

Problème où l'algo. du simplexe cycle

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_5	$\frac{1}{4}$	-60	$-\frac{1}{25}$	9	1	0	0	0	0
x_6	$\frac{1}{2}$	-90	$-\frac{1}{50}$	3	0	1	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	$-\frac{3}{4}$	150	$-\frac{1}{50}$	6	0	0	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_1	1	-240	$-\frac{4}{25}$	36	4	0	0	0	0
x_6	0	30	$\frac{3}{50}$	-15	-2	1	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	0	-30	$-\frac{7}{50}$	33	3	0	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_1	1	-240	$-\frac{4}{25}$	36	4	0	0	0	0
 x_6	0	30	$\frac{3}{50}$	-15	-2	1	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	0	-30	$-\frac{7}{50}$	33	3	0	0	1	0



	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_1	1	0	$\frac{8}{25}$	-84	-12	8	0	0	0
x_2	0	1	$\frac{1}{500}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{15}$	$\frac{1}{30}$	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	0	0	$-\frac{2}{25}$	18	1	1	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_1	1	0	$\frac{8}{25}$	-84	-12	8	0	0	0
x_2	0	1	$\frac{1}{500}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{15}$	$\frac{1}{30}$	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	0	0	$-\frac{2}{25}$	18	1	1	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_3	$\frac{25}{8}$	0	1	$-\frac{525}{2}$	$-\frac{75}{2}$	25	0	0	0
x_2	$\frac{1}{160}$	1	0	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{120}$	$-\frac{1}{60}$	0	0	0
x_7	$-\frac{25}{8}$	0	0	$\frac{525}{2}$	$\frac{75}{2}$	-25	1	0	1
$-z$	$\frac{1}{4}$	0	0	-3	-2	3	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_3	$\frac{25}{8}$	0	1	$-\frac{525}{2}$	$-\frac{75}{2}$	25	0	0	0
 x_2	$-\frac{1}{160}$	1	0	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{120}$	$-\frac{1}{60}$	0	0	0
x_7	$-\frac{25}{8}$	0	0	$\frac{525}{2}$	$\frac{75}{2}$	-25	1	0	1
$-z$	$\frac{1}{4}$	0	0	-3	-2	3	0	1	0



	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_3	$-\frac{125}{2}$	10500	1	0	50	-150	0	0	0
x_4	$-\frac{1}{4}$	40	0	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	0	0
x_7	$\frac{125}{2}$	-10500	0	0	-50	150	1	0	1
$-z$	$-\frac{1}{2}$	120	0	0	-1	1	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_3	$-\frac{125}{2}$	10500	1	0	50	-150	0	0	0
x_4	$-\frac{1}{4}$	40	0	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	0	0
x_7	$\frac{125}{2}$	-10500	0	0	-50	150	1	0	1
$-z$	$-\frac{1}{2}$	120	0	0	-1	1	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_5	$-\frac{5}{4}$	210	$\frac{1}{50}$	0	1	-3	0	0	0
x_4	$\frac{1}{6}$	-30	$-\frac{1}{150}$	1	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	$-\frac{7}{4}$	330	$\frac{1}{50}$	0	0	-2	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_5	$-\frac{5}{4}$	210	$\frac{1}{50}$	0	1	-3	0	0	0
 x_4	$\frac{1}{6}$	-30	$-\frac{1}{150}$	1	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	$-\frac{7}{4}$	330	$\frac{1}{50}$	0	0	-2	0	1	0

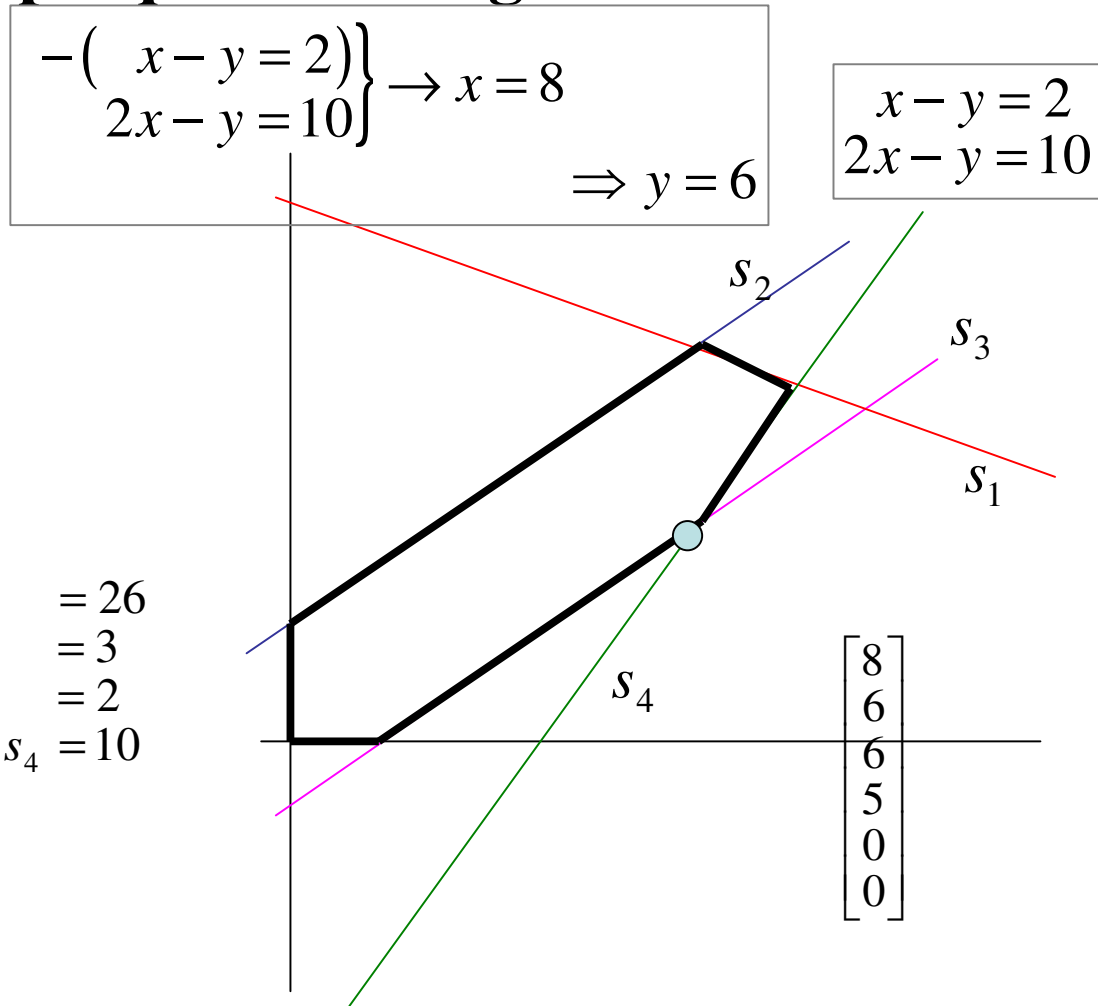


	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_5	$\frac{1}{4}$	-60	$-\frac{1}{25}$	9	1	0	0	0	0
x_6	$\frac{1}{2}$	-90	$-\frac{1}{50}$	3	0	1	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	$-\frac{3}{4}$	150	$-\frac{1}{50}$	6	0	0	0	1	0

Illustration graphique de la dégénérescence

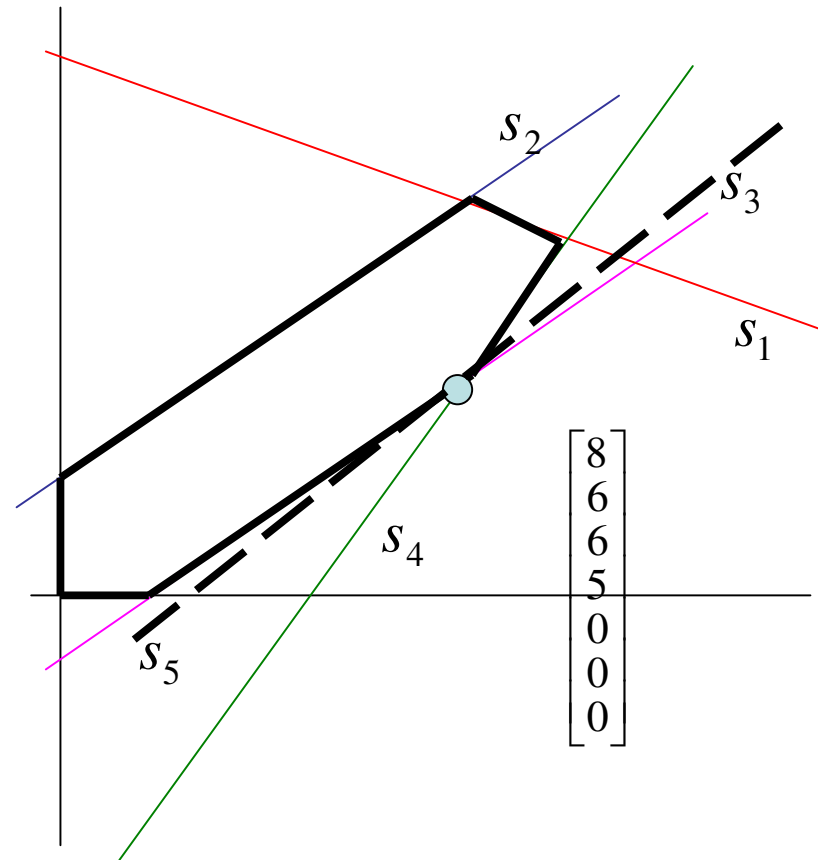
$$\begin{array}{ll} \text{Min} & -3x - 2y \\ \text{Sujet à} & \boxed{x + 2y \leq 26} \\ & \boxed{-x + y \leq 3} \\ & \boxed{x - y \leq 2} \\ & \boxed{2x - y \leq 10} \\ & x, y \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & -3x - 2y \\ \text{Sujet à} & \boxed{\begin{array}{l} x + 2y + s_1 = 26 \\ -x + y + s_2 = 3 \\ x - y + s_3 = 2 \\ 2x - y + s_4 = 10 \end{array}} \\ & x, y, s_1, s_2, s_3, s_4 \geq 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{ll}
 \text{Min} & -3x - 2y \\
 \text{Sujet à} & x + 2y \leq 26 \\
 & -x + y \leq 3 \\
 & x - y \leq 2 \\
 & 2x - y \leq 10 \\
 & 6x - 5y \leq 18 \\
 & x, y \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Min} & -3x - 2y \\
 \text{Sujet à} & \begin{array}{l} x + 2y + s_1 = 26 \\ -x + y + s_2 = 3 \\ x - y + s_3 = 2 \\ 2x - y + s_4 = 10 \\ 6x - 5y + s_5 = 18 \end{array} \\
 & x, y, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 \geq 0
 \end{array}$$



Convergence dans le cas dégénéré

Critères d'entrée et de sortie de Bland:

Critère d'entrée: La variable d'entrée x_s est celle ayant le plus petit indice parmi les variables hors base ayant un coût relatif négatif; i.e.,

$$s = \underset{j=1,\dots,n}{\text{Min}} \left\{ j : \bar{c}_j < 0 \right\}.$$

Critère de sortie: La variable de sortie x_{j_r} (x_{j_r} dénotant la variable de base dans la $r^{\text{ième}}$ ligne du tableau) est celle ayant le plus petit indice parmi les variables candidates à sortir de la base; i.e.,

$$j_r = \underset{l=1,\dots,m}{\text{Min}} \left\{ j_l : \bar{a}_{ls} > 0, \frac{\bar{b}_l}{\bar{a}_{ls}} = \underset{i=1,\dots,m}{\text{Min}} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_{is}} : \bar{a}_{is} > 0 \right\} \right\}.$$

Critère se sortie: La variable de sortie x_{j_r} (x_{j_r} dénotant la variable de base dans la $r^{i\text{ème}}$ ligne du tableau) est celle ayant le plus petit indice parmi les variables candidates à sortir de la base; i.e.,

$$j_r = \text{Min}_{l=1,\dots,m} \left\{ j_l : \bar{a}_{ls} > 0, \frac{\bar{b}_l}{\bar{a}_{ls}} = \text{Min}_{i=1,\dots,m} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_{is}} : \bar{a}_{is} > 0 \right\} \right\}.$$

Note très importante:

Lorsque

$$\frac{\bar{b}_l}{\bar{a}_{ls}} = \text{Min}_{i=1,\dots,m} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_{is}} : \bar{a}_{is} > 0 \right\}$$

est atteint pour plusieurs indices l , alors la variable de base x_{j_r} choisi selon le critère précédent pour devenir variable de sortie devient égale à 0. Par contre les autres variables x_{j_l} où ce Min est atteint restent dans la base **mais deviennent aussi égales à 0.**

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_5	$\frac{1}{4}$	-60	$-\frac{1}{25}$	9	1	0	0	0	0
x_6	$\frac{1}{2}$	-90	$-\frac{1}{50}$	3	0	1	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	$-\frac{3}{4}$	150	$-\frac{1}{50}$	6	0	0	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_1	1	-240	$-\frac{4}{25}$	36	4	0	0	0	0
x_6	0	30	$\frac{3}{50}$	-15	-2	1	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	0	-30	$-\frac{7}{50}$	33	3	0	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_1	1	-240	$-\frac{4}{25}$	36	4	0	0	0	0
 x_6	0	30	$\frac{3}{50}$	-15	-2	1	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	0	-30	$-\frac{7}{50}$	33	3	0	0	1	0



	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_1	1	0	$\frac{8}{25}$	-84	-12	8	0	0	0
x_2	0	1	$\frac{1}{500}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{15}$	$\frac{1}{30}$	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	0	0	$-\frac{2}{25}$	18	1	1	0	1	0

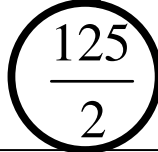
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
 x_1	1	0	$\frac{8}{25}$	-84	-12	8	0	0	0
x_2	0	1	$\frac{1}{500}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{15}$	$\frac{1}{30}$	0	0	0
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	1
$-z$	0	0	$-\frac{2}{25}$	18	1	1	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_3	$\frac{25}{8}$	0	1	$-\frac{525}{2}$	$-\frac{75}{2}$	25	0	0	0
x_2	$\frac{1}{160}$	1	0	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{120}$	$-\frac{1}{60}$	0	0	0
x_7	$-\frac{25}{8}$	0	0	$\frac{525}{2}$	$\frac{75}{2}$	-25	1	0	1
$-z$	$\frac{1}{4}$	0	0	-3	-2	3	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_3	$\frac{25}{8}$	0	1	$-\frac{525}{2}$	$-\frac{75}{2}$	25	0	0	0
 x_2	$-\frac{1}{160}$	1	0	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{120}$	$-\frac{1}{60}$	0	0	0
x_7	$-\frac{25}{8}$	0	0	$\frac{525}{2}$	$\frac{75}{2}$	-25	1	0	1
$-z$	$\frac{1}{4}$	0	0	-3	-2	3	0	1	0



	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_3	$-\frac{125}{2}$	10500	1	0	50	-150	0	0	0
x_4	$-\frac{1}{4}$	40	0	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	0	0
x_7	$\frac{125}{2}$	-10500	0	0	-50	150	1	0	1
$-z$	$-\frac{1}{2}$	120	0	0	-1	1	0	1	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_3	$-\frac{125}{2}$	10500	1	0	50	-150	0	0	0
x_4	$-\frac{1}{4}$	40	0	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	0	0
 x_7		-10500	0	0	-50	150	1	0	1
$-z$	$-\frac{1}{2}$	120	0	0	-1	1	0	1	0
									

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_3	0	0	1	0	0	0	1	0	1
x_4	0	-2	0	1	$\frac{2}{15}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{250}$	0	$\frac{1}{250}$
x_1	1	-168	0	0	$-\frac{100}{125}$	$\frac{300}{125}$	$\frac{2}{125}$	0	$\frac{2}{125}$
$-z$	0	36	0	0	$-\frac{175}{125}$	$\frac{275}{125}$	$\frac{1}{125}$	1	$\frac{1}{125}$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_3	0	0	1	0	0	0	1	0	1
 x_4	0	-2	0	1	$\frac{2}{15}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{250}$	0	$\frac{1}{250}$
x_1	1	-168	0	0	$-\frac{100}{125}$	$\frac{300}{125}$	$\frac{2}{125}$	0	$\frac{2}{125}$
$-z$	0	36	0	0	$-\frac{175}{125}$	$\frac{275}{125}$	$\frac{1}{125}$	1	$\frac{1}{125}$



	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	
x_3	0	0	1	0	0	0	1	0	1
x_5	0	-15	0	$\frac{15}{2}$	1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{100}$	0	$\frac{3}{100}$
x_1	1	-180	0	6	0	$\frac{150}{125}$	$\frac{5}{125}$	0	$\frac{5}{125}$
$-z$	0	15	0	$\frac{21}{2}$	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	1	$\frac{1}{20}$