

IFT3515 - Devoir 2

À remettre au plus tard le 8 Février 2011

1 Gradient

Écrire un programme qui minimise la fonction suivante en utilisant la méthode du gradient:

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$(x, y) \longmapsto (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2.$$

Cette fonction, dite fonction de Rosenbrock, est unimodale et nonconvexe. Voici quelques indications sur comment procéder, que vous n'êtes cependant pas obligés de suivre.

0. Trouver le minimum de f d'après la formule.
1. Calculer le gradient ∇f . Posons $(d_x, d_y) = -\nabla f(x, y)$. Implanter des procédures pour évaluer, en tout point $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, les valeurs $f(x, y)$, d_x et d_y .
2. Posons $L(x, y, \alpha) = f(x + \alpha d_x, y + \alpha d_y)$. Implanter une procédure, qui, étant donné un point $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ quelconque ainsi qu'une tolérance $0 < \epsilon$, applique la méthode de Newton pour trouver une valeur $\alpha^* \in \mathbb{R}^+$ minimisant $L(x, y, \alpha)$, en utilisant le critère d'arrêt suivant: $|\frac{\partial L}{\partial \alpha}(\alpha^*)| < \epsilon$. Pour ce faire, calculer $\frac{\partial L}{\partial \alpha}$ ainsi que $\frac{\partial^2 L}{\partial \alpha^2}$ et implanter ces fonctions.
3. Implanter la méthode du gradient dans une procédure prenant pour argument les coordonnées du point de départ ainsi que la tolérance ϵ , le critère d'arrêt étant $\|\nabla f(x, y)\| < \epsilon$.

2 Gradient Conjugué

Ecrire un programme qui minimise la fonction de Rosenbrock avec la méthode du gradient conjugué.

3 Consignes

Les deux programmes peuvent être écrits dans le langage de votre choix, à condition que le correcteur puisse le comprendre et l'exécuter sans trop de peine, par exemple C, C++, Python, Scheme, Mathematica, ou un clone libre de MATLAB comme SciLab ou Octave... Personnellement, je recommande C ou

Python, et on me dit du bien de Mathematica qui paraît-il est disponible au DIRO. L'idée générale est de faire quelque chose de *simple*.

Chacun des deux exécutables devrait pouvoir être lancé en ligne de commande et prendre comme arguments les coordonnées x^0 et y^0 du point de départ ainsi que la valeur de la tolérance ϵ . Ils devraient ensuite afficher à l'écran à chaque itération au moins les valeurs suivantes, pour la méthode du gradient:

itération k (x^k, y^k) $f(x^k, y^k)$ $\nabla f(x^k, y^k)$ $\|\nabla f(x^k, y^k)\|$ α^{*k} .

Pour la méthode du gradient conjugué, afficher aussi les valeurs β^k .

Le code source ne devrait pas être très long, alors un effort sur la clarté et la présentation est demandé, et le code doit être suffisamment commenté. Ce devoir est bien entendu un devoir individuel. Envoyez tout dans un courriel intitulé IFT3515 - devoir 2 à postamar@iro.umontreal.ca.