DIRO
IFT 2425

DÉMONSTRATION N^o 6

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationelle, local 2384.
http : //www.iro.umontreal.ca/∼mignotte/ift2425/
E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

I. Calcul de spline cubique naturelle

Calculer la spline cubique naturelle passant par les points suivants,

x	1	2	3	4	5
y	4	-2	3	1	1

II. Calcul de spline de Bézier

Calculer la spline de Bézier cubique passant par les points suivants,

x	1	2	3	4
y	4	-2	3	1

III. Méthode matricielle pour le calcul des splines de Bézier

Calculer la spline de Bézier cubique passant par les points suivants en utilisant la méthode matricielle[3],

x	1	2	3	4
y	4	-2	3	1

IV. Identification de courbe spline (1)

On définit l'expression,

$$(x-\xi)_+^3 = \begin{cases} (x-\xi)^3, & \text{si} \quad x > \xi, \\ 0, & \text{si} \quad x \le \xi. \end{cases}$$

Soit maintenant $a = x_0 < x_1 < x_2 < x_3 = b$ et on définit,

$$S(x) = c_1(x-x_1)_+^3 + c_2(x-x_2)_+^3, \quad \text{où} \quad x \in [a,b].$$

Montrer que $S(x)$ est une spline cubique.

[2]Cf. Notes de Cours, Chapitre 4, page 63.

V. Identification de courbe spline (2)

Soit $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a^3 x^3$, un polynôme cubique sur $[a, b]$, et $a = x_0 < x_1 < x_2 < x_3 = b$. Montrer que l'expression,

$$s(x) = P(x) + \sum_{j=1}^{n-1} c_j (x - x_j)_+^3,$$

est une spline cubique sur $[x_i, x_{i+1}]$, pour chaque $i = 0, 1, \ldots, n-1$, sachant que l'on définit,

$$(x - \xi)_+^3 = \begin{cases} (x - \xi)^3, & \text{si} \quad x > \xi, \\ 0, & \text{si} \quad x \leq \xi. \end{cases}$$