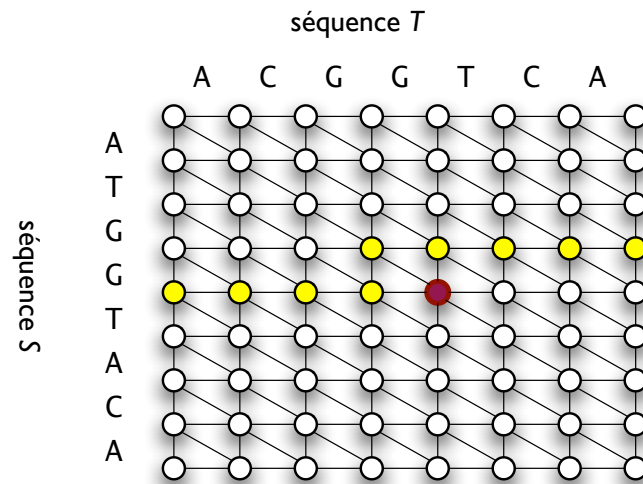


CALCUL EN ESPACE LINÉAIRE

Calcul de score $V(i, j)$ rangée par rangée de gauche à droite (trou de taille ℓ pondéré par $\delta\ell$)



On n'a besoin que de $V(i - 1, j')$: $j' \geq j$ et de $V(i, j'')$: $j'' \leq j$.

ESPACE LINÉAIRE 2

Algo ALI-LINESPACE

Entrée : séquences S, T avec $n = |S|$ et $m = |T|$; matrice de coûts \mathbf{C}

L1 $U[0] \leftarrow 0$; **for** $j \leftarrow 1..m$ **do** $U[j] \leftarrow U[j - 1] + \mathbf{C} \left[\begin{smallmatrix} - \\ T[j] \end{smallmatrix} \right]$

L2 **for** $i \leftarrow 1..n$ **do**

L3 $x \leftarrow U[0]$; $U[0] \leftarrow U[0] + \mathbf{C} \left[\begin{smallmatrix} S[i] \\ - \end{smallmatrix} \right]$

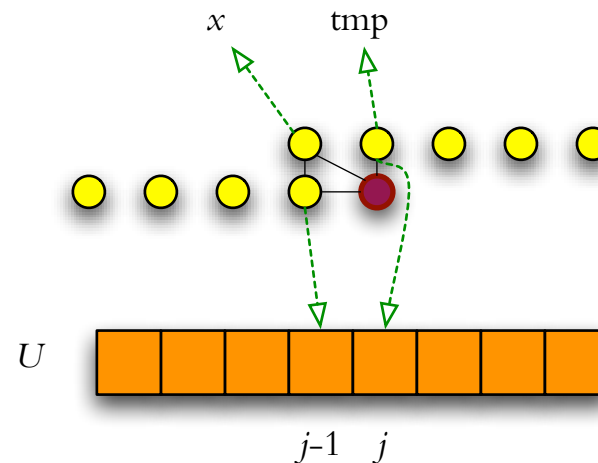
L4 **for** $j \leftarrow 1..m$ **do**

L5 $\text{tmp} \leftarrow U[j]$

L6 $U[j] \leftarrow \max \left\{ U[j - 1] + \mathbf{C} \left[\begin{smallmatrix} S[i] \\ - \end{smallmatrix} \right], x + \mathbf{C} \left[\begin{smallmatrix} S[i] \\ T[j] \end{smallmatrix} \right], U[j] + \mathbf{C} \left[\begin{smallmatrix} - \\ T[j] \end{smallmatrix} \right] \right\}$

L7 $x \leftarrow \text{tmp}$

Affectations en Ligne L6



ESPACE LINÉAIRE 3

Mais comment trouver le meilleur alignement (et pas seulement son score) en espace linéaire ?

Idée de clé : trouver le noeud en ligne i du graphe par lequel le chemin du meilleur alignement doit passer

1. calculer $\forall j: V_{\text{pre}}(i, j)$, le score du meilleur alignement de $S[1..i]$ et $T[1..j]$
($V_{\text{pre}}(i, j) = U[j]$ en ALI-LINESPACE si appelé avec $S[1..i]$ et T)
2. calculer $\forall j: V_{\text{suf}}(i, j)$, le score du meilleur alignement de $S[i + 1..n]$ et $T[j + 1..m]$.
3. le meilleur alignement entre S et T maximise $V(i, j^*) = V_{\text{pre}}(i, j^*) + V_{\text{suf}}(i, j^*)$

On peut calculer V^* en espace linéaire avec un algorithme similaire à ALI-LINESPACE

ESPACE LINÉAIRE 4 — HIRSCHBERG

Algo ALI-HIRSCHBERG

Entrée : séquences S, T avec $n = |S|$ et $m = |T|$; matrice de coûts \mathbf{C}

H1 **if** $m = 0$ **then return** alignement $\begin{bmatrix} S[1] & \dots & S[n] \\ - & \dots & - \end{bmatrix}$

H2 **if** $n = 1$ **then**

H3 trouver $j \in 1, \dots, m$ t.q. $\mathbf{C} \begin{bmatrix} S[1] \\ T[j] \end{bmatrix}$ is maximal

H4 **return** alignement $\begin{bmatrix} - & \dots & - & S[1] & - & \dots & - \\ T[1] & \dots & T[j-1] & T[j] & T[j+1] & \dots & T[m] \end{bmatrix}$

H5 soit $i \leftarrow \lfloor n/2 \rfloor$

H6 calculer $U[j] = V_{\text{pre}}(i, j)$ et $W[j] = V_{\text{suf}}(i, j)$ pour tout $j = 0, \dots, m$

H7 soit $M \leftarrow \max_{j=0, \dots, m} \{U[j] + V[j]\}$

H8 soit $j^* \leftarrow \min\{j : U[j] + W[j] = M\}$

H9 calculer l'alignement $A_1 \leftarrow \text{ALI-HIRSCHBERG}(S[1..i], T[1..j^*], \mathbf{C})$

H10 calculer l'alignement $A_2 \leftarrow \text{ALI-HIRSCHBERG}(S[i+1..n], T[j^*+1..m], \mathbf{C})$

H11 **return** la concaténation de $A_1 \cdot A_2$

(En lignes H9–H10, $T[1..0] = \varepsilon$ et $T[m+1..m] = \varepsilon$)