

# IFT2105—Introduction à l’informatique théorique (Devoir #5 – Automne 2017)

Louis Salvail<sup>1</sup>

Université de Montréal (DIRO), QC, Canada  
salvail@iro.umontreal.ca  
Bureau: Pavillon André-Aisenstadt, #3369

La remise du devoir est le vendredi 8 décembre au plus tard à 12:00 sans faute... vous pouvez remettre le devoir sur STUDIUM . Si vous voulez le remettre dans sa version papier alors il vous faudra le remettre en main propre à Stéphanie si vous la trouvez.

**NOTE:** Par la suite, “GHC” signifie *Grammaire HC* et  $\sqcup$  désigne le blanc sur un ruban.

1. Considérez le langage suivant:

$$\text{INCL}_{GHC} = \{\langle G_1, G_2 \rangle \mid G_1 \text{ et } G_2 \text{ sont des GHCs telles que } L(G_1) \subset L(G_2)\}.$$

Montrez que  $\text{INCL}_{GHC} \notin \text{DEC}$  en exhibant la réduction  $\text{TOUT}_{GHC} \leq \text{INCL}_{GHC}$ .

2. Montrez que

$$L_{\overline{\text{HC}}} = \{\langle M \rangle \mid L(M) \notin \text{HC}\} \notin \text{DEC}$$

en montrant que  $A_{MT} \leq L_{\overline{\text{HC}}}$ . Croyez-vous que  $L_{\overline{\text{HC}}} \in \text{REC}$ ? Expliquez rapidement votre réponse (pas besoin d’une preuve complète).

3. Pouvez-vous utiliser le théorème de Rice pour montrer que

$$L' = \{\langle M \rangle \mid (\exists \text{ machine de Turing } M') [L(M') = L(M) \text{ et } M' \text{ possède moins de 3 états avec } \Sigma = \{0, 1\} \text{ et } \Gamma = \Sigma \cup \{\sqcup\}]\}$$

n’est pas décidable? Si oui alors faites-le et sinon montrez pourquoi.

4. Ordonnez les classes de complexité suivantes de la plus petite à la plus grande. Utilisez  $A \subseteq B$  si le mieux que vous puissiez dire est que  $B$  contient au moins ceux de  $A$  et utilisez  $A \subset B$  lorsqu’il existe un élément de  $B$  qui ne soit pas dans  $A$ :

$$\mathbf{P}, \text{HC}, \mathbf{NP}, \mathbf{TIME}(n^3), \mathbf{EXSPACE}, \text{DEC}, \mathbf{SPACE}(1.5^n), \mathbf{SPACE}(1.5^n \sqrt{\log n}).$$

Donnez la raison pour chaque inclusion. Par exemple, votre réponse devrait être de la forme:

$$A \subseteq B \subset C \subseteq D \subset E \subset F \subseteq G ,$$

et vous donnez une courte explication pour chaque opérateur  $\subset$  ou  $\subseteq$  de votre liste.