

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
DÉPARTEMENT D'INFORMATIQUE ET DE
RECHERCHE OPÉRATIONNELLE
EXAMEN DE MI-SESSION

IFT 3515 TECHNIQUES D'OPTIMISATION II

Professeur : Patrice MARCOTTE

Date: Mardi 28 février 2012
Heure: 9h30 à 11h30
Salles: Salle 1409, pavillon André Aisenstadt

AUCUNE DOCUMENTATION AUTORISÉE
LA CALCULATRICE EST NON SEULEMENT INUTILE, MAIS INTERDITE

RÈGLEMENT SUR LE PLAGIAT

(extrait du règlement disciplinaire sur le plagiat ou la fraude de l'Université)

Constitue un plagiat:

- Faire exécuter son travail par un autre.
- Utiliser, sans le mentionner, le travail d'autrui.
- Échanger des informations lors d'un examen.
- Falsifier des documents.

Le plagiat est passible de sanctions allant jusqu'à l'exclusion du programme.

1 _____ (10 points)

Déterminer les zones, s'il y en a, où la fonction x^2/y est convexe ou concave.

2 _____ (10 points)

En utilisant la concavité de deux fonctions bien connues, démontrer l'inégalité

$$\theta x + (1 - \theta)y \leq \sqrt{\ln(\theta e^{x^2} + (1 - \theta)e^{y^2})} \quad ,$$

où $\theta \in [0, 1]$.

3 _____ (20 points)

Discuter des avantages et des inconvénients de deux algorithmes permettant de trouver le minimum d'une fonction d'une seule variable. Répéter l'exercice pour des fonctions de plusieurs variables.

4 _____ (50 points)

Soit le programme mathématique

$$\max_{x \in X} x_1^2 - x_2^2,$$

où X est l'enveloppe convexe des points $(0, 0), (0, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 0)$.

- Écrire les conditions d'optimalité de Kuhn et Tucker.
- Déterminer les points de KT ainsi que leur nature.
- Effectuer une itération de l'algorithme de Frank et Wolfe à partir du point $(1/2, 1)$.
- Effectuer une itération de l'algorithme du gradient projeté à partir du point $(1/2, 1)$.

5 _____ (20 points)

Soit X un ensemble fermé tel que:

$$x, y \in X \Rightarrow \frac{x + y}{2} \in X.$$

Démontrer que X est convexe.