

IFT-6561
Devoir 2

-
1. Montrez que si $X \sim \text{Géométrique}(p)$, alors $P[X = y+x \mid X \geq y] = P[X = x]$. Il s'agit de la "propriété sans mémoire" de la distribution géométrique.
 2. Montrez que si X_1, \dots, X_k sont des variables aléatoires indépendantes exponentiellement distribuées, avec des taux respectifs $\lambda_1, \dots, \lambda_k$, alors $X = \min(X_1, \dots, X_k)$ suit une loi exponentielle de taux $\lambda = \lambda_1 + \dots + \lambda_k$. Astuce: écrivez la fonction de survie $\bar{F}(x) = 1 - P[X > x]$.
 3. On souhaiterait étendre le cadre de l'option européenne étudiée dans le devoir 1. Alors qu'une option européenne ne peut être exercée qu'à la maturité T , une option américaine peut être exercée à n'importe quelle date entre son émission au temps 0 et sa maturité. Les options bermudiennes représentent un cadre intermédiaire, où l'option peut être exercée à divers instants entre l'émission et la maturité, instants définis lors de l'émission du contrat. On suppose ici les mêmes conditions que dans l'exercice sur les options européennes, mais l'option peut être exercée au début de chaque mois, soit aux temps $i/12$, $i = 1, \dots, 12$.

En simulant l'option, déterminez le revenu moyen envisageable au début de chaque mois. Déterminez également le revenu moyen maximum qui peut être retiré de l'option si elle est exercée au meilleur moment (c'est-à-dire quand sa valeur est au maximum parmi les points d'exercice possibles). Est-ce une valeur réaliste pour tarifer le contrat? Pourquoi?

Du point de vue de l'acheteur, une stratégie qui consisterait à exercer l'option quand sa valeur est supérieure au revenu moyen pour la période donnée est-elle pertinente?

Imaginer théoriquement une stratégie d'exercice optimale. Quelles difficultés envisagez-vous pour son implémentation numérique?