

À remettre le mardi 30 mars 2004

1 _____ (100 points)

Soit le programme mathématique

$$\begin{aligned} \min \quad & (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 3)^2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ & x_1 + x_2 \leq 5. \end{aligned}$$

1. Trouver la solution optimale en résolvant le système de Kuhn-Tucker. Illustrer géométriquement.
2. Effectuer trois itérations de la méthode du gradient réduit, en utilisant le point $(0,3)$ comme point initial. Soit, à une itération donnée, α_{\max} la valeur maximale que peut prendre le pas de déplacement. Déterminer la valeur du pas à l'aide du critère d'Armijo:

$$\alpha = \alpha_{\max} / \eta^k$$

où k est le plus petit entier positif ou nul tel que

$$\frac{\phi(\alpha) - \phi(0)}{\alpha - 0} \leq \epsilon \phi'(0).$$

Illustrer géométriquement les trois itérations.

3. Comparer les directions obtenues avec les directions du gradient projeté sur les contraintes actives.