

# Validation

Fabian Bastin

Avril 2011

# Rapport de vraisemblances

Mesure à quel point le modèle colle aux données, en le comparant à un modèle où tous les paramètres sont mis à 0 (y compris les constantes spécifiques d'alternatives).

Index de rapport de vraisemblance :

$$\rho^2 = 1 - \frac{LL(\beta^*)}{LL(0)} (\in [0, 1]).$$

0 : le modèle ne prédit rien.

1 : le modèle prédit tout.

Dans le cas logit, si tous les paramètres sont mis à 0,

$$P_k = \frac{1}{K}, \forall k.$$

Sous l'hypothèse de normalité, nous pouvons utiliser le test de student pour tester si les paramètres, considérés individuellement, sont nuls.

Pour tester plusieurs paramètres ensemble, nous pouvons utiliser un test  $\chi^2$ . Nous comparerons deux modèles, un plus riche que l'autre.

Hypothèse fondamentale : le modèle plus pauvre est une restriction du modèle plus riche, i.e. nous considérons le même modèle, mais avec des contraintes additionnelles. Nous utiliserons l'indice  $H$  pour designer ce modèle contraint.

# Test du rapport de vraisemblances

Ce test sert à comparer deux modèles.

Sous les conditions précédentes,

$$2 (LL(\beta) - LL(\beta_H^*))$$

suit une distribution  $\chi^2$  à  $m$  degrés de liberté, où  $m$  est le nombre de restrictions imposées, avec

$$LL(\beta) = \sum_{i=1}^I \ln P_i(\beta).$$

Nous rejettons dès lors l'hypothèse nulle (les deux modèles sont équivalents, et donc on peut imposer ces restrictions) si la valeur de la statistique est trop grande.

# Tests d'hypothèses : cas pratiques

On testera souvent à nouveau tous les paramètres à 0, et en ne gardant que les constantes spécifiques d'alternatives. Dans ce dernier cas, on notera  $LL(c)$  la log-vraisemblance correspondante.

Dans le cadre du  $\rho^2$ , nous pouvons aussi tenir du nombre de degrés de liberté comme suit :

$$\rho_{corr}^2 = 1 - \frac{LL(\beta)^* - m}{LL(0)}.$$

Un autre moyen simple est, pour chaque preneur de décision échantillonné, d'identifier l'alternative avec la plus grande probabilité de choix, et de déterminer s'il s'agit effectivement de l'alternative choisie.

La proportion de bonnes prédictions devrait correspondre à la proportion de la population choisissant cette alternative.

Bien que parfois utilisée, cette approche est non recommandée.