

IFT-3655

MODÈLES STOCHASTIQUES

Prof. Pierre L'Ecuyer, bureau AA-3361

Objectifs généraux

Ce cours introduit les outils classiques de base pour la modélisation stochastique et l'utilisation de méthodes Monte Carlo. Ces outils sont essentiels en particulier en apprentissage automatique, en recherche opérationnelle, en statistique, et dans de nombreux sous-domaines de l'informatique. On vise à ce que les étudiants soient à l'aise avec les techniques de base en probabilités appliquées, les chaînes de Markov, et les méthodes Monte Carlo, et sachent appliquer ces méthodes en pratique.

Prérequis

Des connaissances de base en probabilités et statistique sont essentielles. Il y aura quelques devoirs où il faudra programmer pour calculer des solutions. Vous pourrez utiliser le langage de programmation que vous voulez.

Références de base

- Sheldon M. Ross, *Introduction to Probability Models*, 12-ième édition, Academic Press, 2019. Ou encore 13-ième édition, 2023.

CONTENU

1. Modélisation stochastique, probabilités, et conditionnement Idée générale de la modélisation stochastique. Probabilité. Variable aléatoire. Espérance. Variance. Lois discrètes et continues. Indépendance. Théorèmes limites. Lois conditionnelles, espérance conditionnelle, et leurs utilisations. Formule de Bayes. Techniques de calcul par conditionnement. Décompositions et mélanges de lois. Notion de processus stochastique.

2. Chaînes de Markov en temps discret. Définition. État stationnaire. Équations de Chapman-Kolmogorov. États récurrents et transitoires. Équations d'équilibre. Chaînes réversibles. Chaînes de Markov cachées.

3. Simulation et Méthode de Monte Carlo. Génération de variables aléatoires uniformes et non uniformes. Méthodes d'inversion et de rejet. Simulation de chaînes de Markov. Estimation d'une espérance par Monte Carlo. Événements rares. Importance sampling. Monte Carlo conditionnel. Comparaisons avec valeurs aléatoires communes. Dérivée stochastique. Monte Carlo par chaînes de Markov (MCMC). Metropolis-Hastings. Échantillonnage de Gibbs. Hit-and-run. Applications en statistique, en apprentissage, et dans d'autres domaines.

4. Processus de Poisson. Loi de Poisson et Processus de Poisson. Propriétés des processus de Poisson. Processus stationnaires et non stationnaires. Applications.

5. Chaînes de Markov en temps continu. Définition. Générateur infinitésimal. Équations de Kolmogorov. Processus de naissance et de mort. Modèles simples de files d'attente. Évolution à reculs et chaînes réversibles. Uniformisation.

6. Processus de décision Markoviens. Optimisation des systèmes dynamiques stochastiques. Équations de récurrence. Programmation dynamique. Applications diverses.

Évaluation

Examen partiel:	25%
Examen final:	35%
Devoirs:	40%

Les examens sont à livre fermé. Les devoirs seront fréquents (une dizaine) et n'impliqueront pas beaucoup de programmation. Les devoirs ne comptent que si la note moyenne des examens dépasse 40%.

Horaire

Lundi, 10:30–12:30, pavillon 3200 Jean Brillant, salle B-3255.

Vendredi, 10:30–12:30, pavillon Aisenstadt, salle 1411.

Examen intra: lundi 28 octobre, 10:30–12:30, salle de cours.

Examen final: mercredi 11 décembre, 12:30–15:30, pavillon Roger-Gaudry, Y-115.

Début le vendredi 6 septembre 2024.