

à remettre au plus tard le 13 octobre 2010

1 _____ (20 points)

Soit un graphe orienté $G = (V, A)$. Montrez que G est fortement connexe si et seulement si pour tout $X \subset V$, $X \neq \emptyset$, on a $(X, \bar{X}) \neq \emptyset$.

2 _____ (20 points)

Spécifiez par un pseudocode un algorithme qui prend en entrée la représentation inverse (“Reverse Star”) des listes d’adjacence sous forme de tableaux et produit en sortie la représentation en ordre (“Forward Star”) des listes d’adjacence sous forme de tableaux. Analysez la complexité de votre algorithme.

3 _____ (20 points)

Soit $G^* = (V, T^*)$ un arbre de poids minimum du graphe $G = (V, E)$. Soit G^+ un graphe obtenu en ajoutant une arête e de poids c_e à G et soit G^- un graphe obtenu en enlevant une arête f de poids c_f à G . Proposez des algorithmes pour trouver, à partir de G^* , des arbres de poids minimum dans G^+ et G^- . Démontrez que ces algorithmes fonctionnent et analysez-en la complexité.

4 _____ (20 points)

Proposez un algorithme n’utilisant que la règle rouge pour résoudre le problème de l’arbre de poids minimum. Démontrez que cet algorithme fonctionne et analysez-en la complexité.

5 _____ (20 points)

Considérez une classe de graphes pour lesquels les poids des arêtes sont des valeurs entières dans l’intervalle $[1, k]$, où k est un petit nombre entier. Proposez des implémentations des algorithmes de Kruskal et de Prim permettant de résoudre le problème de l’arbre de poids minimum dans cette classe de graphes et analysez-en la complexité.