

IFT 3512 DEVOIR 3-4

(à remettre au *début* du cours du 4 avril)

1 _____ (20 points)

Soit le programme mathématique

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + (x_2 + 1)^2 \\ & x_1 + x_2 \leq 1 \\ & -x_1 + x_2 \leq 1 \\ & x_2 \geq 0, \quad x_1 \text{ libre,} \end{aligned}$$

dont la solution se trouve à l'origine. Démontrer que l'ordre de convergence de l'algorithme de Frank-Wolfe est sous-linéaire si le point initial ne se trouve pas sur l'axe des abscisses, et linéaire sinon.

2 _____ (100 points)

Soit le programme mathématique

$$\begin{aligned} \min_x \quad & \frac{1}{2} x^t A x + b^t x \\ & \sum_{i=1}^3 x_i = 1 \\ & x \geq 0, \end{aligned}$$

où la matrice A est donnée par

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Pour les valeurs suivantes du vecteur b :

$$\begin{aligned} b &= \left(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{4}, -\frac{3}{2}\right)^t \\ b &= (2, 1, -2)^t \\ b &= \left(-\frac{2}{3}, -3, -1\right)^t \end{aligned}$$

1. écrire les conditions d'optimalité de Kuhn et Tucker et les résoudre;
2. résoudre le programme à l'aide de l'algorithme de Frank-Wolfe;
3. résoudre le programme à l'aide de l'algorithme du gradient projeté (Goldstein-Levitin-Polyak);
4. résoudre le programme à l'aide d'un algorithme de pénalité logarithmique; résoudre chaque sous-problème par une méthode de Newton projeté.