**DÉPARTEMENT D'INFORMATIQUE ET DE RECHERCHE OPÉRATIONNELLE**

**SIGLE DU COURS:** IFT 3512

**NOM DU PROFESSEUR:** Patrice Marcotte

**TITRE DU COURS:** TECHNIQUES D'OPTIMISATION 2

**EXAMEN DE MI-SESSION**

| | | |
|---|---|---|
| Date | : | Mardi 17 février 2004 |
| Heure | : | 8h30 à 10h30 |
| Lieu | : | Salle AA–1411 |

**DIRECTIVES PÉDAGOGIQUES:**

- Aucune documentation permise.
- L'usage de la calculatrice est interdit.
- Répondre dans un cahier d'examen.

Ceci est un examen. Par conséquent, aucune collaboration n'est permise.

**NOM:**

**NUMÉRO MATRICULE:**

**QUESTION 1 (20 points)**

Trouver une fonction $f$ d'une seule variable ($f$ possède un zéro) pour laquelle la méthode de Newton, partant d'un point $x_0$ à déterminer, cycle., c'est-à-dire: $x_2 = x_0$.

**QUESTION 2 (20 points)**

Soit $f$ une fonction convexe de deux variables. Démontrer que la fonction

$$h(x) = \min_y f(x, y)$$

est convexe.

**QUESTION 3 (20 points)**

Soit $Q$ une matrice définie positive et $x^*$ la solution optimale du programme quadratique

$$\min \frac{1}{2} x^t Q x + b^t x.$$

Soit $v$ un vecteur propre de la matrice $Q$. Démontrer que si $x^0 = x^* + kv$, alors le point $x^1$ obtenu à la première itération de la méthode du gradient coïncide avec la solution $x^*$. Illustrer la situation par un graphique bidimensionnel impliquant une matrice $Q$ qui ne soit pas diagonale.

**QUESTION 4 (20 points)**

Pour toute valeur du paramètre $c$, trouver les points stationnaires de la fonction

$$f(x_1, x_2) = cx_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 - 2x_2$$

et déterminer leur nature.

**QUESTION 5 (20 points)**

Soit $Qx + b$ le gradient d'une fonction quadratique $f$, avec

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

1. Soit $x^0 = 0$. Minimiser la fonction $f$ par rapport à la première variable (la variable $x_1$) pour obtenir $x^1$.
2. Trouver une direction $d$ qui soit $Q$-conjuguée à la première direction, et montrer qu'on obtient la solution optimale du problème en minimisant $f$ dans la direction $d$ (à partir de $x^1$, bien évidemment).