

DÉPARTEMENT D'INFORMATIQUE ET DE RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

SIGLE DU COURS: IFT 3512

NOM DU PROFESSEUR: Patrice Marcotte

TITRE DU COURS: TECHNIQUES D'OPTIMISATION 2

EXAMEN DE MI-SESSION

Date : Mardi 17 février 2004

Heure : 8h30 à 10h30

Lieu : Salle AA-1411

DIRECTIVES PÉDAGOGIQUES:

- Aucune documentation permise.
- L'usage de la calculatrice est interdit.
- Répondre dans un cahier d'examen.

Ceci est un examen. Par conséquent, aucune collaboration n'est permise.

NOM:

NUMÉRO MATRICULE:

QUESTION 1 (20 points)

Trouver une fonction f d'une seule variable (f possède un zéro) pour laquelle la méthode de Newton, partant d'un point x_0 à déterminer, cycle., c'est-à-dire: $x_2 = x_0$.

QUESTION 2 (20 points)

Soit f une fonction convexe de deux variables. Démontrer que la fonction

$$h(x) = \min_y f(x, y)$$

est convexe.

QUESTION 3 (20 points)

Soit Q une matrice définie positive et x^* la solution optimale du programme quadratique

$$\min \frac{1}{2} x^t Q x + b^t x.$$

Soit v un vecteur propre de la matrice Q . Démontrer que si $x^0 = x^* + kv$, alors le point x^1 obtenu à la première itération de la méthode du gradient coïncide avec la solution x^* . Illustrer la situation par un graphique bidimensionnel impliquant une matrice Q qui ne soit pas diagonale.

QUESTION 4 (20 points)

Pour toute valeur du paramètre c , trouver les points stationnaires de la fonction

$$f(x_1, x_2) = cx_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 - 2x_2$$

et déterminer leur nature.

QUESTION 5 (20 points)

Soit $Qx + b$ le gradient d'une fonction quadratique f , avec

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

1. Soit $x^0 = 0$. Minimiser la fonction f par rapport à la première variable (la variable x_1) pour obtenir x^1 .
2. Trouver une direction d qui soit Q -conjuguée à la première direction, et montrer qu'on obtient la solution optimale du problème en minimisant f dans la direction d (à partir de x^1 , bien évidemment).