DIRO
IFT 6150

TRAITEMENT D'IMAGES

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

Max Mignotte

Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.
Http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150
E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

SOMMAIRE

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

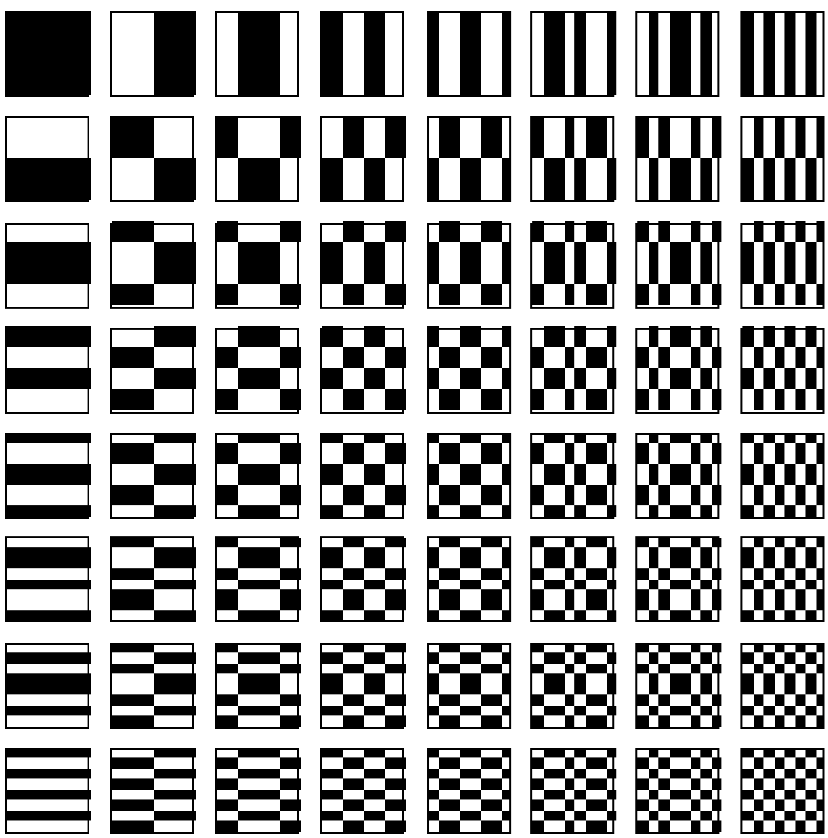
TRANSFORMÉE DE HADAMARD (1)

$$\boxed{H(u,\nu) = \frac{1}{N^2} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x)a_i(u)+b_i(y)a_i(\nu)}}$$

$$\boxed{f(x,y) = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} H(u,\nu)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x)a_i(u)+b_i(y)a_i(\nu)}}$$

$$\begin{aligned}
a_0(u) &= b_{n-1}(u) \\
a_1(u) &= b_{n-1}(u) + b_{n-2}(u) \\
&\cdots \\
a_{n-1}(u) &= b_1(u) + b_0(u)
\end{aligned}$$

Note : $N = 2^n$ $\quad b_i(x)$: ième bit de x (en binaire)



Fonctions de Base pour une image 8×8 (Noir=1, blanc=-1)

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

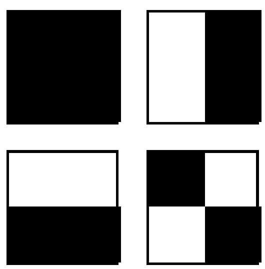
TRANSFORMÉE DE HADAMARD (2)

-Exemple-

Transformée de Hadamard de l'image 2×2 $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

-Calcul des coefficients-

Projection de $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ sur la base de Hadamard



$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Élément de la base de Hadamard (2×2)

- $< \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} > /4 = 1$
- $< \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} > /4 = -1/2$
- $< \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} > /4 = -1/2$
- $< \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} > /4 = 0$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = 1 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - 1/2 \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - 1/2 \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + 0 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

TRANSFORMÉE DE HOUGH (1)

▶ Permet de trouver efficacement les segments de droite (ou autres courbes) présentes dans une image binaire.

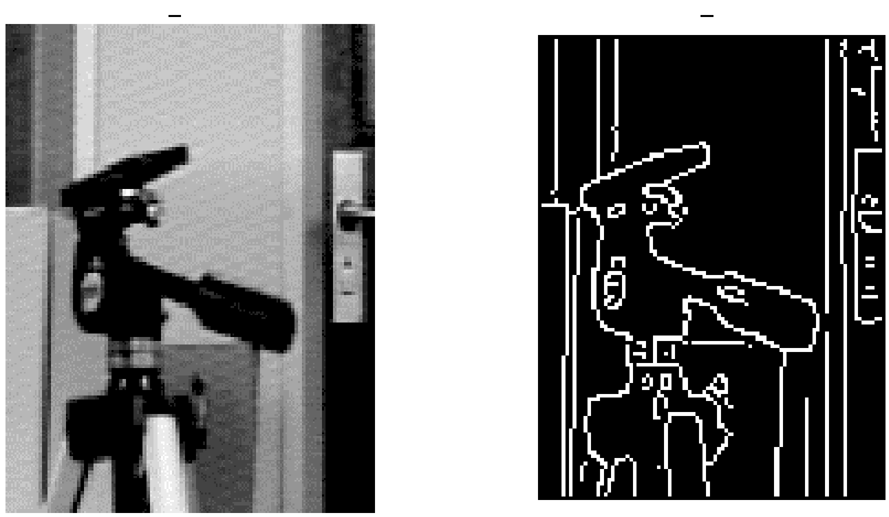
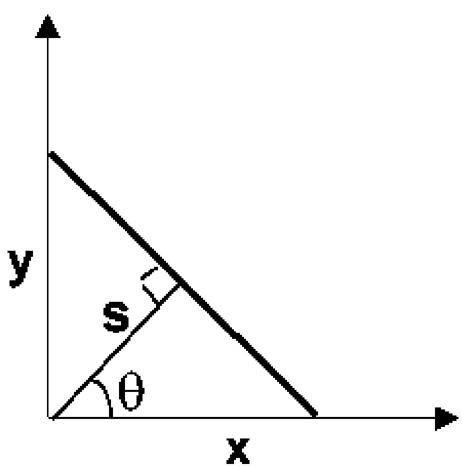
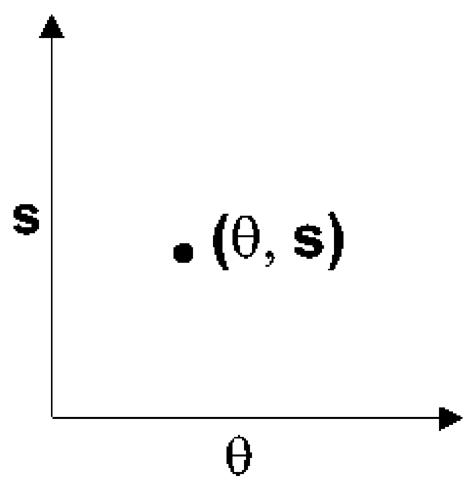


Image Transformée de Hough



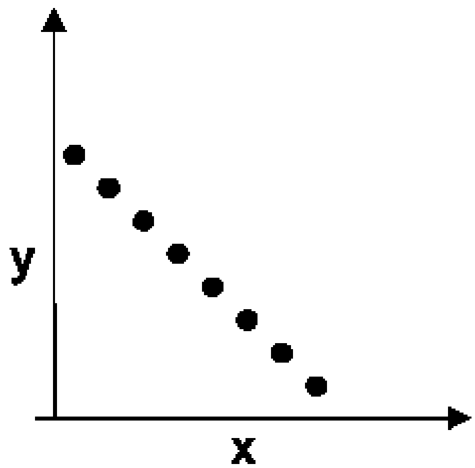


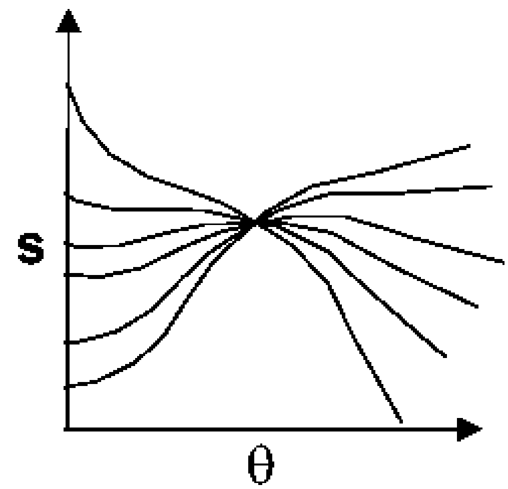
$\boxed{\text{Coordonnées cartésienne ▶ Coordonnées polaires}}$

Équation paramétrique d'une droite ▶ $s = x \cos\theta + y \sin\theta$

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

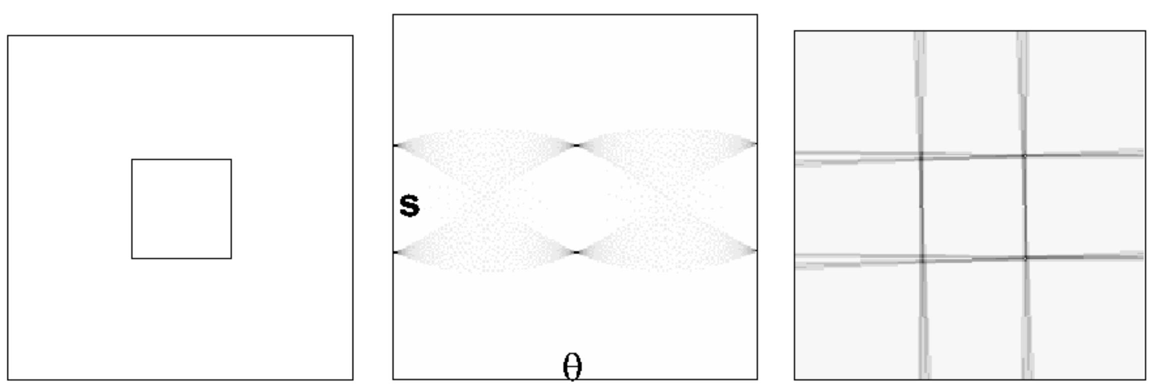
TRANSFORMÉE DE HOUGH (2)





► Pour chaque point d'une même ligne correspond une courbe dans la transformée de Hough. Ces différentes courbes s'intersectent en un point.

-Exemple-



(a) (b) (c)

(a) Image originale
(b) Transformée de Hough (Espace (s, θ))
(c) Principales lignes reconstruites

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING
TRANSFORMÉE DE HOUGH (3)

-Recherche de droites-

Image

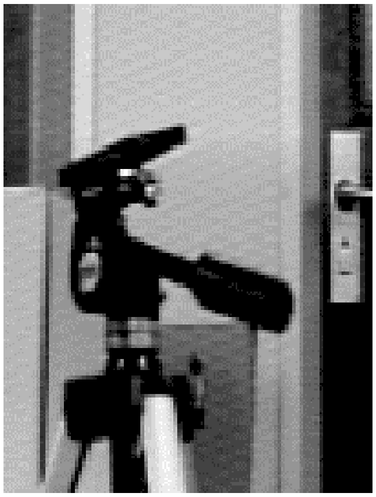
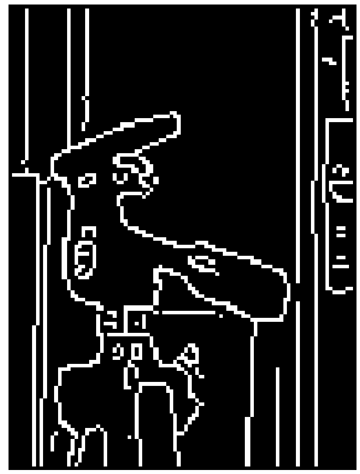
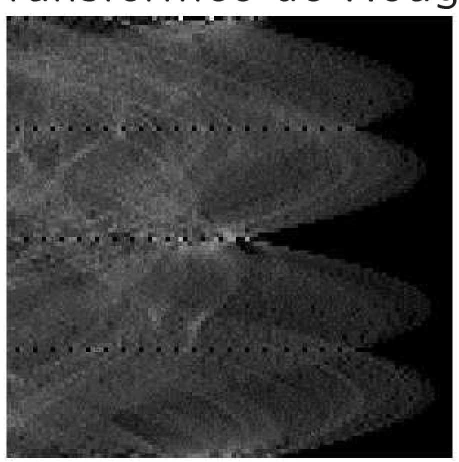
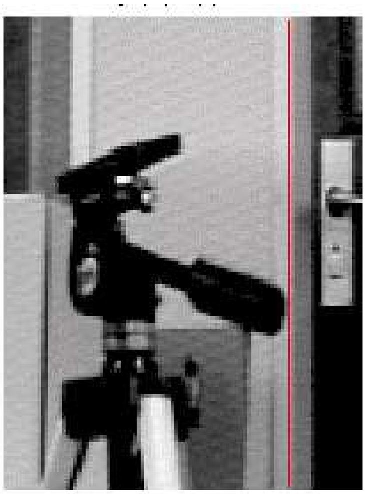


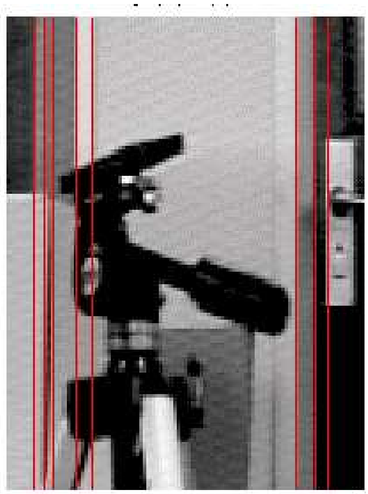
Image des contours

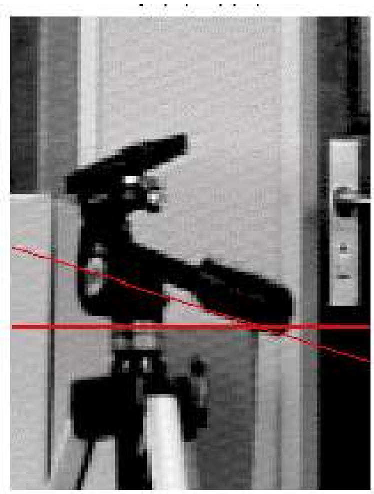


Transformée de Hough





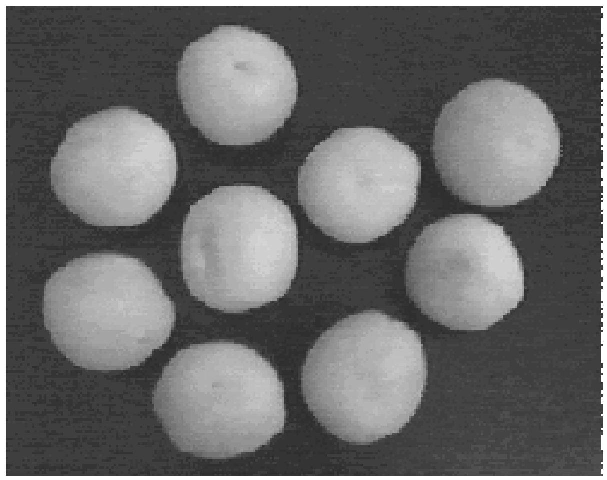


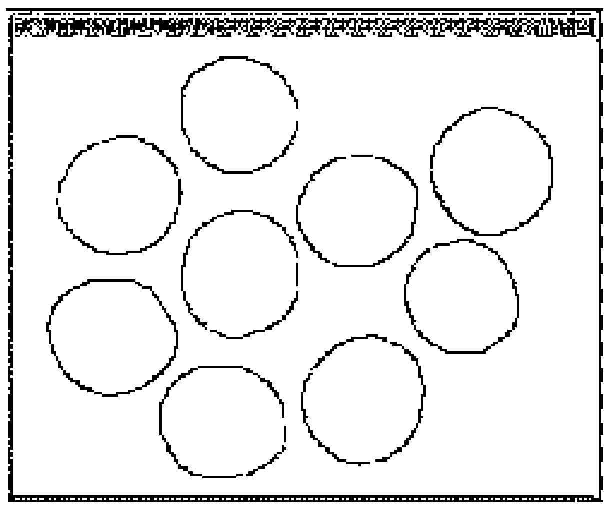


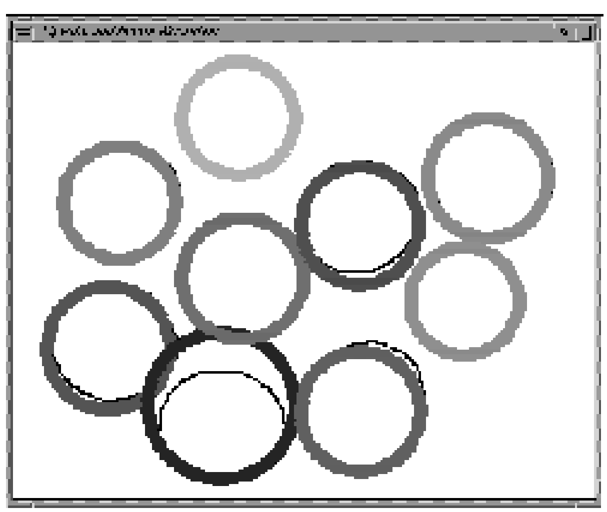
TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

TRANSFORMÉE DE HOUGH (4)

-Recherche de cercles-

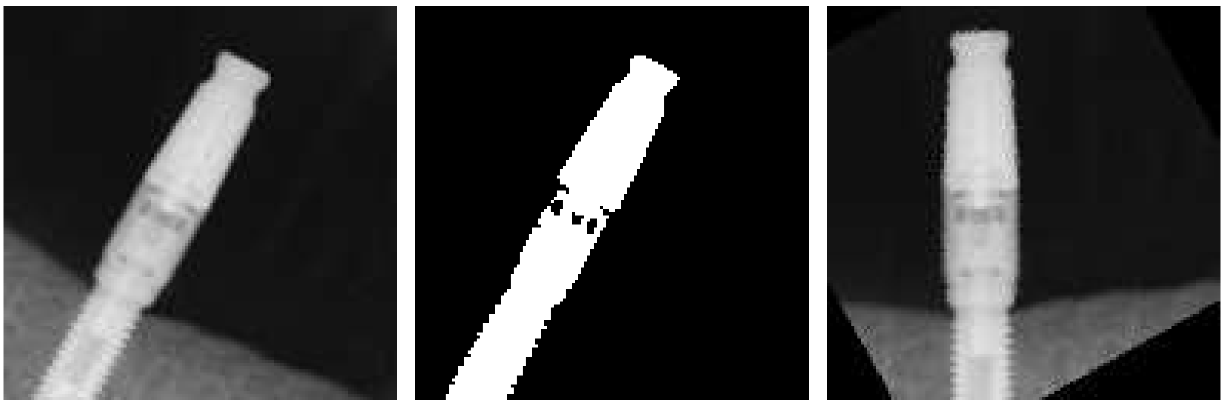


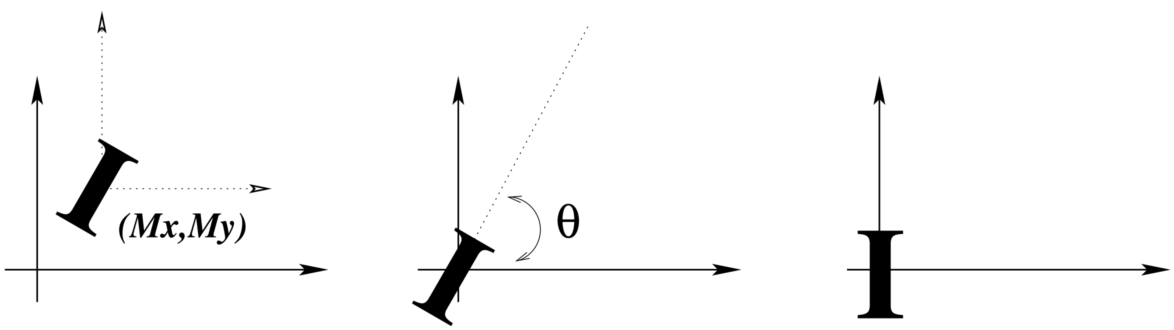




TRANSFORMÉE DE HOTELLING (1)

▶ Permet la rotation automatique d'un objet dans une image selon son axe principal (Application : Recalage, Prise de mesure, Reconnaissance des Formes, de caractères d'écritures, etc.).

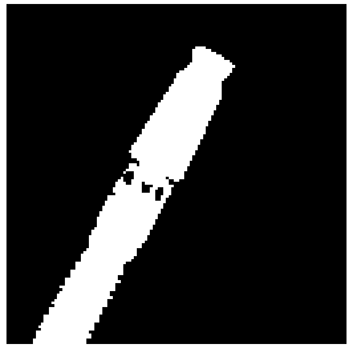




$$\begin{bmatrix} x_{\text{nouveau}} \\ y_{\text{nouveau}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\text{ancien}} - x_g \\ y_{\text{ancien}} - y_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$$

- θ Angle de rotation de la TH
- (x_g, y_g) Centroid de l'objet à redresser
- (x_0, y_0) position du centre de l'objet désiré

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING
TRANSFORMÉE DE HOTELLING (1)



-Paramètres de la TH-

Matrice de corrélation C de l'objet détecté

$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{xy} & C_{yy} \end{pmatrix}$$

$$C_{xx} = \frac{1}{N}\sum_s (x_s - x_g)^2 \qquad C_{yy} = \frac{1}{N}\sum_s (y_s - y_g)^2$$

$$C_{xy} = \frac{1}{N}\sum_s (x_s - x_g)(y_s - y_g)$$

où les $\sum_s$ se font sur l'ensemble des N pixels blancs de l'image binarisée. (x_g, y_g) est le barycentre de l'objet.

$$x_g = \frac{1}{N}\sum_s x_s \quad \text{et} \quad y_g = \frac{1}{N}\sum_s y_s$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}\Big(C_{xx} + C_{yy} + \sqrt{(C_{xx} - C_{yy})^2 + 4C_{xy}^2}\Big)$$

Et l'angle θ d'orientation de l'objet (i.e., l'implant) par rapport à l'axe des x (axe vertical) est donnée par,

$$\theta = \text{arctan}\Big(\frac{\lambda_1 - c_{xx}}{c_{xy}}\Big)$$