

IFT 1065 – Démonstration 6

1. Une relation peut-elle être simultanément symétrique et antisymétrique ?
2. Soit A l'ensemble de toutes les chaînes de 4 bits et soit R une relation dans A définie ainsi : deux chaînes sont en relation si et seulement si elles contiennent au moins une sous-chaîne commune de longueur 2. Par exemple, $0111R1010$, car les chaînes 0111 et 1010 contiennent la sous-chaîne 01. Par contre, 1110 et 0001 ne sont pas en relation car 1110 et 0001 ne contiennent aucune sous-chaîne commune de longueur 2. Cette relation est-elle réflexive ? un ordre partiel ? symétrique ? un ordre total ? antisymétrique ? une relation d'équivalence ? transitive ?
3. Soit n un entier positif. Exprimer l'expression

$$\frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n - 1)}$$

à l'aide de la notation \prod et démontrer que cette fraction est inférieure ou égale à $2n$.

4. Soient R et S deux relations transitives définies sur un ensemble A . Les relations $R \cap S$, $R \circ S$ et $R \cup S$ sont-elles également transitives ?
5. Combien y a-t-il de relations d'équivalence sur l'ensemble $\{1, 2, 3\}$?
6. Tracer le diagramme de Hasse pour la relation de divisibilité dans l'ensemble

$$\{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 48\}.$$

7. Soient x et y deux nombres entiers et la relation définie par

$$xRy \iff 4 \text{ divise } x - y.$$

Montrer que R est une classe d'équivalence et caractériser ses classes d'équivalence.