DIRO
IFT 2425

DÉMONSTRATION N° 12

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationelle, local 2384.
http : //www.iro.umontreal.ca/∼mignotte/ift2425/
E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

I. Méthode d'Adams-Moulton d'ordre local en h^4

Utiliser la méthode d'Adams-Moulton[1] d'ordre local 4 pour résoudre l'équation différentielle suivante,

$$y'(t) = -y(t) + t^2 + 1,$$

avec les conditions initiales suivantes,

$$\begin{aligned} y_0 = y(0.0) &= 1, \\ y_1 = y(0.1) &= 1.0003252, \\ y_2 = y(0.2) &= 1.0025385. \end{aligned}$$

Calculer seulement $y_3 = y(0.3)$.

II. Equation différentielle d'ordre supérieur (ordre 2)

Utiliser la méthode de Runge Kutta[2] d'ordre local 4, avec $h = 0.1$. pour résoudre l'équation différentielle d'ordre 2 suivante,

$$y'' - 2y' + 2y = \exp(2t)\sin(t),$$

avec les conditions initiales suivantes, $y(0) = -0.4$ et $y'(0) = -0.6$. Calculer seulement $y(0.1) = y_1$.

III. Méthode de tir

Soit l'équation différentielle suivante,

$$y''(t) = -\frac{2}{t}y'(t) + \frac{2}{t^2}y(t) + \frac{\sin(\ln t)}{t^2}. \tag{1}$$

avec les conditions frontières suivantes,

$$\begin{aligned} y(1) &= 1, \\ y(2) &= 2, \end{aligned}$$

avec $1 \leq t \leq 2$. Résoudre avec la méthode d'Euler-Modifiée avec le pas $h = 0.1$.

IV. Méthode de Gershgorin et des puissances

Soit la matrice suivante,

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

[1] Cf. Notes de Cours, Chapitre 6, page 22.
[2] Cf. Notes de Cours, Chapitre 6, page 28.

1. Tracer les disques de Gershgorin et déterminer par cette méthode les intervalles ou doivent se trouver les valeurs propres de cette matrice.
2. En supposant qu'il n'existe pas de valeurs propres complexes, donner l'intervalle ou doivent se trouver ces valeurs propres.
3. En utilisant ces disques de Gershgorin, donner une borne supérieure pour la plus grande valeur propre de cette matrice. En utilisant le corollaire 3 [4] , essayer de trouver une borne supérieure plus intéressante.
4. Déterminer en partant du vecteur $x^0 = (1, 2, 3)$, la plus grande valeur propre de la matrice par la méthode des puissances (faites seulement cinq itérations).

[4] Cf. Notes de Cours, Chapitre 7, page 8.