

## arbres et graphes

---

1. Étant donné un arbre  $T$  et un noeud  $v$  de  $T$ , on appelle "excentricité de  $v$ ", la longueur du plus long chemin entre  $v$  et l'un des autres noeuds de  $T$ . Un noeud de  $T$  d'excentricité minimum est appelé le centre de  $T$ .

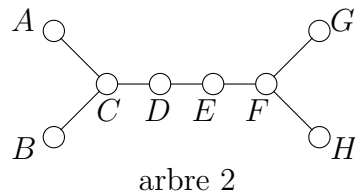
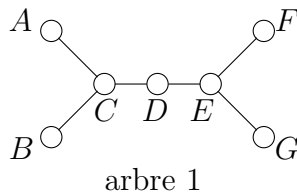
a) Donner un algorithme efficace pour trouver le centre d'un arbre  $T$ .

**Réponse :**

1. Enlever toutes les feuilles de  $T$ . Soit  $T_1$  l'arbre restant.
2. Enlever toutes les feuilles de  $T_1$ . Soit  $T_2$  l'arbre restant.
3. Répéter l'opération enlever comme suit : Enlever toutes les feuilles de  $T_i$ . Soit  $T_{i+1}$  l'arbre restant.
4. Lorsque l'arbre restant n'a plus qu'un ou deux noeuds, arrêter. Supposons que cet arbre est  $T_k$ .
5. Si  $T_k$  contient un seul noeud, ce noeud est le centre de  $T$ . L'excentricité du noeud est  $k$ .
6. Si  $T_k$  contient deux noeuds, l'un ou l'autre est un centre pour  $T$ . L'excentricité est alors de  $k + 1$ .

b) Est-ce que le centre est unique ?

**Réponse :** Non, il arrive qu'il y ait deux centres possibles. Dans l'arbre 1 ci-dessous, le centre est  $D$  avec excentricité 2. Dans l'arbre 2, le centre est soit  $D$  ou  $E$  avec excentricité 3.



2. Étant donné un arbre  $T$ , le diamètre de  $T$  est la longueur du plus long chemin entre deux noeuds de l'arbre  $T$ . Donnez un algorithme efficace pour calculer le diamètre de  $T$ .

**Réponse :** On peut obtenir le diamètre de l'arbre en modifiant un peu l'algorithme donné en 1. Lorsqu'on a trouvé  $T_k$  un arbre contenant un ou deux noeuds alors, si  $T_k$  n'a qu'un seul noeud, le diamètre est  $2k$  et si  $T_k$  a deux noeuds, le diamètre est  $2k + 1$ .

3. Supposons que le réseau RT&T est représenté par un graphe ayant  $n$  sommets et  $m$  arêtes. Donnez un algorithme efficace qui calcule, pour chaque sommet du graphe, le nombre de sommets pouvant être rejoints par un chemin de longueur au plus 4.

**Réponse :** Pour chaque sommet  $v$  du graphe, on exécute un parcours en largeur (BFS) à partir de  $v$  qui s'arrête dès que le niveau 4 est calculé (i.e on calcule  $L_0, L_1, L_2$  et  $L_3$ .) Une autre façon de procéder est d'exécuter, pour chaque sommet  $v$  du graphe,

une recherche en profondeur (DFS) modifiée pour prendre en paramètre la longueur 4 désirée :

Algorithme DFS( $v, i$ )

(imprime tous les sommets à distance au plus  $i$  de  $v$ )

SI  $i > 0$  et  $v$  n'a pas de marque, ALORS

Marquez  $v$

Imprimez  $v$

POUR TOUT sommets  $w$  adjacents à  $v$  FAIRE

DFS( $w, i-1$ )