Révision Intra

1) Analyse et complexité des algorithmes:

- On classe les algorithmes selon leur complexité en temps dans le pire des cas, en moyenne ou dans le meilleur des cas
  - Dans le cours, on s'est intéressé à la complexité dans le pire des cas
- Analyse théorique
  - Pour calculer la complexité en temps d'un algorithme, on compte le nombre d'opérations élémentaires qu'on doit exécuter dans le pire des cas
  - On utilise la notation asymptotique pour exprimer la complexité d'un algorithme

Étant donné des fonctions **f(n)** et **g(n)**, on dit que
f(n) est O**(g(n))**
s'il existe des constantes $c > 0$ et $n_0 \geq 1$ telles que
$f(n) \leq cg(n)$ $\forall$entier $n \geq n_0$

2) Révision mathématiques:

- Méthodes de preuves
  - Par contradiction
  - Par induction
  - Directe et indirecte
- Sommations
  - Par exemple, on a $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $\sum_{i=0}^{h} 2^i = 2^{i+1} - 1$
- Logarithmes et exposants

Propriétés des logarithmes

$\log_b(xy) = \log_b(x) + \log_b(y)$
$\log_b(x/y) = \log_b(x) - \log_b(y)$
$\log_b(x^a) = a \log_b(x)$

Propriétés des exposants

$a^{(b+c)} = a^b a^c$
$a^{bc} = (a^b)^c$
$a^b / a^c = a^{b-c}$

3) Fonctions récursives:

- Récursion: lorsqu'une fonction s'appelle elle-même
- Un exemple classique: La fonction factorielle $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot (n-1) \cdot n$
- Définition récursive: $f(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ n \cdot f(n-1) & \text{sinon} \end{cases}$
- Éléments essentiels:
  - Un ou plusieurs cas de base
  - Les appels récursifs doivent se terminer sur un cas de base
- Récursion linéaire, récursion binaire
- Complexité en temps d'un algorithme récursif:
  - Nombre d'appels récursifs X complexité cas de base

4) Piles:

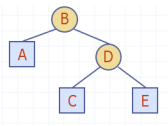
- "Dernier arrivé, premier servi"
- Opérations principales"
  - empiler(objet)
  - dépiler()
- Opérations auxiliaires"
  - haut()
  - taille()
  - estVide()
- ExceptionPileVide si on essaie de dépiler une pile vide
- Implémentations
  - Tableau de taille prédéfinie N
    - ExceptionPilePleine liée a l'implémentation
    - Complexité en espace O(N)
    - Complexité en temps $O(1)$
  - Liste chaînée
    - Pas de nouvelle exception liée a l'implémentation
    - Complexité en espace O(n)
    - Complexité en temps $O(1)$

5) Files:

- "Premier arrivé, premier servi"
- Opérations principales"
  - ajouter(objet)
  - enlever()
- Opérations auxiliaires"
  - devant()
  - taille()
  - estVide()
- ExceptionFileVide si on essaie de d'enlever un élément et la file est vide
- Implémentations
  - Tableau circulaire de taille prédéfinie N
    - ExceptionFilePleine liée a l'implémentation
    - Complexité en espace O(N)
    - Complexité en temps $O(1)$
  - Liste chaînée
    - Pas de nouvelle exception liée a l'implémentation
    - Complexité en espace O(n)
    - Complexité en temps $O(1)$

6) Arbres et arbres binaires

- Définition et terminologie
- Profondeur d'un noeud et hauteur d'un arbre
- Parcours d'arbres
  - En profondeur: Parcours préfixe ⟶ B, A, D, C, E
    Parcours suffixe ⟶ A, C, E, D, B
    Parcours symétrique ⟶ A, B, C, D, E
  - En largeur: Parcours hiérarchique ⟶ B, A, D, C, E
- Arbres binaires
  - Définition, TAD arbres binaires
  - Hauteur
  - Code de Huffman



6) Arbres et arbres binaires (suite)

- Implémentations:

1) table des parents: on met dans la cellule i, le parent du noeud i

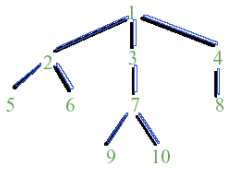
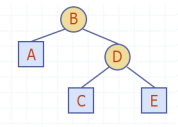


table des parents *P*

	-	1	1	1	2	2	3	4	7	7
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

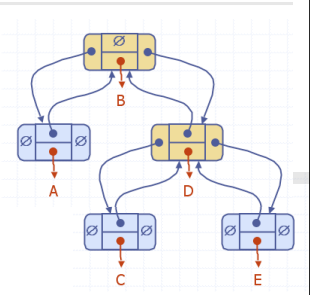
2) tableau: On met la valeur de la racine dans la cellule i. Si v est le fils gauche de u, on met sa valeur dans la cellule 2*index de v, si fils droit dans la cellule 2*index v + 1

Nombre de cellule du tableau: $2^{h+1} \overset{ici}{=} 2^3$



∅	B	A	D	∅	∅	C	E
0	1	2	3	4	5	6	7

3) stuctures chaînées



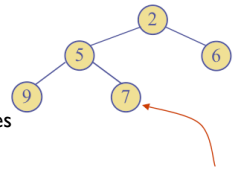
7) Files avec priorités

- Définition, TAD Files avec priorités
- Opérations principales:
  - insérer(k,v)
  - enleverMin()
- Relation d'ordre total sur les clés
- Comparateur
- Trier avec une file avec priorités:
  - On insère les éléments à trier un à un dans la file
  - On tri avec une suite d'opération enleverMin()
- Implémentations:

Séquence ordonnée	Séquence non-ordonnée	Monceau
insérer $O(n)$	insérer $O(1)$	insérer $O(\log n)$
enleverMin $O(1)$	enleverMin $O(n)$	enleverMin $O(\log n)$
Tri $O(n^2)$	Tri $O(n^2)$	Tri $O(n \log n)$

8) Monceaux

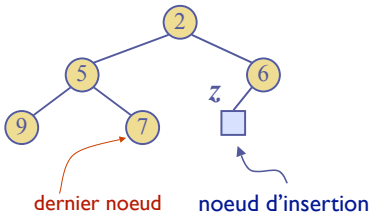
- Un monceau est un arbre binaire ayant les deux propriétés suivantes:
  - Ordre de monceau: $\text{clé}(v) \leq \text{clé}(\text{fils}(v))$ (Prioritaire)
  - Arbre binaire complet: soit **h** la hauteur du monceau, alors
    - Pour $i = 0, \ldots, h-1$, il y a 2^i noeuds de profondeur i
    - Au niveau (profondeur) $h-1$, les noeuds internes sont situés à la gauche des noeuds externes



- Hauteur d'un monceau: $O(\log n)$
- Insertion dans un monceau: $O(\log n)$
- Suppression dans un monceau: $O(\log n)$
- Construction de bas en haut: $O(n)$ au lien de $O(n \log n)$

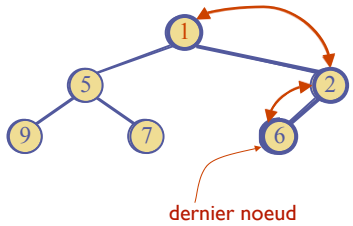
Insertion d'éléments dans un monceau

L'opération insérer(k,x) du TAD files avec priorités correspond à l'insertion d'un item (**k**,**x**) dans le monceau



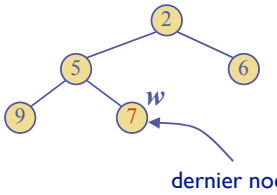
- L'algorithme d'insertion consiste en trois étapes:
  1) Trouver le noeud d'insertion z (qui deviendra le nouveau dernier noeud)
  2) Insérer (**k**,**x**) dans le noeud z
  3) Restorer l'ordre dans le monceau

© adapté de Goodrich, Tamassia, 2004

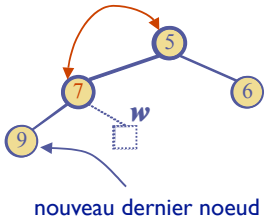


Suppression d'éléments dans un monceau

- L'opération enleverMin() du TAD files avec priorités correspond à la suppression de la racine d'un monceau
- L'algorithme de suppression est constitué de trois étapes:
  1) Remplacer la clé de la racine par la clé du dernier noeud
  2) Enlever le dernier noeud
  3) Restorer l'ordre dans le monceau

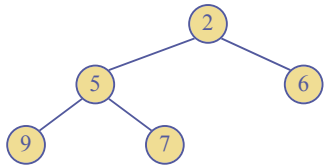


© adapté de Goodrich, Tamassia, 2004



8) Monceaux: Implémentation

- On peut représenter un monceau contenant n clés par un vecteur de longueur n+1
- Pour le noeud au rang i du vecteur:
  - son fils gauche est au rang 2i
  - son fils droit est au rang 2i + 1



- La cellule de rang 0 n'est pas utilisée
- L'opération insérer(k,e) correspond à insérer au rang n+1
- L'opération enleverMin retourne l'élément au rang 1