DIRO
IFT 2425

DEVOIR N° 2

Méthodes de Jacobi et Gauss-Seidel

Max Mignotte & Said Benameur

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationelle.
http : //www.iro.umontreal.ca/∼mignotte/IFT2425/
E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

Méthodes de Jacobi et Gauss-Seidel

On considère les systèmes suivants $A_m x = b_m$ où

$$\mathbf{A_m} = \begin{pmatrix} 1 & m & m^2 & & 0 \\ m & 1 & m & \ddots & \\ m^2 & m & \ddots & \ddots & m^2 \\ & \ddots & \ddots & 1 & m \\ 0 & & m^2 & m & 1 \end{pmatrix}, b_m = A_m \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}, m \in [0, 1]$$

1. Construire la matrice A_m et le vecteur b_m du système $A_m \times x = b_m$ pour une taille et une valeur de m données. On suppose que la matrice A_m est de taille 5×5.

2. Exprimer la condition de convergence des méthodes de Jacobi et Gauss-Seidel pour résoudre le système $A_m \times x = b_m$. Établir si c'est le cas lorsqu'on fixe $m = 0.3$.

3. Dans le cas où la matrice A_m est diagonale dominante stricte par ligne, calculer la solution du système en implémentant la méthode de Gauss-Seidel et la méthode de Jacobi, en utilisant une tolérance 10^{-10} (utilisez $\left\| x^{[k+1]} - x^{[k]} \right\|_1$) et le point de départ $x^{[0]} = (0\ 0\ 0\ 0\ 0)^T$. En déduire le nombre d'itérations nécessaires pour ces deux méthodes.

4. Discuter la convergence des deux méthodes.

5. Quelle méthode entre Jacobi et Gauss-Seidel utiliseriez-vous pour résoudre le système $A_m \times x = b_m$ en exécutant le programme de la question 3) dans le cas où $m = 0.5$?

6. Question facultative : On suppose maintenant que la matrice A_m est de taille 100×100. Tracez et comparez les graphes de la norme du résidu $r^{[k]} = b_m - A_m x^{[k]}$ en fonction du nombre d'itérations $k \in \{1, \ldots, 50\}$ pour la méthode de Jacobi pour $m = 0.3$ et $m = 0.35$. .

Remise, Rapport et Critères d'évaluation

Remise

Vous devez rendre physiquement au démonstrateur le rapport et électriquement le(s) programme(s) fait en (C ou C++) (fichiers .c et exécutables ainsi que la ligne de compilation ou le makefile) avant la date de remise (et avant 24h00) spécifiée dans le fichier *planning* situe sur la page web du cours dans la rubrique *Introduction & Program*. Pour la remise électronique, utilisez le programme *remise* pour remettre votre code. N'oubliez pas d'inscrire vos noms en commentaire en haut des fichiers .c remis. Les noms des programmes à remettre devront avoir le format suivant *DevoirIFT2425- <Numero du devoir>-<Numero de la question>.c.* Les programmes devront se compiler et s'exécuter sur linux.

Rapport

Le rapport doit être concis (3 à 4 pages sans le code), clair et devra contenir (en plus des éléments et des discussions que vous jugerez importants) :

1. La description brève du problème et de la méthode utilisée.
2. La réponse aux questions posées et les graphes demandés.
3. Les références.

Critères d'évaluation

Ce devoir sera noté sur 10 points et compte pour 25/4% de la note globale du cours. Ces points seront repartis comme suit,

Section	Critères	Pondération
Code	Exécution correcte (50%), style et clarté (20%)	70%
Rapport	Présentation, réponse, discussion, graphes, etc.	30%
Question facultative	Code, réponse, discussion, graphes, etc.	bonus 10%