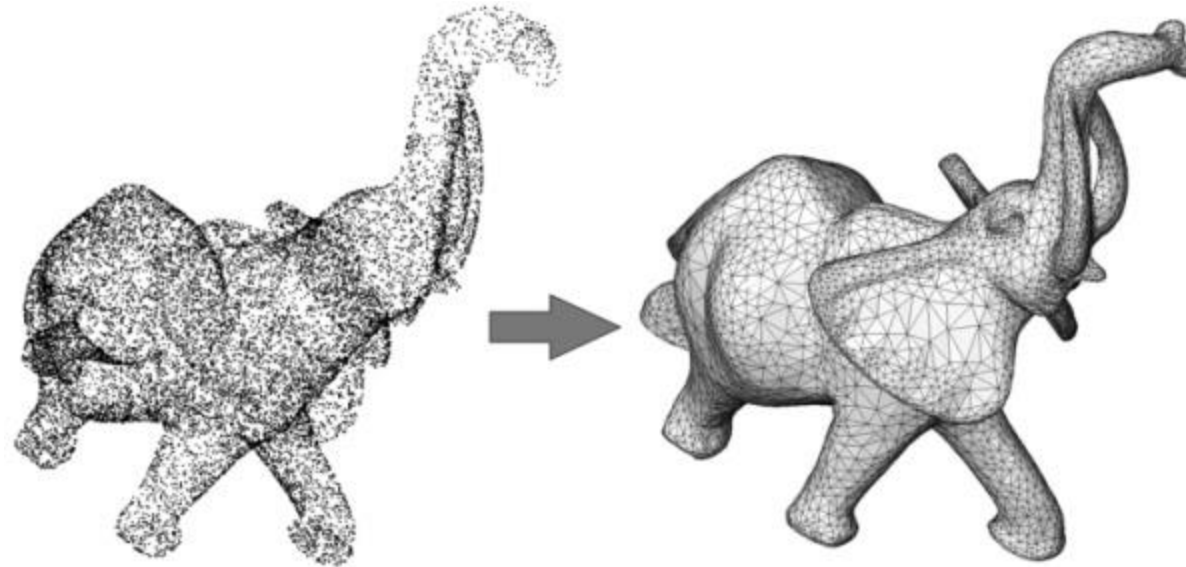
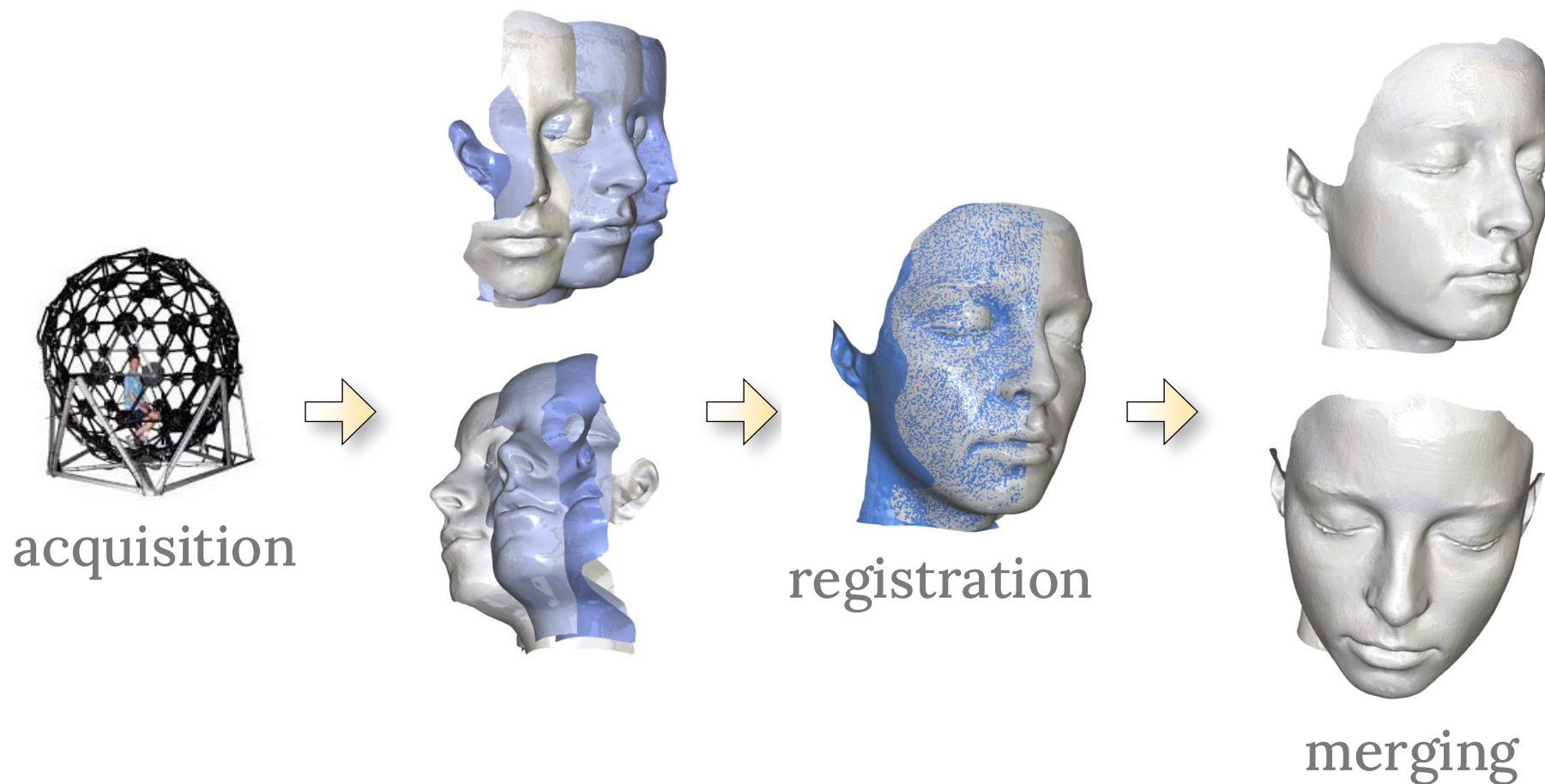


Image from https://doc.cgal.org/latest/Poisson_surface_reconstruction_3/index.html

Application: Reconstruction 3D



Data provided by Paramount Pictures and Aguru Images

Application: Déformation de maillages



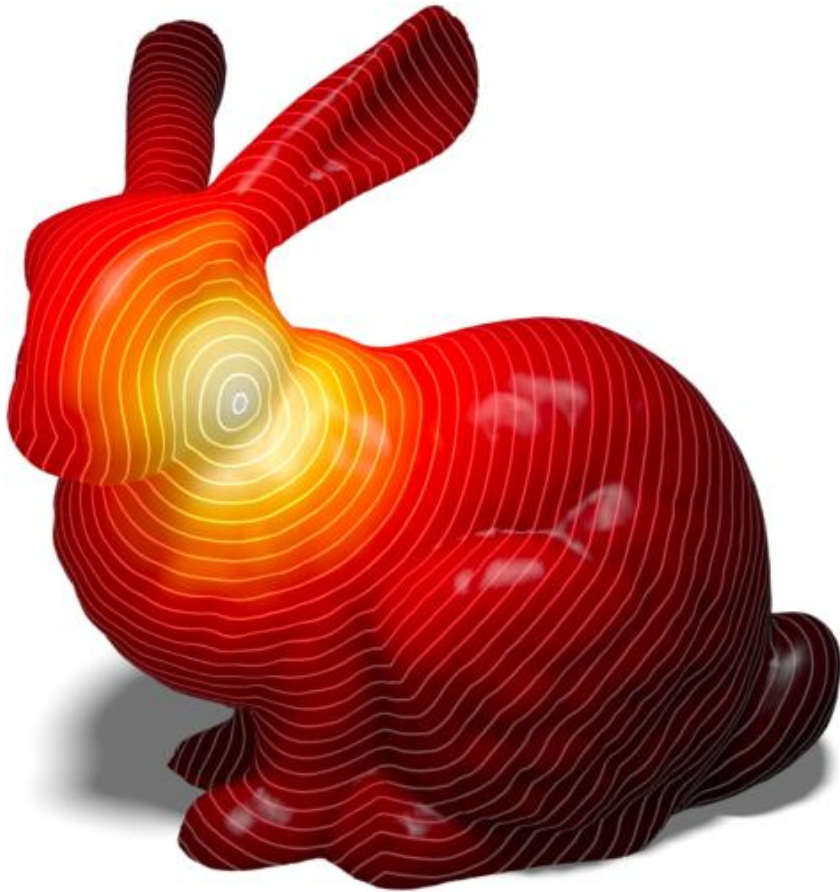
Pourquoi?

- Animation!
- La correction de maillages
- Déformation d'image (2D)



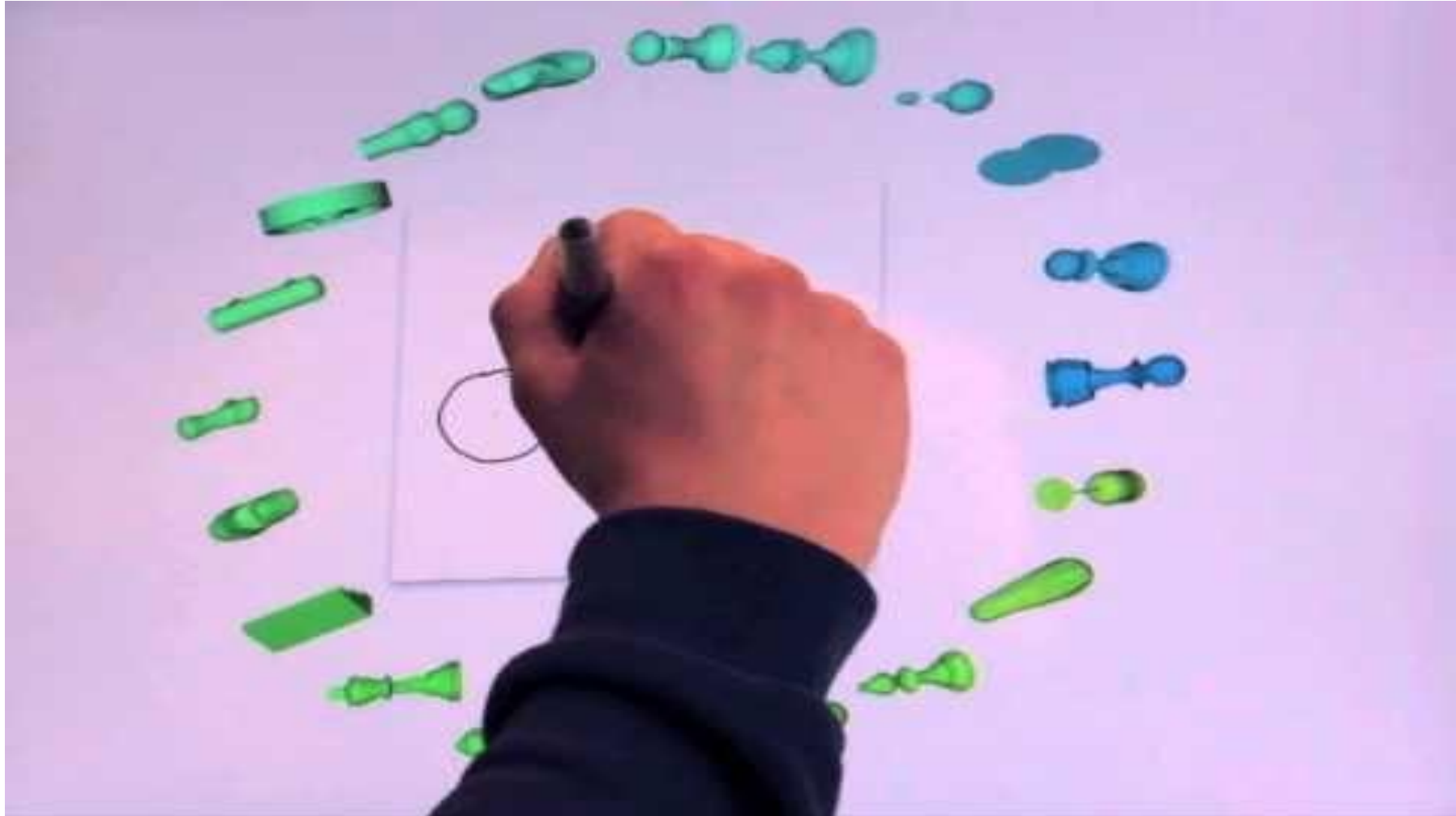
This, and many other images in this presentation are from 'Polygon Mesh Processing' textbook by Botsch et al. or their website

Application: la chaleur et des géodésiques

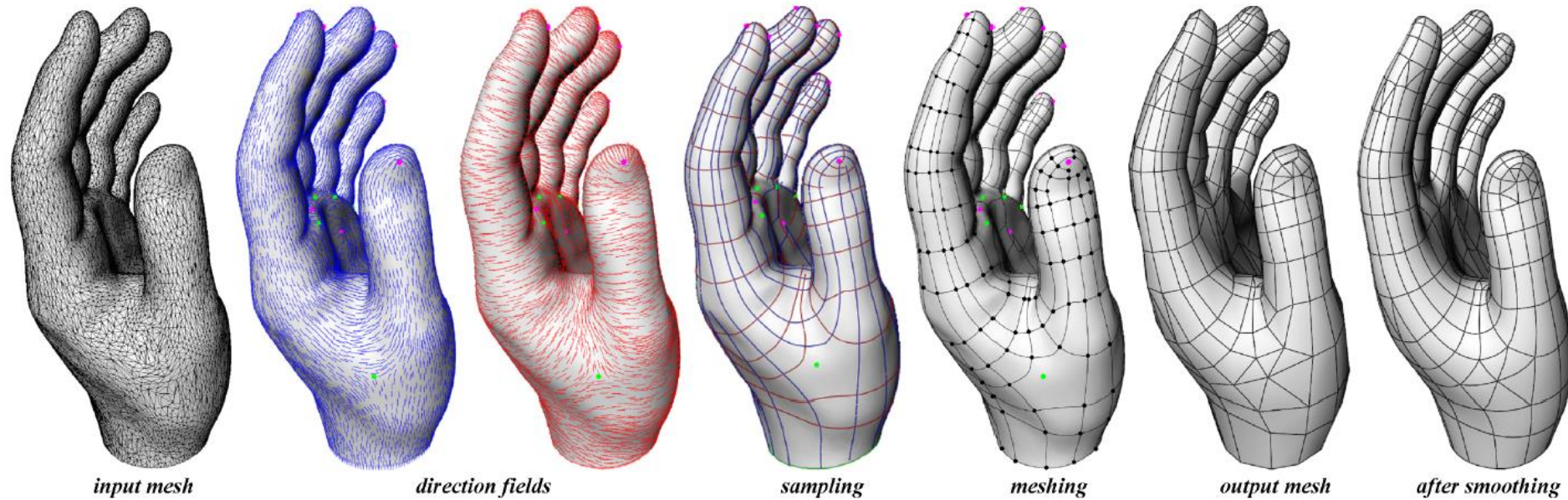


Crane, Weischedel, Wardetzky.
Geodesics in heat. TOG 2013.

Applications: Chercher



Applications: Remaillage

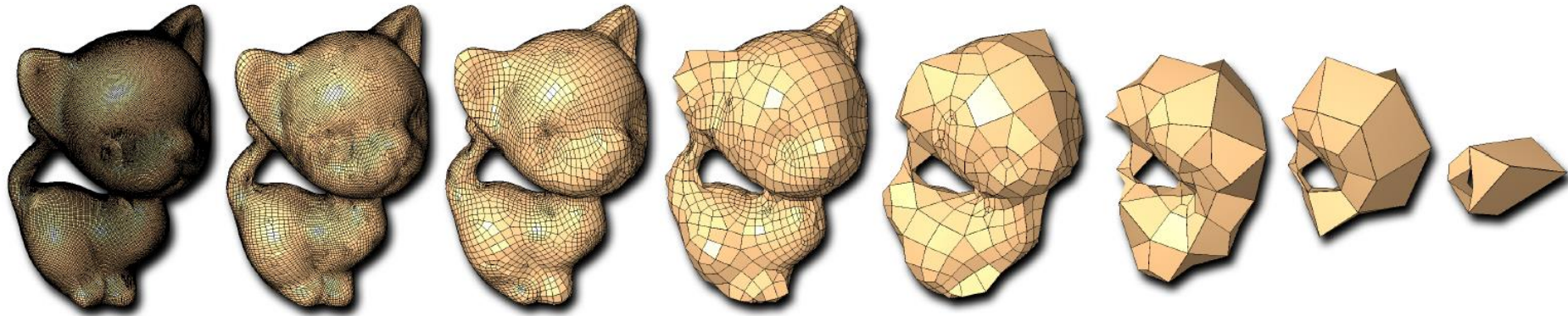


Pierre Alliez, David Cohen-Steiner, Olivier Devillers, Bruno Lévy, and Mathieu Desbrun. 2003. Anisotropic polygonal remeshing. ACM Trans. Graph. 22, 3 (July 2003)

Applications: Maillage en quadrilatères



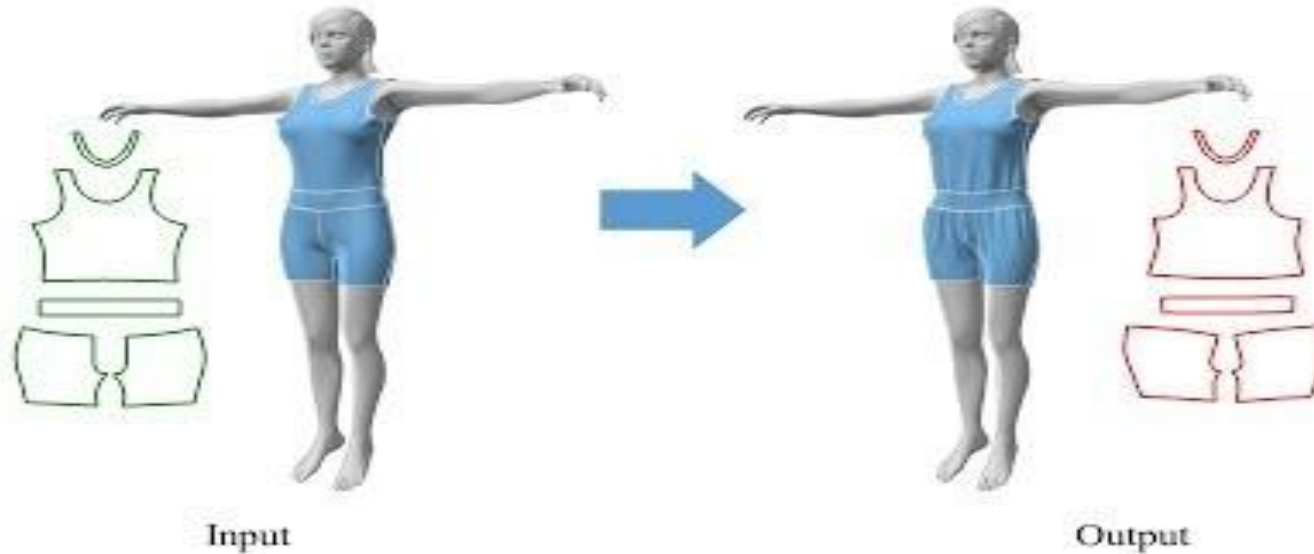
Applications: Simplification de maillages



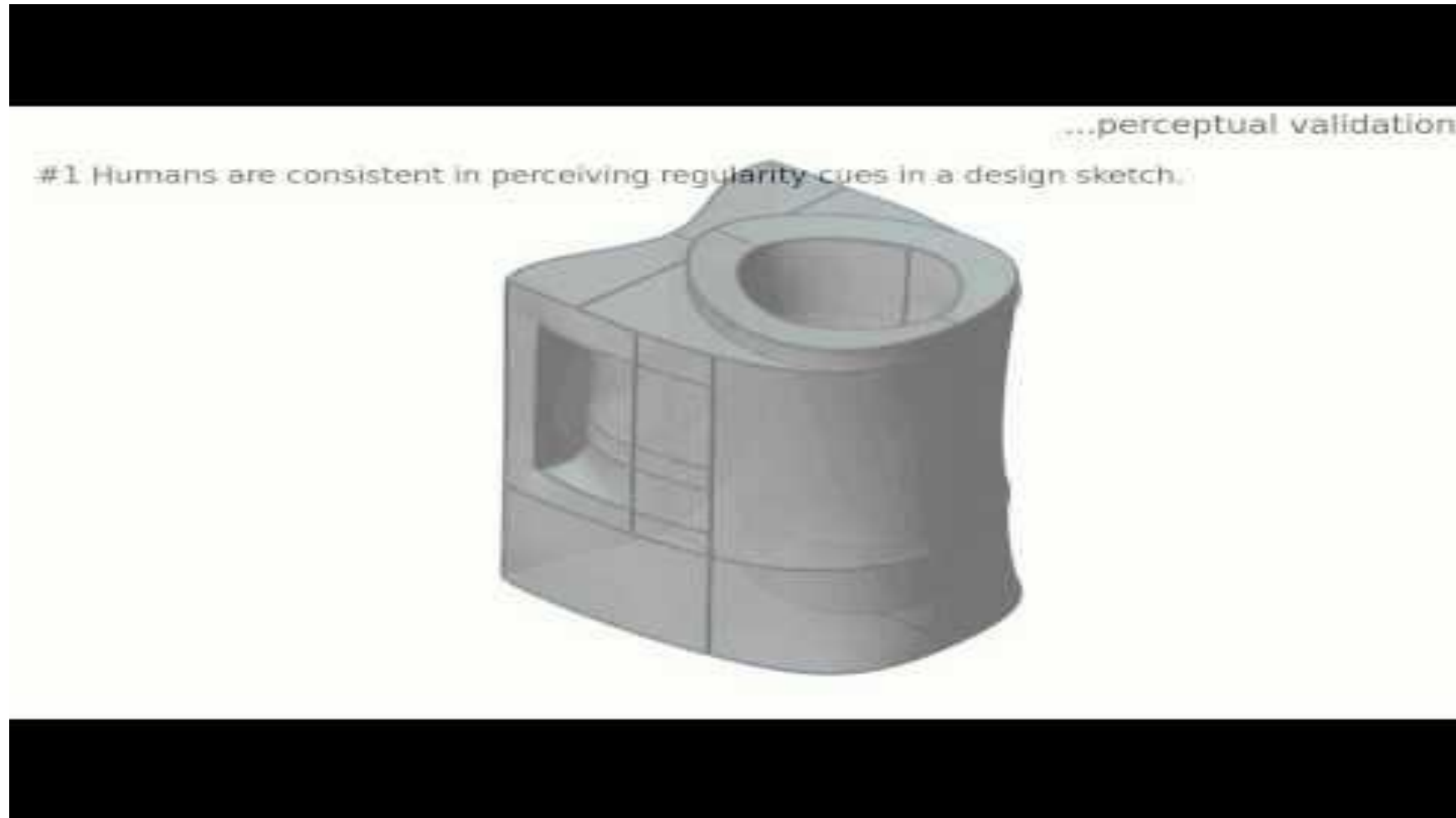
Joel Daniels, Cláudio T. Silva, Jason Shepherd, and Elaine Cohen. 2008. Quadrilateral mesh simplification. ACM Trans. Graph. 27, 5, Article 148 (December 2008)

Applications: Modélisation de vêtements

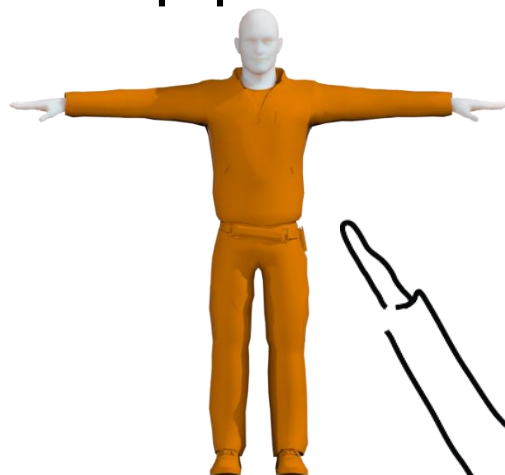
FoldSketch



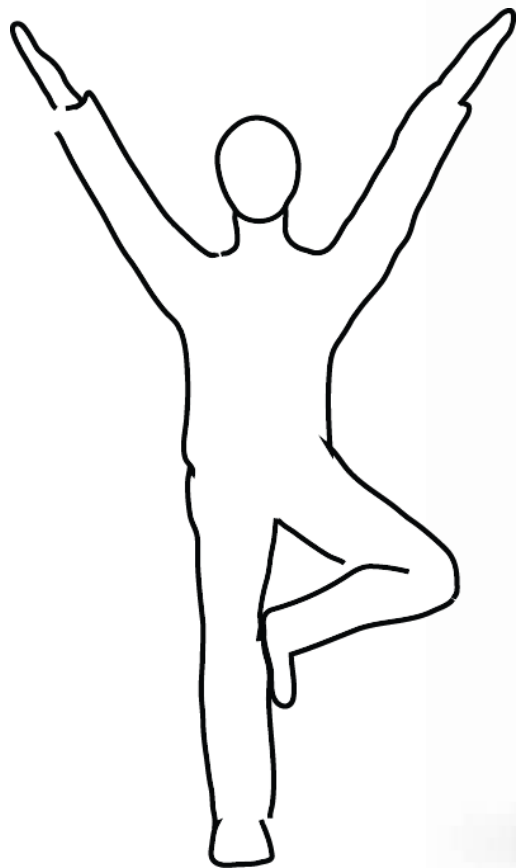
Applications: Modélisation par esquisses



Applications: Modélisation par esquisses



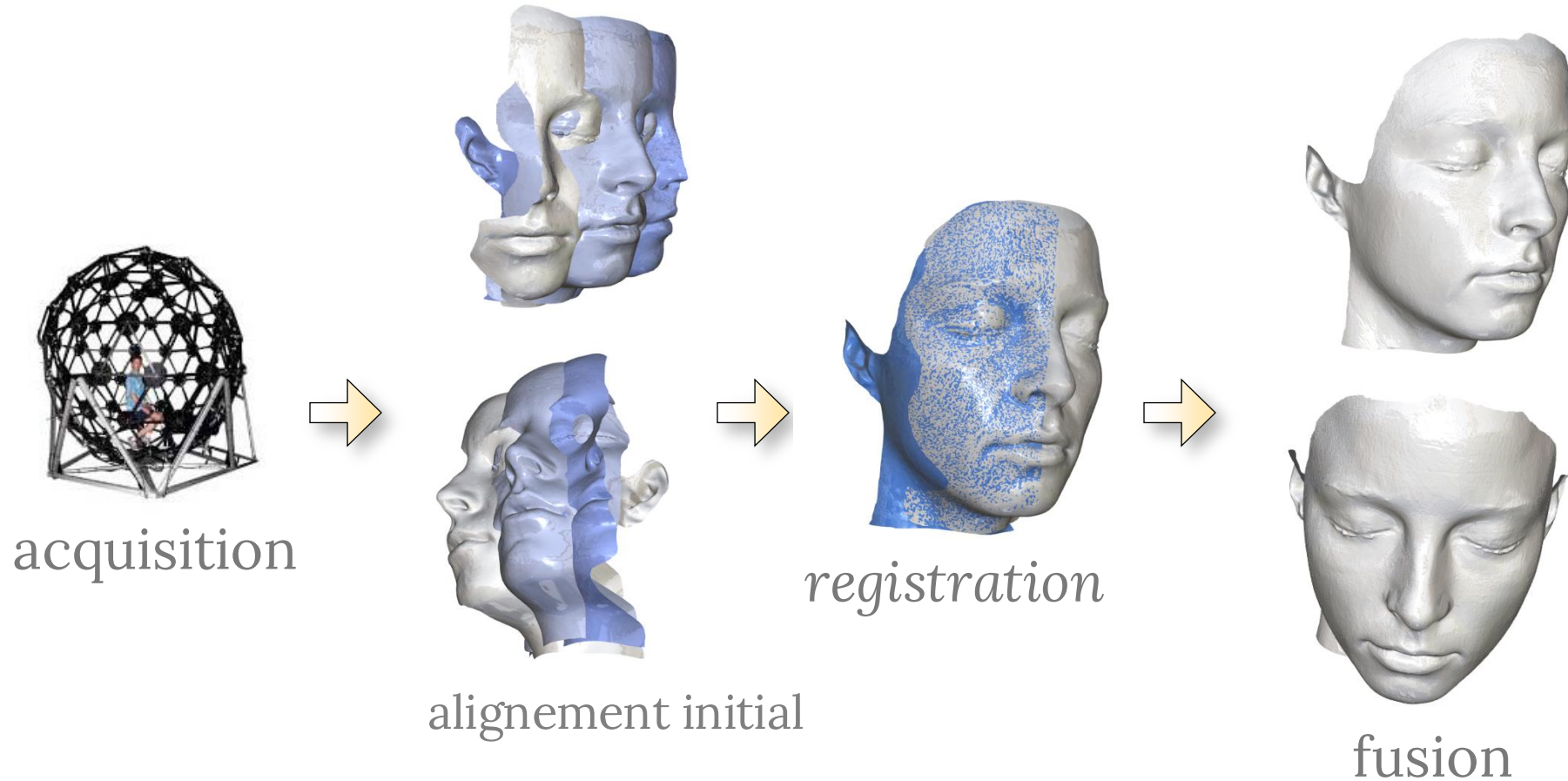
Les données en entrée:
Le modèle 3D
+ esquisse



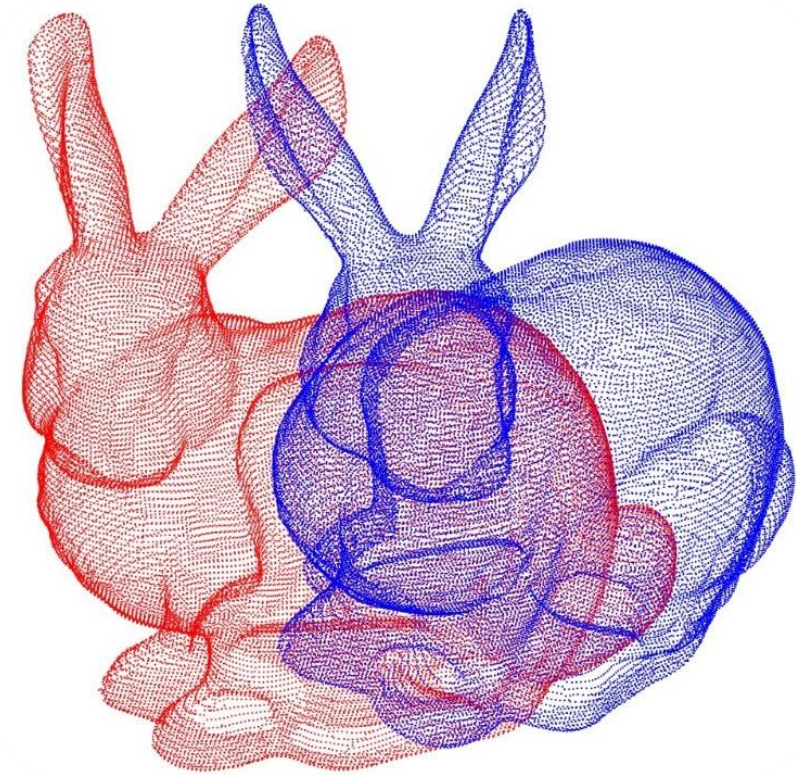
Le résultat



Pipeline de reconstruction 3D

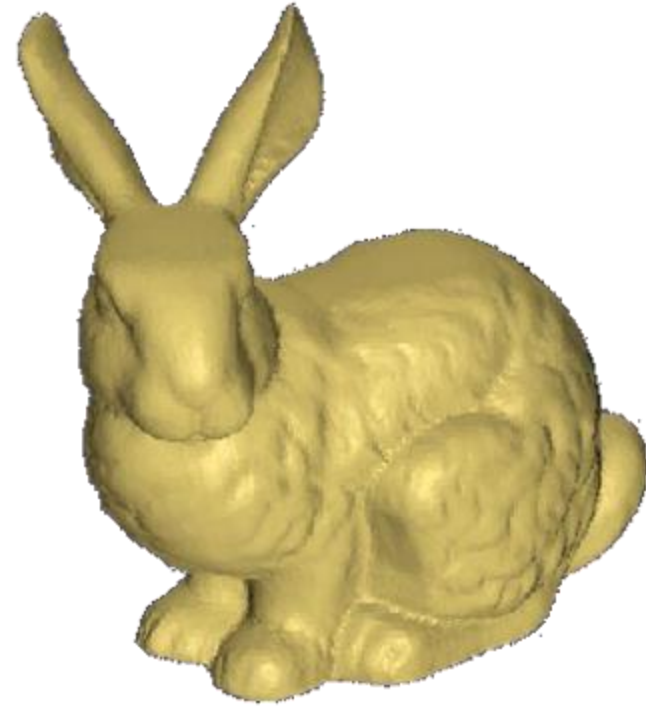


Deux composantes



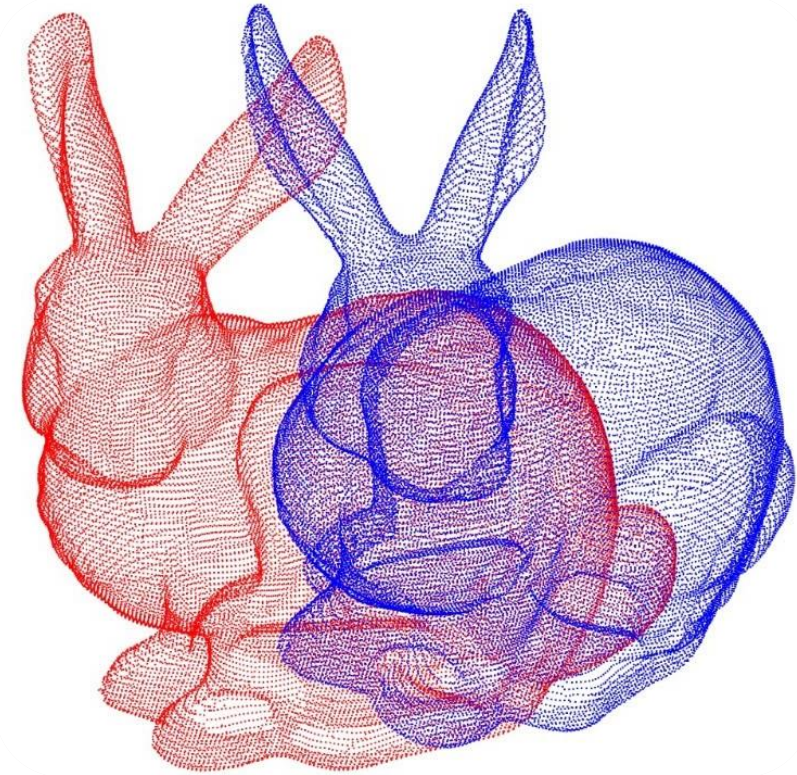
https://i.ytimg.com/vi/uzOCS_gdZuM/maxresdefault.jpg

Enregistrement



Maillage

Deux composantes



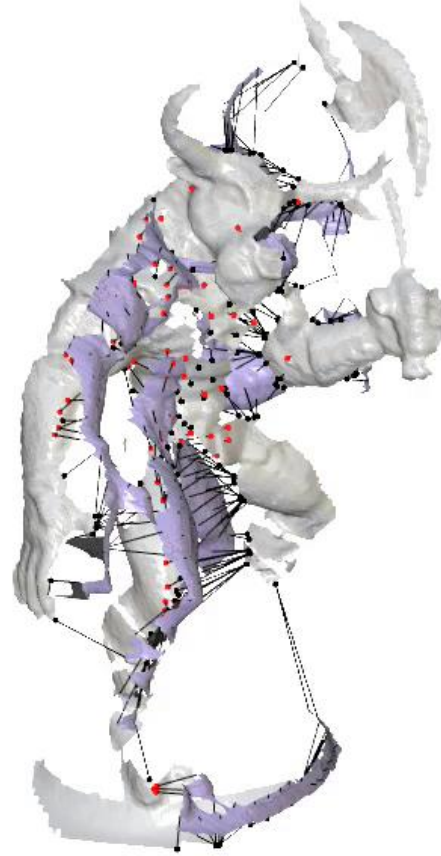
https://i.ytimg.com/vi/uzOCS_gdZuM/maxresdefault.jpg

Enregistrement



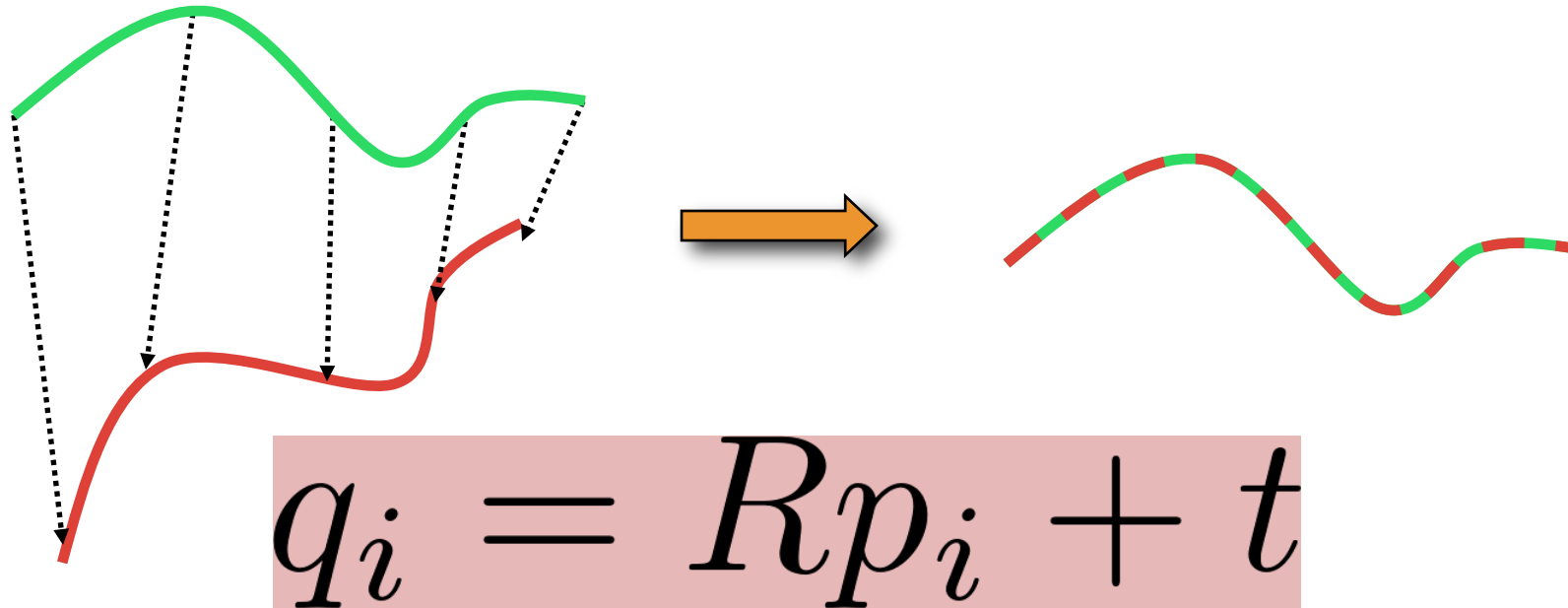
Meshing

Le problème d'enregistrement



Aligner deux objets qui se chevauchent

Le point du départ

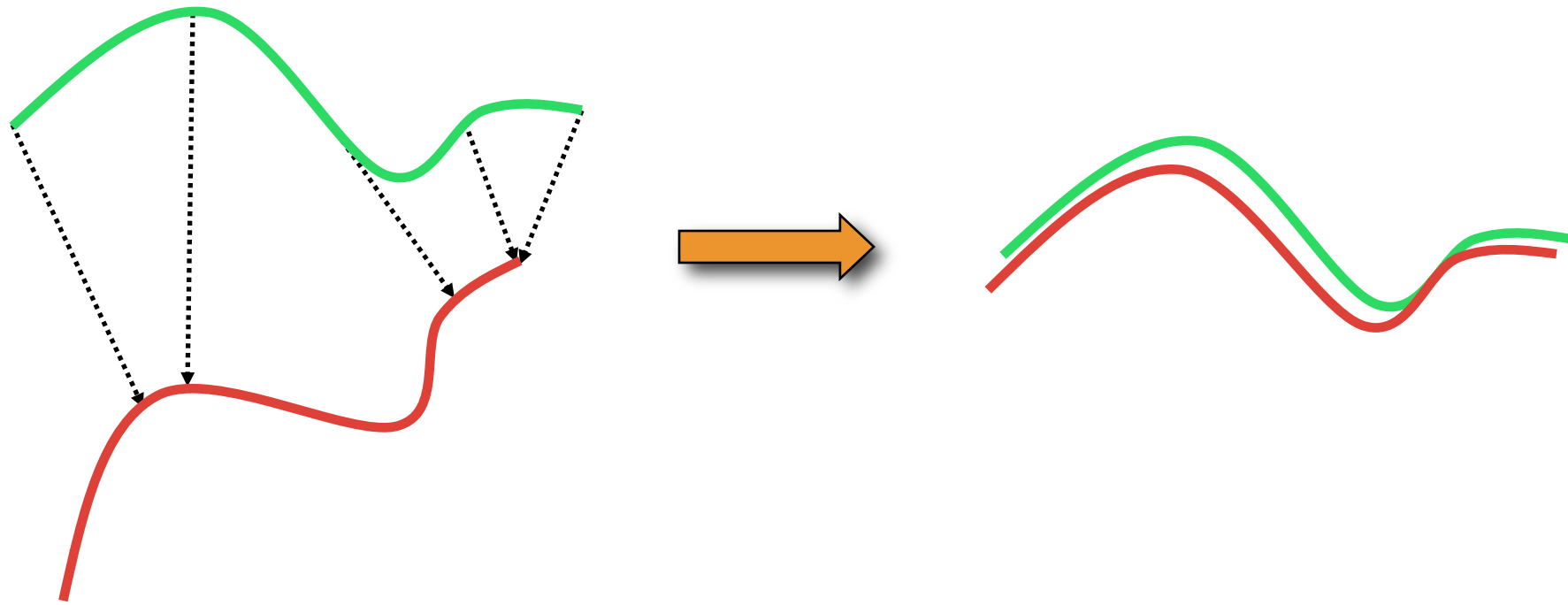


Peut s'aligner si le nombre de correspondances est suffisant

**Combien de
correspondances
déterminent R et t ?**

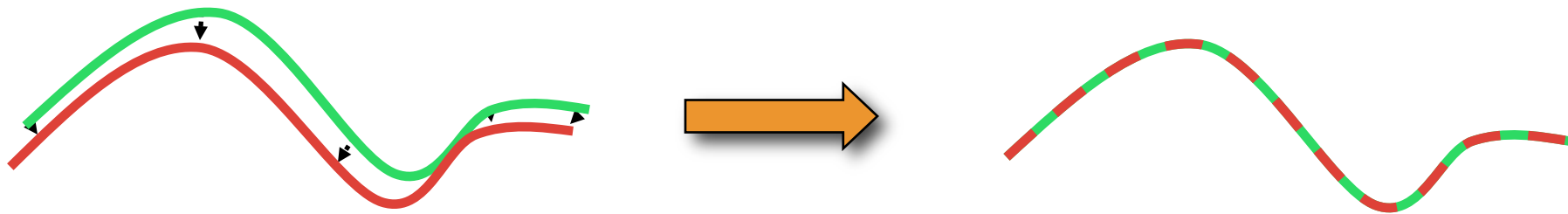
Comment obtenir les correspondances?

Approximation grossière



**Les points les plus proches se
correspondent**

Une autre fois...



Iterative Closest Point (ICP)

- Choisir p.e. 1000 points aléatoires
- **Faire correspondre** chacun d'eux au point le plus proche sur l'autre scan
- **Rejeter** les paires dont la distance est supérieure à k fois la médiane
- **Minimizer** par rapport à R et t

$$\sum_i \|Rp_i + t - q_i\|^2$$

- **Répéter**

“A method for registration of 3-D shapes.”
Besl and McKay, PAMI 1992.

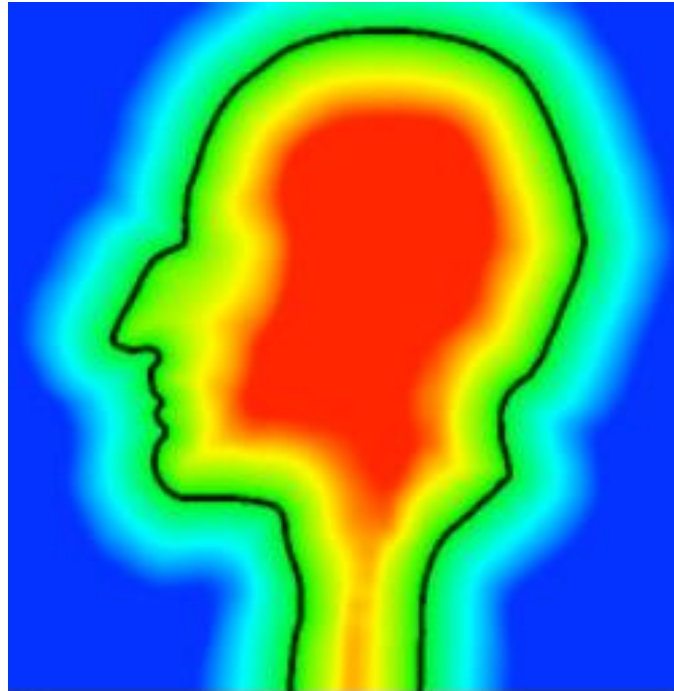
Au tableau noir

$$\min_{t \in \mathbb{R}^3, R^\top R = I} \sum_i \|Rp_i + t - q_i\|^2$$

Formules fermées !

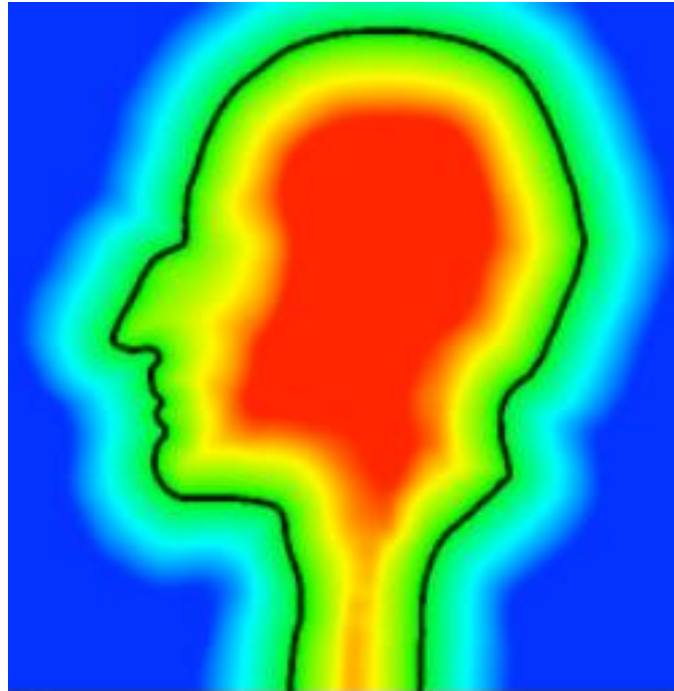
Reconstruction implicite

1. Estimation de la fonction de distance signée $d: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$
2. Extraction d'une isosurface $d = 0$



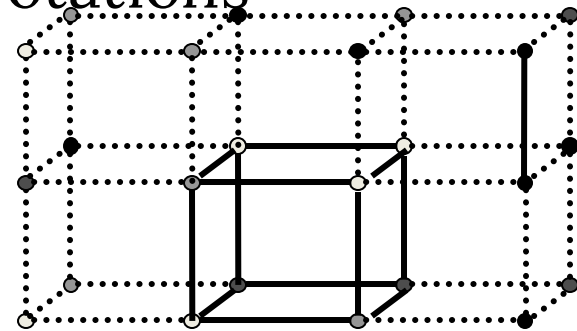
Reconstruction implicite

1. Estimation de la fonction de distance signée $d: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$
2. Extraction d'une isosurface $d = 0$



Marching Cubes

- Chaque voxel:
 - Possède des valeurs aux 8 coins
 - A 256 configurations possibles
 - 15 après comptage des symétries et des rotations
 - Soit
 - À l'intérieur de l'isosurface
 - À l'extérieur de l'isosurface
 - **Intersecte** l'isosurface
- On peut extraire la triangulation indépendamment par voxel



Marching Cubes

Chaque voxel *d'intersection* contient des triangles de l'isosurface

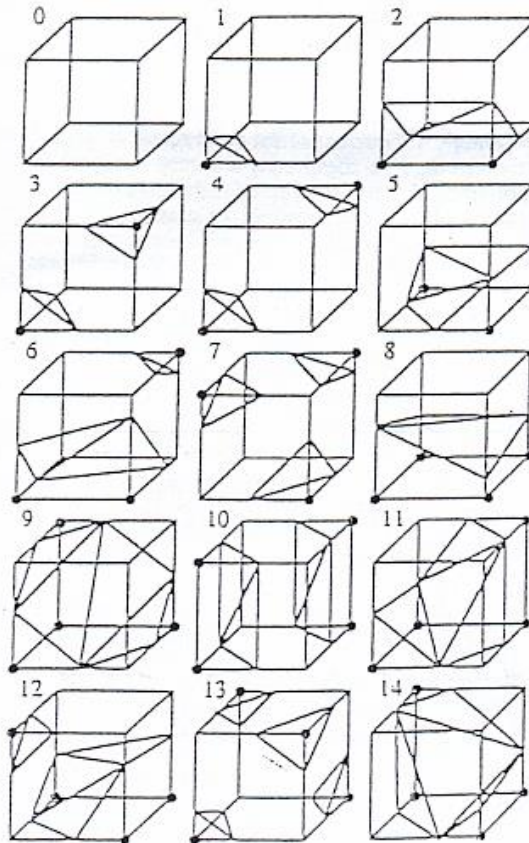


Figure 2. Configurations.

Configurations

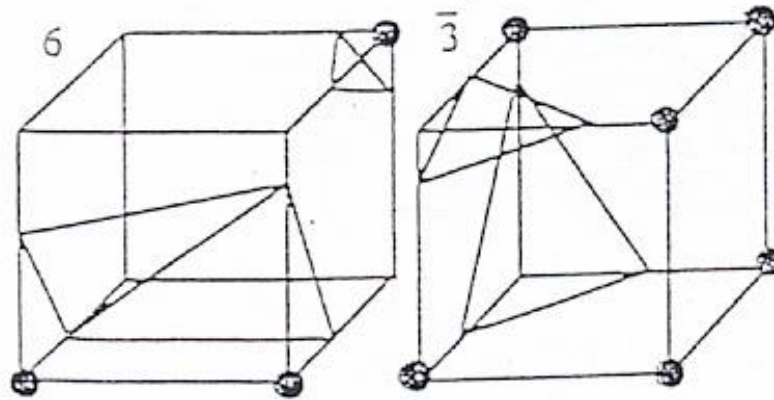
- Pour chaque configuration, ajouter 1-4 triangles à l'isosurface
- Sommets de l'isosurface calculés par:
 - Interpolation le long des côtés (selon les valeurs de la grille)

Example



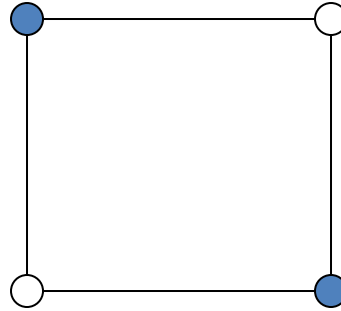
Problème

Peut produire des résultats non variés et un genre erroné

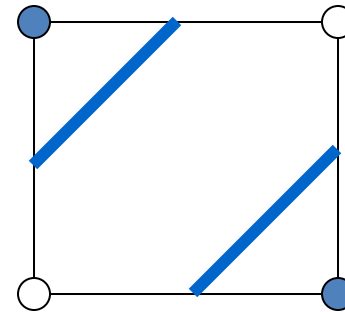
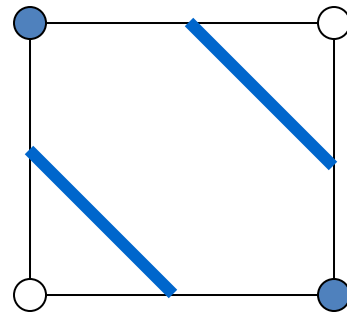


- Et si ces deux voxels sont adjacents?
 - Chacun est ambigu
- Cohérence?

Les faces ambiguës



- Deux interprétations valables localement



- Source du problème de cohérence de MC

Solution

Dans ces cas, stocker plusieurs triangulations

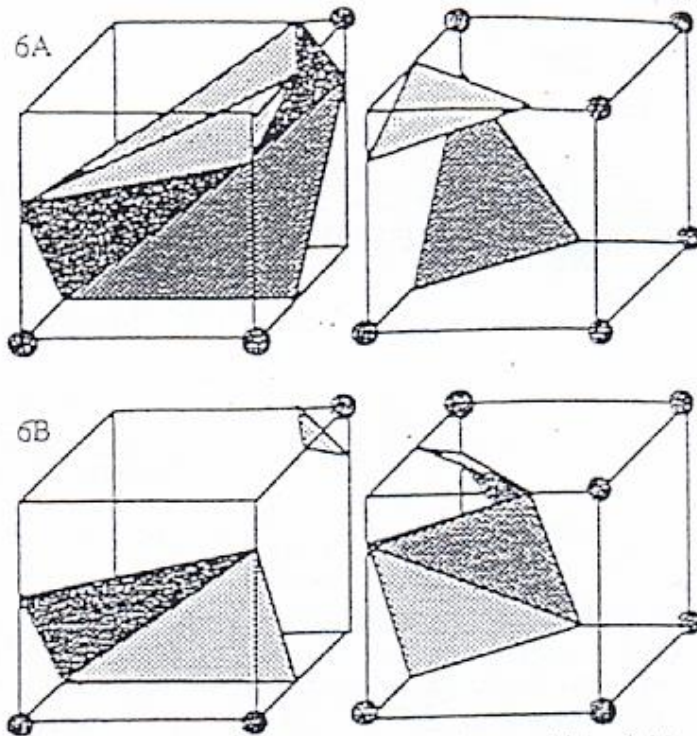


Figure 4. Two possible triangulations which yield a topologically correct isovalue surface.

2.0 Asymptotic Decider

Choisir celle qui correspond aux voxels voisins