

À remettre le mardi 24 février 2009 (au début du cours)

1 \_\_\_\_\_ (25 points)

On souhaite obtenir la plus petite relation d'équivalence contenant une relation  $R$  donnée. Dans ce but, on calcule la fermeture réflexive, la fermeture symétrique et la fermeture transitive de  $R$ . L'ordre dans lequel on effectue ces opérations importe-t-il (considérer tous les ordres possibles)?

2 \_\_\_\_\_ (25 points)

Démontrer que le nombre de chaînes de bits de longueur  $n$  possédant au moins une paire de zéros consécutifs satisfait à la relation

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-2}.$$

3 \_\_\_\_\_ (25 points)

À l'aide de la logique propositionnelle, montrer que l'argument suivant est valide:

“Si Superman voulait et pouvait prévenir le crime, il le ferait. Si Superman était incapable de prévenir le mal, il serait impuissant; s'il ne voulait pas prévenir le mal, il serait malveillant. Superman ne prévient pas le mal. Si Superman existe, il n'est ni impuissant ni malveillant. Donc, Superman n'existe pas.”

Cet exemple tiré de Backhouse se trouve à la page 172 de l'édition en français du livre de Rosen.

4 \_\_\_\_\_ (25 points)

On considère des bracelets de rayon identique contenant trois perles en position de triangle équilatéral. Chaque perle est de couleur rouge, blanche ou bleue. On dit que deux bracelets sont en relation si on peut obtenir l'un à partir de l'autre par rotation ou réflexion, ou les deux opérations. Démontrer que ceci induit une relation d'équivalence dont vous devez caractériser les classes.