

### IFT 1065 – Démonstration 3

1. On définit :  $A - B$  comme l'ensemble des éléments de  $A$  qui ne font pas partie de  $B$ , c'est-à-dire :

$$A - B = A \cap \overline{B}.$$

Montrer que cette opération n'est pas associative et que l'on a

$$(A - B) - C = (A - C) - (B - C).$$

2. Démontrer que

$$A \subset B \iff \overline{B} \subset \overline{A}.$$

3. Démontrer que

$$(A \oplus B) \oplus B = A.$$

4. Montrer que  $f \circ g$  et  $g \circ f$  sont en général des fonctions distinctes, même lorsque les deux sont bien définies.
5. Si  $f$  et  $f \circ g$  sont injectives,  $g$  est-elle forcément injective ?
6. Montrer que si  $g \circ f$  est surjective alors  $g$  est surjective, mais que  $f$  n'est pas forcément surjective.
7. Soit  $f$  une fonction de  $A$  dans  $B$ . On définit :

$$f^{-1}(S) = \{x \in A : f(x) \in S\}.$$

Démontrer les propositions suivantes :

$$\begin{aligned} f^{-1}(S \cup T) &= f^{-1}(S) \cup f^{-1}(T) \\ f^{-1}(S \cap T) &= f^{-1}(S) \cap f^{-1}(T) \\ f^{-1}(\overline{S}) &= \overline{f^{-1}(S)}. \end{aligned}$$

8. Discuter des solutions du premier devoir.