

À remettre le mercredi 11 mars 2009 (au début du cours)

1 \_\_\_\_\_ (20 points)

Résoudre l'équation de récurrence

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = -1$$

$$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}.$$

2 \_\_\_\_\_ (20 points)

Soient  $n_1, n_2, \dots, n_k$  des entiers strictement positifs et  $r$  un nombre d'urnes. Démontrer que si  $n_1 + n_2 + \dots + n_k + 1 - r$  objets sont placés dans  $r$  urnes, alors il existe un entier  $i$  compris entre 1 et  $r$  tel que la  $i$ ème urne contienne au moins  $n_i$  objets.

3 \_\_\_\_\_ (20 points)

Quel est le coefficient de  $x^k$  dans l'expression  $(x + (1/x))^n$  ?

4 \_\_\_\_\_ (20 points)

Pour  $n$  donné, quel est le coefficient  $C(n, k)$  le plus grand?

5 \_\_\_\_\_ (20 points)

Combien y a-t-il de solutions entières de l'équation  $\sum_{n=1}^6 x_n = 29$  dans les cas suivants:

1.  $x_n \geq 2 \quad \forall n$ ?

2.  $x_1 \leq 5 \quad \wedge \quad x_2 \geq 7$  ?