

## IFT 1065 – Démonstration 6

1. Une relation peut-elle être simultanément symétrique et antisymétrique ?
2. Soit  $A$  l'ensemble de toutes les chaînes de 4 bits et soit  $R$  une relation dans  $A$  définie ainsi : deux chaînes sont en relation si et seulement si elles contiennent au moins une sous-chaîne commune de longueur 2. Par exemple,  $0111R1010$ , car les chaînes  $0111$  et  $1010$  contiennent la sous-chaîne  $01$ . Par contre,  $1110$  et  $0001$  ne sont pas en relation car  $1110$  et  $0001$  ne contiennent aucune sous-chaîne commune de longueur 2. Cette relation est-elle réflexive ? un ordre partiel ? symétrique ? un ordre total ? antisymétrique ? une relation d'équivalence ? transitive ?
3. Soit  $n$  un entier positif. Exprimer l'expression

$$\frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n - 1)}$$

à l'aide de la notation  $\prod$  et démontrer que cette fraction est inférieure ou égale à  $2n$ .

4. Soient  $R$  et  $S$  deux relations transitives définies sur un ensemble  $A$ . Les relations  $R \cap S$ ,  $R \circ S$  et  $R \cup S$  sont-elles également transitives ?
5. Combien y a-t-il de relations d'équivalence sur l'ensemble  $\{1, 2, 3\}$  ?
6. Tracer le diagramme de Hasse pour la relation de divisibilité dans l'ensemble

$$\{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 48\}.$$

7. Soient  $x$  et  $y$  deux nombres entiers et la relation définie par

$$xRy \iff 4 \text{ divise } x - y.$$

Montrer que  $R$  est une classe d'équivalence et caractériser ses classes d'équivalence.