

À remettre le mardi 10 février 2009 (au début de la démo)

1 \_\_\_\_\_ (20 points)

Simplifier les expressions suivantes:

$$A \cup (B - A)$$

$$A \cap (B - A)$$

$$A \cup (B \oplus B)$$

$$A \cap (B \oplus B) \quad .$$

2 \_\_\_\_\_ (20 points)

Démontrer l'identité

$$(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$$

avec la technique des tables d'appartenance, puis sans utiliser la technique des tables d'appartenance. Illustrer l'identité à l'aide de diagrammes de Venn.

3 \_\_\_\_\_ (20 points)

Lesquelles de ces expressions sont correctes (donner une preuve ou un contre-exemple):

$$f(A \cup B) \subseteq f(A) \cup f(B)$$

$$f(A \cup B) \supseteq f(A) \cup f(B)$$

$$f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$$

$$f(A \cap B) \supseteq f(A) \cap f(B)$$

$$\overline{f^{-1}(A)} \subseteq f^{-1}(\overline{A}) \quad .$$

4 \_\_\_\_\_ (20 points)

Trouver une expression pour

$$\sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)x^k.$$

5 \_\_\_\_\_ (20 points)

Démontrer que  $\sum_{k=1}^n k^p \in \Theta(n^{p+1})$ .