

Prof. Pierre L'Ecuyer

DEVOIR 2

Devoir à remettre le *lundi 16 février 2015, au début du cours*. Les numéros indiqués sont ceux des notes de cours. Les devoirs doivent être faits individuellement: un devoir par étudiant. Le plagiat ne sera pas toléré. Dans chaque cas, il est important de bien définir (mathématiquement et clairement) tous les symboles utilisés. Dans la correction, les explications claires et détaillées comptent davantage que les résultats.

1. Revenons à l'exemple 1.1.5 du livre, discuté aux pages 48 à 56 de mes transparents du chapitre 1, vus en classe. Prenons $q_1 = 0.45$ et $p_0 = 0.90$ comme à la page 56 des transparents. On a vu que pour ces valeurs, même si la probabilité de gagner une partie est toujours inférieure à celle de perdre, avec $N = 2$ la probabilité $J_0(0)$ de gagner le match si on joue de manière optimale est quand même $0.537 > 1/2$.

(a) Quelle est cette probabilité $J_0(0)$ pour $N = 10$ et $N = 100$?

(b) Vers quoi converge $J_0(0)$ lorsque $N \rightarrow \infty$? Expliquez pourquoi. Pouvez-vous le prouver?

2. DPOC (2005), Exercice 1.17. Note: Il y a un peu de ressemblance avec l'exemple de découpe de tissu vu en classe, mais attention ici la dernière ligne doit être traitée différemment. Une façon (pas la seule) de voir le processus de décision est de commencer par la fin et de décider d'abord du nombre de mots sur la dernière ligne, puis d'utiliser une procédure de chaînage avant. Vous pouvez adopter cette idée ou une autre, mais dans tous les cas il faut expliquer très clairement votre procédure.

3. DPOC (2005), Exercice 2.7. Vous pouvez vous inspirer de la preuve du livre (Proposition 2.3.1), en apportant les modifications nécessaires, et en indiquant clairement ce que vous avez pris du livre (donnez les références) et ce que vous avez modifié. Expliquez surtout ce que vous avez modifié et pourquoi.

4. DPOC (2005), Exercice 2.16.

5. DPOC (2005), Exercice 4.5. Pour cet exercice, considérez aussi le cas où la demande w_k est définie par

$$w_k = (1 - \rho)z_k + \rho z_{k-1}$$

où $0 \leq \rho < 1$, les z_k sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées sur les entiers non négatifs pour $k \geq 0$ et $z_{-1} \geq 0$ est une constante.

Hint: Montrez que l'on peut retrouver z_{k-1} à partir de w_0, \dots, w_{k-1} , puis définissez un modèle de PD pour lequel l'état x_k est remplacé par $x'_k = x_k - \rho z_{k-1}$ et l'innovation aléatoire w_k à l'étape k est remplacée par $w'_k = z_k$.