IFT 3512: DEVOIR 4 **Patrice Marcotte**

À remettre au début du cours du lundi 1er avril 2002

1 (70 points)

Soit

$$\begin{array}{lll} \min\limits_{x\in X} & f(x) & \\ \text{s.à} & g_i(x) \leq 0 & i \in I \end{array}$$

un programme non linéaire. Je rappelle que la fonction lagrangienne est

$$L(x,y) = f(x) + \sum_{i\in I} y_i g_i(x)$$

et la fonction duale

$$\phi(y) = \min_{x\in X} L(x,y).$$

On considère le programme de programmation linéaire

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl} \min & -2x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & - & 3x_4 & & \\ \\ \text{sujetà} & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & \leq & 8 \\ & x_1 & & & - & 2x_3 & + & 4x_4 & \leq & 2 \\ & x_1 & + & x_2 & & & & & \leq & 8 \\ & & & & & x_3 & + & 2x_4 & \leq & 6 \\ \\ & x_1, & & x_2, & & x_3, & & x_4, & \geq & 0. \end{array}$$

Soit $X = \{x \geq 0 : x_1 + x_2 \leq 8, x_3 + 2x_4 \leq 6\}$.

1. Trouver une expression explicite pour la fonction ϕ.
2. Vérifier que ϕ est différentiable au point $(4,0)$ et déterminer $\nabla\phi(4,0)$.
3. Trouver une direction d'amélioration admissible d au point $(4,0)$.
4. Maximiser ϕ dans la direction d.

2 (30 points)

Soit le programme quadratique

$$\begin{array}{ll} \min & x_1^2 + x_2^2 \\ \text{sujet à} & x_1 + x_2 \geq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array}$$

1. Trouver la solution optimale.
2. Soit $X = \{x \geq 0\}$. Écrire la fonction lagrangienne et montrer que $\phi(u) = -u^2/2 - 4u$. Vérifier que le saut de dualité est nul.