

IFT2105—Introduction à l’informatique théorique

Automne 2014, (Devoir #4)

Louis Salvail

Université de Montréal (DIRO), QC, Canada
salvail@iro.umontreal.ca
Bureau: Pavillon André-Aisenstadt, #3369

1 Remise

Il s’agit du quatrième devoir pour le cours. La date de remise est:

Mardi, 21 novembre 2017, 10:30, aucun retard ne sera toléré.

Vous pouvez faire votre devoir en équipe de deux.

2 Questions

1. Une expression booléenne E est en forme NAND si E est une expression booléenne avec des opérateurs de conjonction négative (dénoté “ $\bar{\wedge}$ ”: $a \bar{\wedge} b = \overline{a \wedge b}$) appelé *NAND*) en plus de parenthèses et des négations (dénotés \neg). Par exemple,

$$E = (x_1 \bar{\wedge} \neg x_1 \bar{\wedge} x_7) \bar{\wedge} \neg (x_1 \bar{\wedge} x_4) \bar{\wedge} x_6 \bar{\wedge} x_3 \bar{\wedge} (x_4 \bar{\wedge} \neg x_7)$$

est en forme NAND. L’évaluation se fait de gauche vers la droite en respectant la priorité de parenthèses.

Considérez le langage:

$\text{SAT-NAND} = \{ \langle E \rangle \mid E \text{ est une expression booléenne en forme NAND satisfaisable} \}$.

Montrez que SAT-NAND est NP-complet.

2. Une expression booléenne E est en forme NANDNC si E est une expression booléenne avec des clauses de conjonction négative “ $\bar{\wedge}$ ”, des négations de variable à l’intérieur des clauses et des ET “ \wedge ” entre les clauses:

$$E = (x_1 \bar{\wedge} x_5 \bar{\wedge} \neg x_7 \bar{\wedge} x_4) \wedge (x_1 \bar{\wedge} x_4 \bar{\wedge} x_2 \bar{\wedge} \neg x_3) \wedge (\neg x_6 \bar{\wedge} \neg x_3 \bar{\wedge} x_4 \bar{\wedge} x_7)$$

est en forme NANDNC. L’évaluation se fait de gauche vers la droite dans chaque clause. Nous dirons d’une expression booléenne qu’elle est en 4-NANDNC si chaque clause contient 4 littéraux différents (la même variable ne peut apparaître plus d’une fois par clause, comme pour 3SAT). L’expression E plus haut est en 4-NANDNC. Considérez le langage:

$4\text{NANDSAT} = \{ \langle E \rangle \mid E \text{ est une expression booléenne satisfaisable en 4-NANDNC} \}$.

Montrez que 4NANDSAT est NP-complet en exhibant la réduction $3\text{SAT} \leq_P 4\text{NANDSAT}$.

3. Considérez le langage suivant:

$$\text{CCLIQUE} = \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ ou le complément de } G \text{ a une clique de taille } k \} .$$

Montrez que CCLIQUE est NP-complet.