DIRO
IFT 2425

DÉMONSTRATION N° 10

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationelle, local 2384.
http : //www.iro.umontreal.ca/∼mignotte/ift2425/
E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

I. Dérivation numérique

Soit la relation suivante

$$v(t) = 0.98\frac{di}{dt}(t) + 0.142i(t)$$

et le tableau suivant

t	1.00	1.01	1.02
i	3.10	3.12	3.14

Calculer v au temps $t = 1.00$, $t = 1.01$ et $t = 1.02$ en utilisant la meilleur formule de dérivation utilisant trois points pour approximer di/dt.

II. Intégration numérique : Méthode des trapèzes.

Calculer une valeur approchée de l'intégrale suivante

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{1 + x + x^2}$$

par la méthode des trapèzes, en partageant l'intervalle $[0, 1]$ en 10 intervalles égaux. Calculer ensuite la valeur exacte de cette intégrale et sa valeur numérique avec quatre décimales exactes.

III. Intégration numérique : Méthode des trapèzes et de Simpson

On propose de calculer une valeur approchée de l'intégrale suivante

$$I = \int_0^\pi \sin x \, dx$$

en utilisant 5 intervalles équidistants (ou 6 points).

1. Utiliser les deux premiers paires d'intervalle pour une intégration avec la méthode de Simpson 1/3 et le dernier intervalle avec la méthode d'intégration des trapèzes.
2. Utiliser la première paire d'intervalle pour une intégration avec la méthode de Simpson 1/3 et le dernier triplet d'intervalle pour une intégration par la méthode de Simpson 3/8.
3. Calculer ensuite la valeur exacte de cette intégrale et sa valeur numérique.
4. Indiquez analytiquement et par calcul quelle est la méthode la plus précise.

IV. Intégration numérique

Prouvez que pour trois points équidistants, l'intégrale du polynôme de degré deux passant par les trois points et celle de l'unique polynôme de degré trois passant par ces trois mêmes points et un quatrième équidistants donnent le même résultat.