DIRO
IFT 6150

TRAITEMENT D'IMAGES

RECONNAISSANCE DE FORMES

Max Mignotte

Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.
Http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150
E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

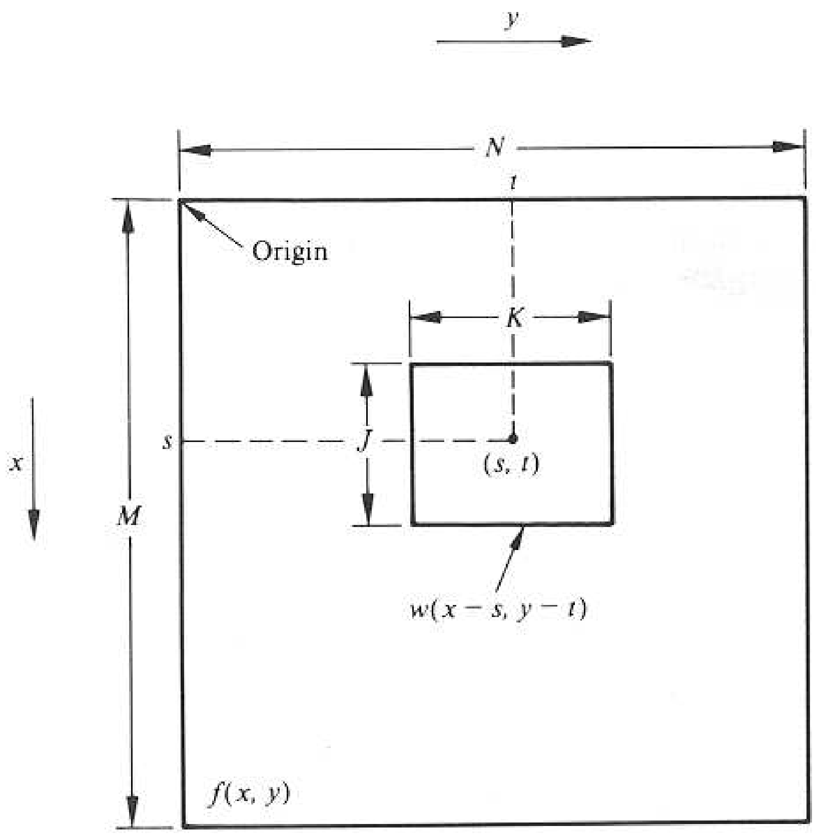
RECONNAISSANCE DE FORMES

SOMMAIRE

RECONNAISSANCE DE FORMES
DÉTECTION PAR CORRÉLATION (1)

- Le but de la détection d'objets est de localiser dans une image $f(x,y)$ de dimension $M \times N$ des objets ou formes représentés par une sous image $w(x,y)$ de dimension $J \times K$ ($j \leq M$ et $K \leq N$)

- L'approche par corrélation consiste à déplacer l'objet $w(x,y)$ sur l'image $f(x,y)$ et de calculer une fonction de ressemblance entre $w(x,y)$ et $f(x,y)$ au voisinage de chaque point



$$C(s,t) = \sum_{x=s-J/2}^{s+J/2} \sum_{y=t-K/2}^{t+K/2} f(x,y)\, w(x-s, y-t) = f(x,y) * w(-x,-y)$$

▶ Sensible aux changements d'amplitude de w et f (contraste et brillance)

RECONNAISSANCE DE FORMES
DÉTECTION PAR CORRÉLATION (2)

▶ Mesure de corrélation insensible aux changements de contraste et de brillance

$$\rho(s,t) = \frac{\sum_{x=s-J/2}^{s+J/2} \sum_{y=t-K/2}^{t+K/2} \left[f(x,y) - \overline{f}(x,y)\right] \left[w(x-s,y-t) - \overline{w}\right]}{\sqrt{AB}}$$

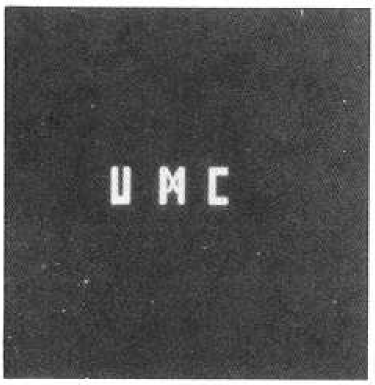
avec

$$A = \sum_{x=s-J/2}^{s+J/2} \sum_{y=t-K/2}^{t+K/2} \left[f(x,y) - \overline{f}(x,y)\right]^2$$

et

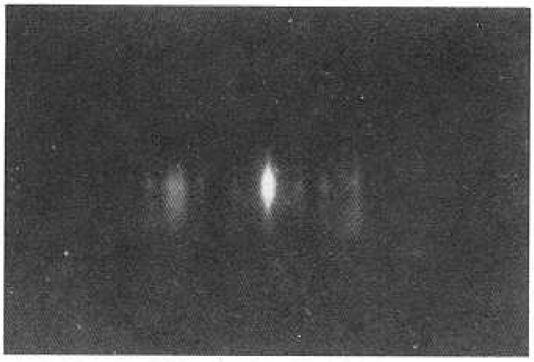
$$B = \sum_{x=s-J/2}^{s+J/2} \sum_{y=t-K/2}^{t+K/2} \left[w(x-s,y-t) - \overline{w}\right]^2$$

Exemple



(a)

(b)


(c)

RECONNAISSANCE DE FORMES
DÉTECTION PAR CORRÉLATION (3)

▶ Onéreuse en temps machine

▶ Solution : accomplir la corrélation dans le domaine spectrale

$$C(s,t) = f(x,y) * w(-x,-y)$$

$$F^{-1} \Big\uparrow \Big\downarrow F$$

$$C(u,\nu) = F(u,\nu).W^*(u,\nu)$$

Application

▶ Détection & suivie de formes dans des séquences d'images

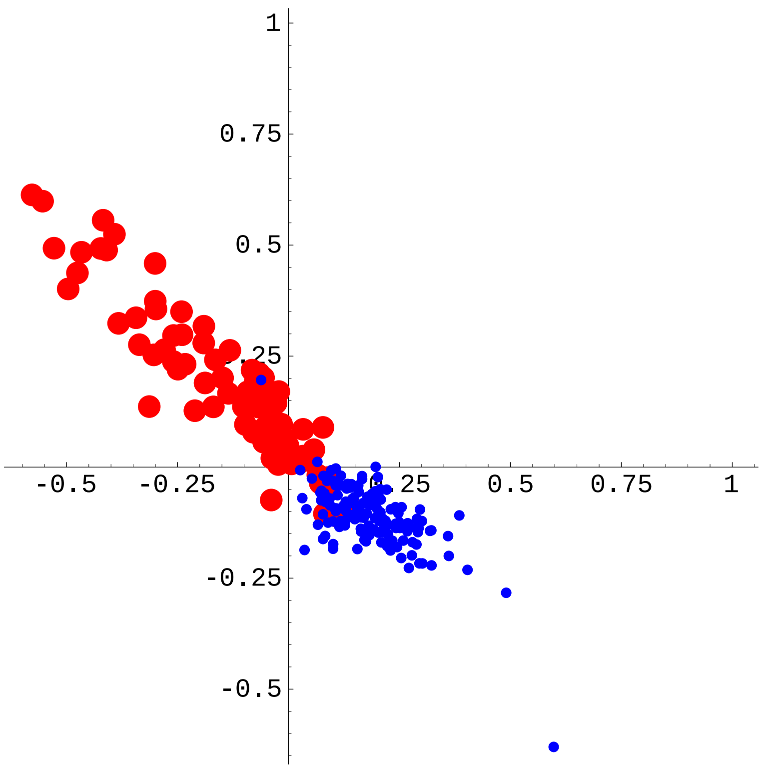
RECONNAISSANCE DE FORMES
PRINCIPE GÉNÉRAL

1. Reconnaissance de forme par corrélation (Matching)

▶ Cf. slides précedents

2. Méthodes multidimensionnelles

▶ Les méthodes multidimensionnelles consistent à associer à chaque forme (ou texture) un vecteur de q attributs et à rechercher dans cette espace de représentation (de dimension q) le cluster ou la classe à laquelle il appartient

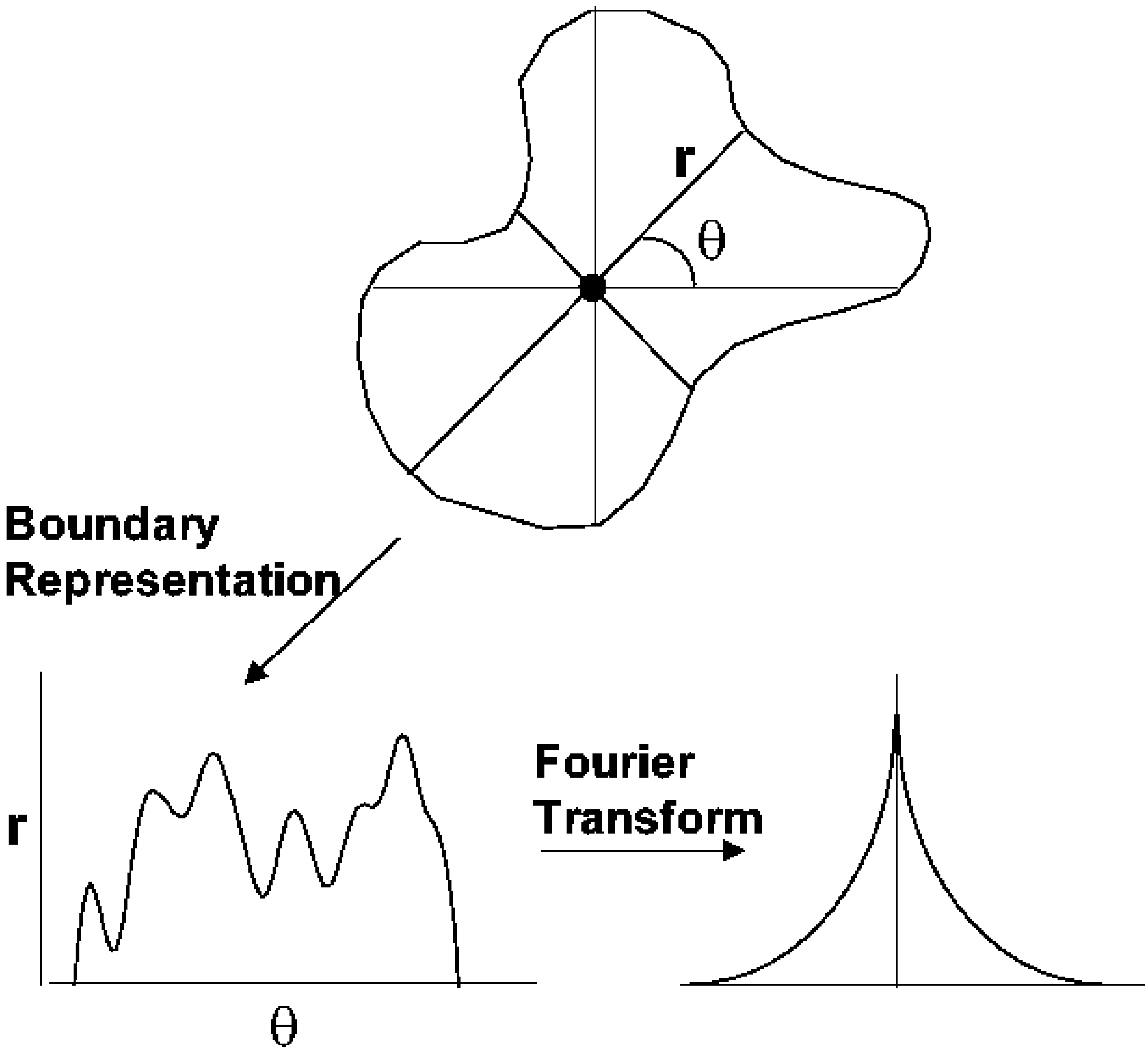


Reconnaissance de Texture

▶ Cf. Chap. Texture & Traitement d'images couleurs

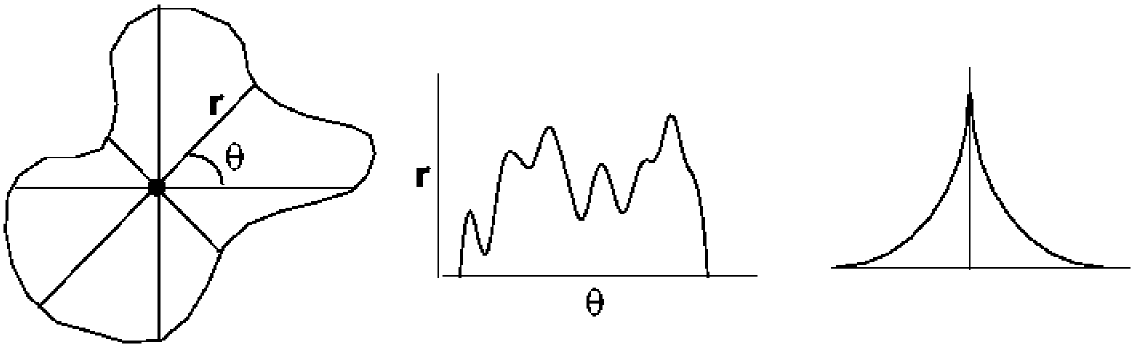
RECONNAISSANCE DE FORMES
DESCRIPTEURS DE FOURIER (1)

Descripteurs de Fourier

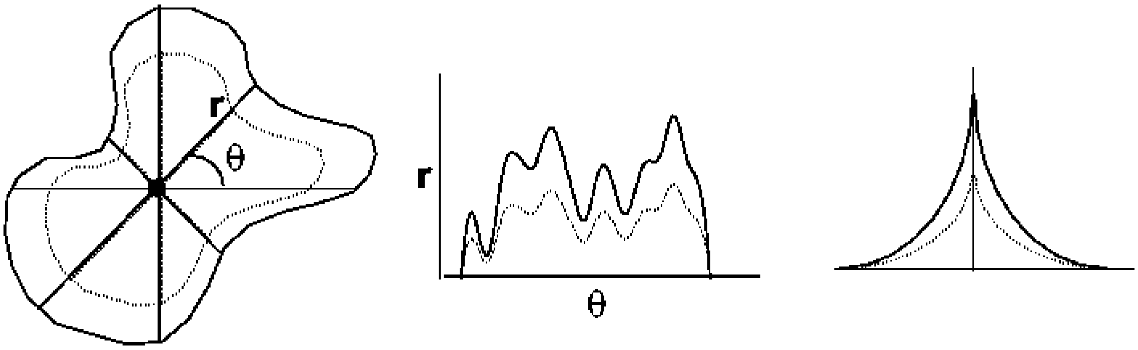


RECONNAISSANCE DE FORMES
DESCRIPTEURS DE FOURIER (2)

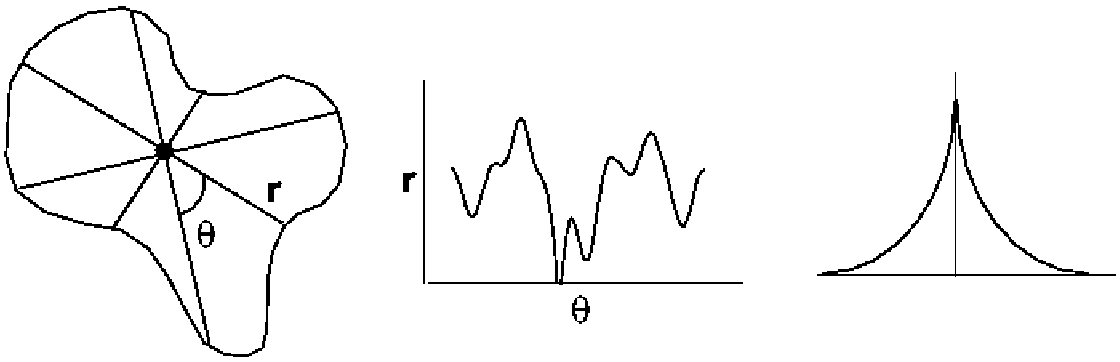
Translation



Facteur d'échelle



Rotation



RECONNAISSANCE DE FORMES
ATTRIBUTS DESCRIPTIFS DE FORMES (3)

Compacité

▶ Mesure le degré de compacité d'une forme

$$\boxed{C = \frac{4\pi S}{l^2}}$$

où l et S désignent le périmètre et l'aire de la surface délimité par le contour ($= 1$ pour un cercle)

Élongation

▶ Paramètre donné par les valeurs propres de la matrice de corrélation (cf. Transformée de Hotteling)

$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{xy} & c_{yy} \end{pmatrix}$$

On obtient

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{2}\left(c_{xx} + c_{yy} + \sqrt{(c_{xx} - c_{yy})^2 + 4c_{xy}^2}\right) \\ \sigma_2 &= \frac{1}{2}\left(c_{xx} + c_{yy} - \sqrt{(c_{xx} - c_{yy})^2 + 4c_{xy}^2}\right) \end{aligned}$$

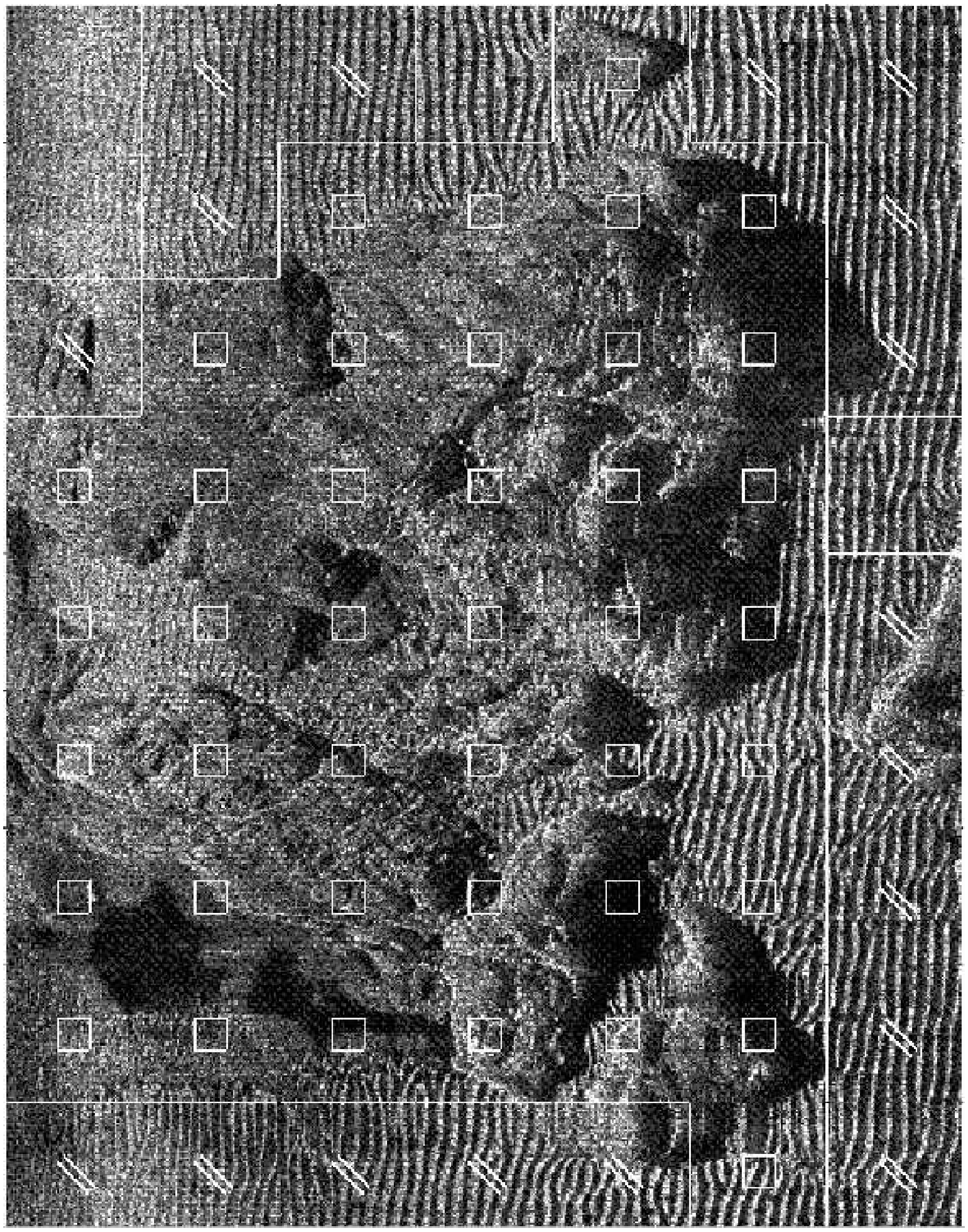
Orientation

▶ Paramètre calculé à partir des valeurs de la matrice de corrélation (cf. Transformée de Hotteling)

$$\boxed{\alpha = \text{arctan}\left(\frac{\sigma_1 - c_{xx}}{c_{xy}}\right)}$$

RECONNAISSANCE DE FORMES
ATTRIBUTS DESCRIPTIFS DE FORMES (4)

Exemple : Classification des fonds marins



RECONNAISSANCE DE FORMES
ALGORITHME DE CLUSTERING NON SUPERVISÉ

Algorithme K-Moy

1. On choisit les K premiers échantillons comme étant les K centres $(c_1^{[1]}, \ldots, c_K^{[1]})$ des K groupements

$$c_i^{[1]} = \mathbf{x}_i, \quad 1 \leq i \leq K$$

2. A l'itération p, on associe l'échantillon $\mathbf{x}_l$, $(1 \leq l \leq M)$ au groupement C_i (noté $C_i^{[p]}$) si

$$\| \mathbf{x}_l - c_i^{[p]} \| < \| \mathbf{x}_l - c_j^{[p]} \|, \quad \forall\, j \neq i$$

(On associe l'échantillon $\mathbf{x}_l$ au groupement dont le centre lui est le plus proche)

3. $C_i^{[p]}$ correspond au groupement i constitué à l'itération p après l'étape 2. On détermine le nouveau centre de chaque groupement par

$$c_i^{[p+1]} = \frac{1}{N_i} \sum_{\mathbf{x} \in C_i^{[p]}} \mathbf{x}, \quad \forall\, i$$

avec N_i le nombre d'échantillons de $C_i^{[p]}$

4. Si les centres des groupements à l'itération p sont les mêmes que ceux obtenus à l'itération précédente, alors l'algorithme a convergé

si $\quad c_i^{[p+1]} = c_i^{[p]}, \quad \forall i,$ fin de l'algorithme

sinon on retourne en 2.

RECONNAISSANCE DE FORMES
ALGORITHME DE CLUSTERING SUPERVISÉ

▶ Supposent la connaissance *a priori* de l'appartenance de chaque échantillon de l'ensemble d'apprentissage à une classe donnée

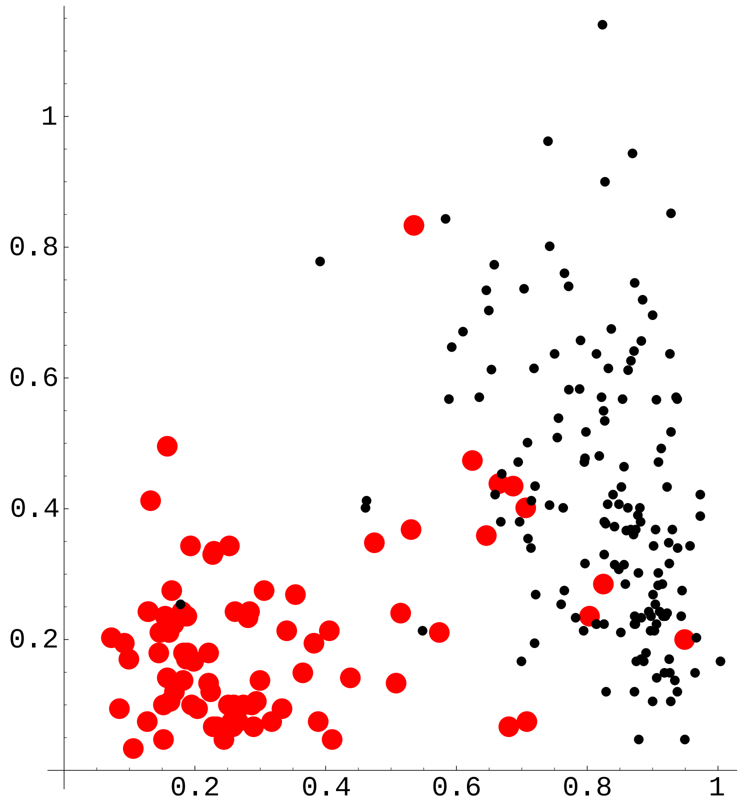
Algorithme K-plus proches voisins

1. Pour un K donné, on affecte l'échantillon $\mathbf{x}_i$, la classe majoritaire parmi les K plus proches voisins

▶ Si K est faible, le vote risque d'être perturbé par le bruit

▶ Coût de stockage important (les éléments de l'ensemble d'apprentissage doivent être stockés)

▶ Coût élevé de la recherche des Kppv ($o(K^2 n \log n)$)



RECONNAISSANCE DE FORMES
ANALYSE FACTORIELLE DISCRIMINANTE (1)

▶ L'AFD a pour but de trouver les axes factoriels qui discriminent au mieux les K classes de l'ensemble d'apprentissage (i.e., les projections des échantillons d'une même classe soient les + concentrées possible)

• L'ensemble d'apprentissage est stocké dans une matrice X de M lignes (représentant les échantillons) et de q colonnes (représentant les attributs)

• Échantillon : $\mathbf{x}_i = (x_i^j)_{1 \leq j \leq q}$, vecteur de ses q attributs

• Valeurs du $j$ième attribut, stockées dans $\mathbf{x}^j = (x_i^j)_{1 \leq i \leq M}$

• Chaque individu appartient à une classe $\mathcal{C}_k$, $k = 1, \ldots, K$

---

1. La moyenne de l'attribut j

$$\overline{x}^j = \sum_{i=1}^{M} x_i^j$$

2. $\overline{\mathbf{x}}$ = Le vecteur des moyennes de chaque attributs

3. $\overline{\mathbf{x}}_k$ = Le vecteur des moyennes de chaque attributs des échantillons de $\mathcal{C}_k$

4. N_k = Le cardinal de $\mathcal{C}_k$

RECONNAISSANCE DE FORMES
ANALYSE FACTORIELLE DISCRIMINANTE (2)

Soit $\mathbf{T}$, $\mathbf{B}$ et $\mathbf{W}$ les matrices de variances totale, interclasse et intraclasse,

Matrice de Variance totale

$$\mathbf{T} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (\mathbf{x_i} - \overline{\mathbf{x}})\,(\mathbf{x_i} - \overline{\mathbf{x}})^{\mathbf{t}}$$

Matrice de Variance intraclasse

$$\mathbf{W} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{K} \sum_{m \in \mathcal{C}_k} (\mathbf{x_m} - \overline{\mathbf{x_k}})\,(\mathbf{x_m} - \overline{\mathbf{x_k}})^{\mathbf{t}}$$

Matrice de Variance interclasse

$$\mathbf{B} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{K} N_i\,(\overline{\mathbf{x_i}} - \overline{\mathbf{x}})\,(\overline{\mathbf{x_i}} - \overline{\mathbf{x}})^{t}$$

Ces trois matrices sont liées par la relation

$$T = W + B$$

▶ Le problème est de déterminer le système orthonormé de vecteurs $\mathbf{u_i}$ $i = 1, \ldots, r$ de R^q, $(r < q)$ pour lequel l'inertie intraclasse est minimale et l'inertie interclasse maximale

On cherche les vecteurs $\mathbf{u_i}$ qui minimisent

$$\frac{\mathbf{u_i}^t \mathbf{W} \mathbf{u_i}}{\mathbf{u_i}^t \mathbf{T} \mathbf{u_i}}$$

sous la contrainte $\mathbf{u_i}^t \mathbf{T} \mathbf{u_i} = 1$

comme $\mathbf{u_i}^t\mathbf{T}\mathbf{u_i} = \mathbf{u_i}^t\mathbf{B}\mathbf{u_i} + \mathbf{u_i}^t\mathbf{W}\mathbf{u_i}$

Ceci est équivalent à déterminer les $\mathbf{u_i}$ qui maximisent $\mathbf{u_i}^t\mathbf{B}\mathbf{u_i}$ sous la contrainte $\mathbf{u_i}^t\mathbf{T}\mathbf{u_i} = 1$

Les axes factoriels discriminants sont donnés par les vecteurs $\mathbf{v_i}$ vérifiant

$$\mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{u_i} = \lambda_i \mathbf{u_i}$$

Ces vecteurs sont donc les vecteurs propres de la matrice $\mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}$. On se limite généralement aux r (r fixé) plus grande valeurs propres telles qu'elles constitue une proportion importante de la trace de la matrice $\mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}$

$$\mathrm{Tr}(\mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}) = \sum_i^r \lambda_i$$

▶ Il est donc possible de diminuer la taille de l'espace discriminant par cette méthode

▶ Dans ce sous-espace, la moyenne des variances de classes est minimale et les moyennes de classes sont les plus dispersées possible.