**DIRO**
**IFT 2425**

# DEVOIR N$^o$ 1

## Systèmes linéaires

*Max Mignotte & Said Benameur*

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationelle.
http : //www.iro.umontreal.ca/∼mignotte/IFT2425/
*E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca*

## Systèmes linéaires

On considère un câble élastique qui occupe à repos le segment $[0, 1]$, et fixé aux extrêmes, sur lequel on applique une force d'intensité $f(x)$. Son déplacement au point $x$, $u(x)$, est la solution de l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} -u^{''}(x) = f(x), & x \in [0,1] \\ u(0) = 0, & u(1) = 0 \end{cases} \tag{1}$$

Soient $n \in \mathbb{N}$, $h = \frac{1}{n}$ et $x_i = ih$ pour $i = 1, \ldots, n$ ; pour approcher la solution $u(x)$ on considère la discrétisation de l'intervalle $[0, 1]$ en $n$ sous-intervalles $[x_i, x_{i+1}]$, et on construit une approximation $u_i$ de $u(x_i)$ par la méthode des différences finies. Cette méthode[1] demande de résoudre numériquement le système linéaire tridiagonale $Au = b$, suivant

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{n-2} \\ u_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_{n-2}) \\ f(x_{n-1}) \end{pmatrix}$$

où $u = [u_1, u_2, \ldots, u_{n-1}]^T$ et $b = [f(x_1), f(x_2), \ldots, f(x_{n-1})]^T$. Plus $n$ est grand, plus l'approximation sera précise et plus la taille du système linéaire à résoudre sera élevée.

1. On suppose que la force appliquée soit $f(x) = x(x - 1)$ et on prend $n = 20$ intervalles. Construire la matrice $A$ et le vecteur $b$ correspondants.
2. Calculer la factorisation $LU$ de $A$ par la méthode du pivot de Gauss avec permutation. Vérifier que la matrice de permutation $P$ est l'identité.
3. Calculer la solution du système linéaire $Au = b$ à partir de la factorisation $LU$ obtenue précédemment.
4. Représenter le déplacement $u$ du câble aux noeuds $x_i$ définis à la question 1.
5. On veut maintenant étudier la déformation du câble lorsque une distribution de force différente est appliquée, notamment $g(x) = x \sin(2\pi x)^2$. En considérant $n = 20$ sous-intervalles, calculer la déformation du câble due à $g$, en utilisant à nouveau les matrices $L$ et $U$ précédemment obtenus. Tracer le graphe correspondant à la solution calculée.

[1] On verra la méthode des différences finies au Chapitre 6 page 42 des notes de cours

# Remise, Rapport et Critères d'évaluation

## Remise

Vous devez rendre physiquement au démonstrateur le rapport et électroniquement le(s) programme(s) fait en (C ou C++) (fichiers .c et exécutables ainsi que la ligne de compilation ou le makefile) avant la date de remise (et avant 24h00) spécifiée dans le fichier *planning* situe sur la page web du cours dans la rubrique *Introduction & Program*. Pour la remise électronique, utilisez le programme *remise* pour remettre votre code. N'oubliez pas d'inscrire vos noms en commentaire en haut des fichiers .c remis. Les noms des programmes à remettre devront avoir le format suivant *DevoirIFT2425- <Numero du devoir>-<Numero de la question>.c.* Les programmes devront se compiler et s'exécuter sur linux.

## Rapport

Le rapport doit être concis (3 à 4 pages sans le code), clair et devra contenir (en plus des éléments et des discussions que vous jugerez importants) :

1. La description brève du problème et de la méthode utilisée.
2. La réponse aux questions posées et les graphes demandés.
3. Les références.

## Critères d'évaluation

Ce devoir sera noté sur 10 points et compte pour 25/4% de la note globale du cours. Ces points seront repartis comme suit,

| Section | Critères | Pondération |
|---|---|---|
| Code | Exécution correcte (50%), style et clarté (20%) | 70% |
| Rapport | Présentation, réponse, discussion, graphes, etc. | 30% |