

À remettre mercredi 20 février 2006

1 _____ **(50 points)**

Tester les algorithmes du gradient et de Newton pour minimiser la fonction convexe

$$f(x) = x^t H x + b^t x$$

où H est une matrice de Hilbert ($H_{ij} = 1/(i + j - 1)$) d'ordre 5, et

$$b_i = (-1)^i / i, \quad i = 1, \dots, 5.$$

- Tester à partir des points initiaux $(1, 1, 1, 1, 1)$, $(0, 0, 0, 0, 0)$ et $(-10, 10, -10, 10, 0)$.
- Fournir votre code.
- Donner les résultats (suite des points et des valeurs) sous forme de tableau.
- Que pouvez-vous dire du conditionnement de la matrice H ?

2 _____ **(5 points)**

Tester les algorithmes du gradient et de Newton pour minimiser la fonction

$$(1 - x)^2 + k(y - x^2)^2$$

pour des valeurs du paramètre k allant de 1 à 105.

Où se trouve le minimum de cette fonction? Que se passe-t-il lorsque k augmente? Voyez-vous un rapport avec le mauvais conditionnement de la matrice hessienne?

Si vous le souhaitez, vous pouvez bien sûr faire des graphiques (courbes de niveau par exemple) de la fonction pour différentes valeurs de k .