DIRO
IFT 2425

DEVOIR N° 1

Méthode de Muller et Matrice de Hilbert

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationelle.
http : //www.iro.umontreal.ca/∼mignotte/ift2425/
E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

I. Méthode de Muller

Soit l'exemple du cours présenté au début du chapitre deux[1] dans lequel nous voulons connaître la longueur maximale de l'échelle qui peut passer à travers les deux couloirs d'un tunnel (cf. Figure 1).

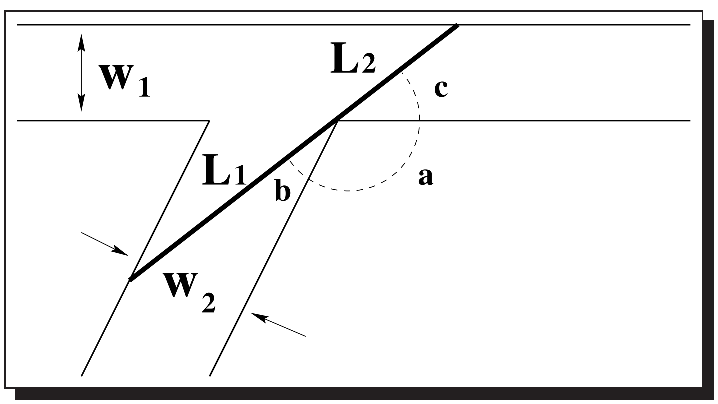

FIG. 1 – Probléme de l'échelle.

On prendra les données suivantes : $w_1 = 8$ mètres, $w_2 = 10$ mètres et $A = 123$ degrés.

1. Tracer un graphique de la fonction dont nous cherchons la racine.
2. Implanter la méthode de Muller décrite en détail dans votre livre de référence[2].
3. Evaluer la longueur de la plus grande échelle qui pourrait traverser ces deux conduits avec 5 chiffres significatifs exacts (cse). Choisissez pour cela vos propres valeurs de départ.

[1] Cf. Notes de cours, Chapitre 2, page 2 et livre de référence page 6–8 (6e ou 7e édition).
[2] Cf. livre de référence page 52–54 et fin du Chapitre I pour la 6e édition et page $51 - 52$ pour la 7e édition.

II. Matrice de Hilbert

Un élément a_{ij} de la matrice de Hilbert est définie par la fonction suivante :

$$a_{ij} = \frac{1}{i+j+1} \qquad (1)$$

1. Implanter la méthode de factorisation LU par élimination de Gauss avec pivot partiel et substitution avant-arriére[3] pour calculer l'inverse d'une matrice.
2. Implanter et estimer le conditionnement (norme ∞) de la matrice de Hilbert pour différentes tailles $n \times n$ de cette matrice[4]. Pour cela, faite varier n entre 1 et 50 (avec un pas de 1 jusqu'à $n = 20$ puis un pas de 5 pour n compris entre 20 et 50.)
3. Commenter le graphique obtenu. A partir de quelle valeur de n, a t-on des problèmes dans le calcul numérique de l'inverse de cette matrice ? Pour cela calculer l'inverse de la matrice et verifier le résultat en implantant et calculant le produit de la matrice de Hilbert par son inverse. Le résultat doit normalement donner la matrice identité. Considérer qu'il y a un problème lorsque la précision est moindre que 5 cse aprés le point décimal pour l'un des éléments de la matrice identité.

Remise & Rapport & Critère d'évaluation

Date de Remise et conditions

Vous devez rendre physiquement au démonstrateur le rapport et électroniquement le(s) programme(s) fait en C (ou C++) (fichier .c et exécutable ainsi que la ligne de compilation ou le makefile) avant la date de remise (et avant $24h00$) spécifiée dans le fichier *planning* situé sur la page web du cours dans la rubrique *Introduction & Program.* Pour la remise électronique, utilisez le programme *remise* (*man remise* pour plus de détails) pour remettre votre code. N'oubliez pas d'inscrire vos noms en commentaire en haut du fichier .c remis. Les noms des programmes à remettre devront avoir le format suivant *DevoirIFT2425– <Numéro du devoir>-<Numéro de la question>.c.* Les programmes devront se compiler et s'executer sur linux.

Rapport

Le rapport doit être concis (3-4 pages sans le code), clair et devra contenir (en plus des éléments et des discussions que vous jugerez importants) :

- La description brève du problème et de la technique utilisée.
- La réponse aux questions posées et les graphes demandés.
- Les références.

Critère d'évaluation

Ce Devoir sera noté sur 10 points et compte pour 25/4 % de la note globale du cours. Ces 10 points seront répartis comme suit,

Section	Critères	Pondération
Code	Exécution correcte (50 %) style, clarté (20 %)	70 %
Rapport	Esthétique, réponse, discussion, graphes, etc.	30 %

[3] Cf. Cours, chapitre3 page 36, Démonstrations et livre de référence page 195-199 pour la 6e édition ou page 132 pour la 7e édition et photocopies des pages 129 et 195-199 de la 6e édition distribuées en classe.

[4] Exemple :

$$\text{Hilbert}_{[2]} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$