IFT 3512: DEVOIR 5 **Patrice Marcotte**

À remettre le mardi 13 avril 2004

1 ——————————————————— **(25 points)**

Soit le problème non linéaire

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^3 + x_2^3 \\ & x_1 + x_2 = 1. \end{aligned}$$

Montrer que le problème pénalisé correspondant

$$\min x_1^3 + x_2^3 + c(x_1 + x_2 - 1)^2$$

n'est pas borné inférieurement, quelle que soit la valeur du paramètre de pénalité c. Comment peut-on remédier, très simplement, à cette situation?

2 ——————————————————— **(25 points)**

Résoudre le programme mathématique

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + 2x_2^2 \\ & x_1 + x_2 = 1 \end{aligned}$$

par un algorithme de pénalité quadratique, et montrer que les estimés du multiplicateur forment une suite qui converge vers la valeur du multiplicateur optimal.

3 ——————————————————— **(25 points)**

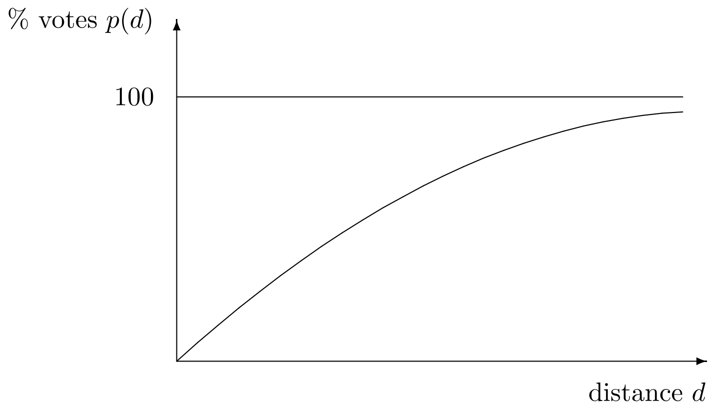
Un investisseur doit choisir un sous-ensemble d'un ensemble de 7 investissements $\{1, 2, \ldots, 7\}$. Modéliser les contraintes suivantes avec des variables et opérateurs logiques, puis à l'aide de variables binaires et d'équations ou (et) inéquations linéaires:

1. Aucun des investissements ne peut être choisi.
2. Au moins un investissement doit être choisi.
3. L'investissement 1 ne peut être choisi si l'investissement 3 est choisi.
4. L'investissement 4 ne peut être choisi que si l'investissement 2 est choisi.
5. Soit les investissements 1 et 5 sont choisis, soit aucun des deux.
6. L'investisseur doit choisir soit au moins un des investissements $\{1, 2, 3\}$ soit au moins deux des investissements $\{2, 4, 5, 6\}$.

4 — **(25 points)**

La décision a été prise de construire une centrale nucléaire dans la circonscription X représentée par un député du parti au pouvoir. Il reste à déterminer l'emplacement de la centrale.

La population du comté est répartie dans trois villes de coordonnées respectives (a_1, a_2), (b_1, b_2) et (c_1, c_2). Personne ne souhaite vivre à proximité de la centrale (syndrome "pas dans ma cour"). Plus précisément, d'après des sondages, le pourcentage de votes que le député obtiendra dans une ville est proportionnel à la distance séparant la centrale de la ville (voir figure ci-dessous). La centrale doit être construite à l'intérieur du triangle formé par les trois villes.



Soit P_i la population de la ville i. Suggérer une forme explicite de la fonction p de la figure et formuler un programme non linéaire qui aide le député à gagner ses élections.