

TRAITEMENT D'IMAGES

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

Max Mignotte

Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.

[Http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150)

E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

SOMMAIRE

Transformée de Hadamard	2
Transformée de Hough	4
Transformée de Hotelling	8

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

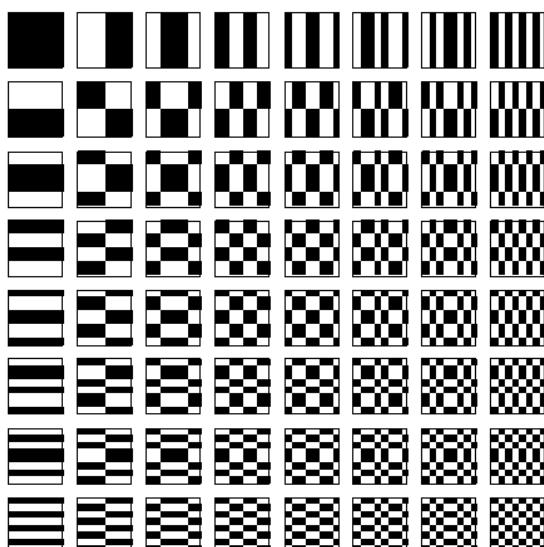
TRANSFORMÉE DE HADAMARD (1)

$$H(u, \nu) = \frac{1}{N^2} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) (-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x)a_i(u) + b_i(y)a_i(\nu)}$$

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} H(u, \nu) (-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x)a_i(u) + b_i(y)a_i(\nu)}$$

$$\begin{aligned} a_0(u) &= b_{n-1}(u) \\ a_1(u) &= b_{n-1}(u) + b_{n-2}(u) \\ \dots \\ a_{n-1}(u) &= b_1(u) + b_0(u) \end{aligned}$$

Note : $N = 2^n$ $b_i(x)$: ième bit de x (en binaire)



Fonctions de Base pour une image 8×8 (Noir=1, blanc=-1)

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

TRANSFORMÉE DE HADAMARD (2)

-Exemple-

Transformée de Hadamard de l'image 2×2

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

-Calcul des coefficients-

Projection de $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ sur la base de Hadamard

$$\begin{array}{cc} \text{[Solid Black]} & \text{[White with a black square]} \\ \text{[White with a black square]} & \left(\begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right) \end{array}$$

Élément de la base de Hadamard (2×2)

- $\langle \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \rangle /4 = 1$
- $\langle \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \rangle /4 = -1/2$
- $\langle \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \rangle /4 = -1/2$
- $\langle \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \rangle /4 = 0$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = 1 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - 1/2 \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - 1/2 \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + 0 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

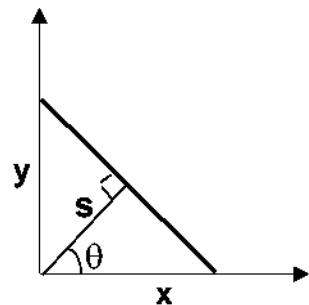
TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

TRANSFORMÉE DE HOUGH (1)

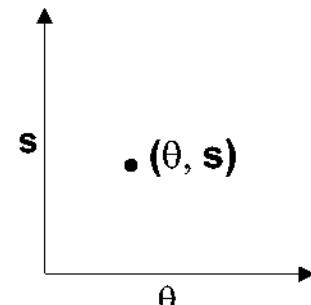
- ▶ Permet de trouver efficacement les segments de droite (ou autres courbes) présentes dans une image binaire.



Image



Transformée de Hough

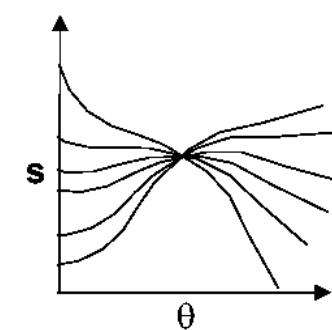
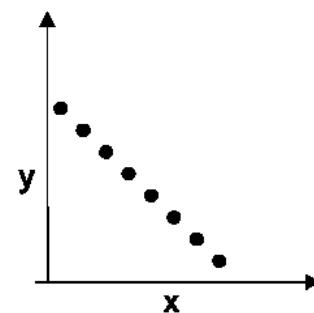


Coordonnées cartésienne ▶ Coordonnées polaires

Équation paramétrique d'une droite ▶ $s = x \cos \theta + y \sin \theta$

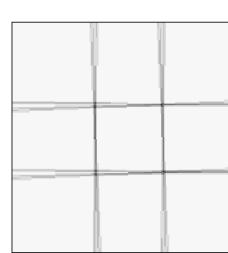
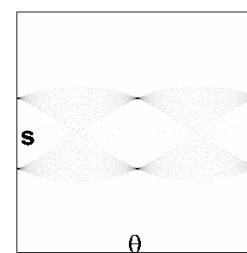
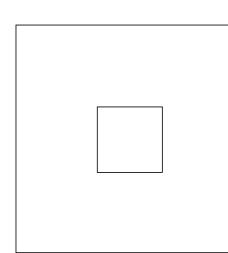
TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

TRANSFORMÉE DE HOUGH (2)



- ▶ Pour chaque point d'une même ligne correspond une courbe dans la transformée de Hough. Ces différentes courbes s'intersectent en un point.

-Exemple-



(a) Image originale

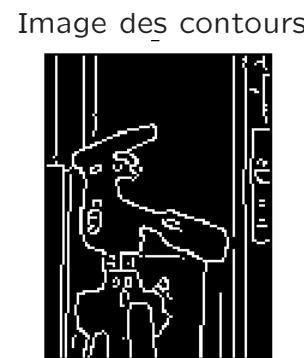
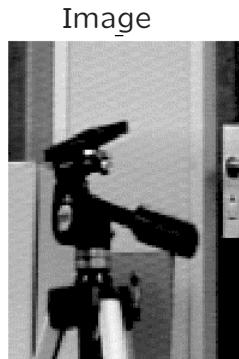
(b) Transformée de Hough (Espace (s, θ))

(c) Principales lignes reconstruites

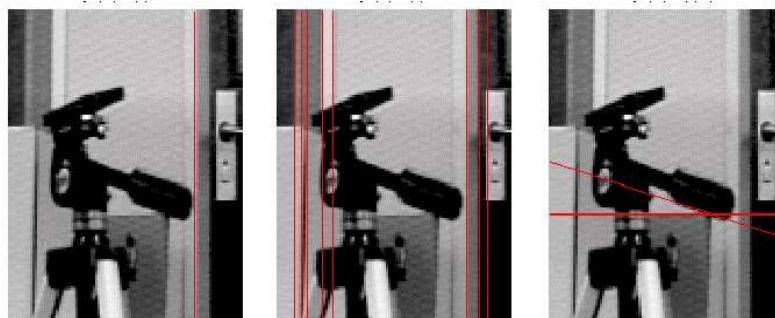
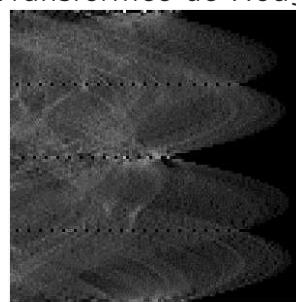
TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

TRANSFORMÉE DE HOUGH (3)

-Recherche de droites-



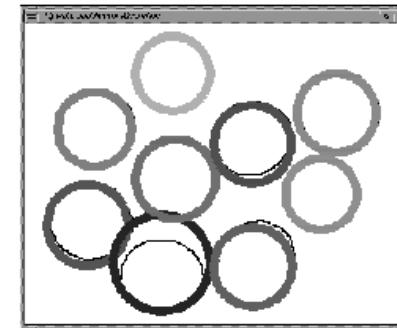
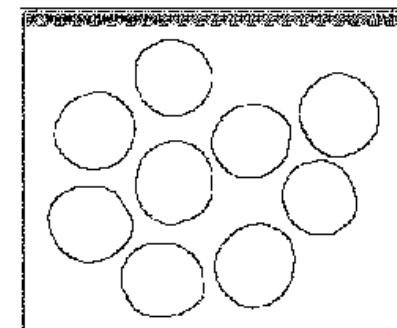
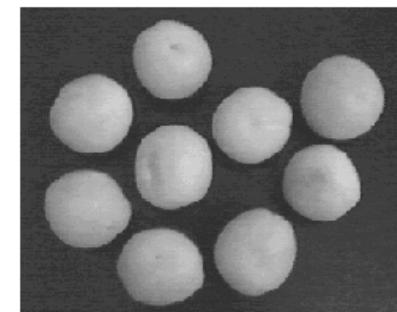
Transformée de Hough



TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

TRANSFORMÉE DE HOUGH (4)

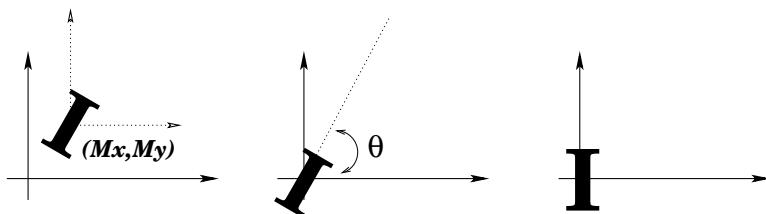
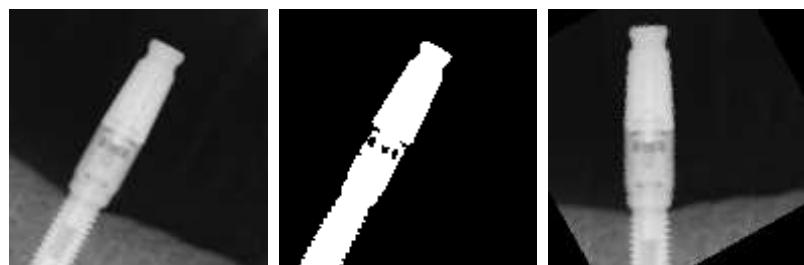
-Recherche de cercles-



TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

TRANSFORMÉE DE HOTELLING (1)

- ▶ Permet la rotation automatique d'un objet dans une image selon son axe principal (Application : Recalage, Prise de mesure, Reconnaissance des Formes, de caractères d'écritures, etc.).

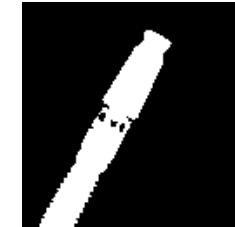


$$\begin{bmatrix} x_{\text{nouveau}} \\ y_{\text{nouveau}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\text{ancien}} - x_g \\ y_{\text{ancien}} - y_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$$

- θ Angle de rotation de la TH
- (x_g, y_g) Centroid de l'objet à redresser
- (x_0, y_0) position du centre de l'objet désiré

TRANSFORMÉE DE HADAMARD, HOUGH ET HOTELLING

TRANSFORMÉE DE HOTELLING (1)



-Paramètres de la TH-

Matrice de corrélation C de l'objet détecté

$$C = \begin{pmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{xy} & C_{yy} \end{pmatrix}$$

$$C_{xx} = \frac{1}{N} \sum_s (x_s - x_g)^2 \quad C_{yy} = \frac{1}{N} \sum_s (y_s - y_g)^2$$

$$C_{xy} = \frac{1}{N} \sum_s (x_s - x_g)(y_s - y_g)$$

où les \sum_s se font sur l'ensemble des N pixels blancs de l'image binarisée. (x_g, y_g) est le barycentre de l'objet.

$$x_g = \frac{1}{N} \sum_s x_s \quad \text{et} \quad y_g = \frac{1}{N} \sum_s y_s$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} (C_{xx} + C_{yy} + \sqrt{(C_{xx} - C_{yy})^2 + 4C_{xy}^2})$$

Et l'angle θ d'orientation de l'objet (i.e., l'implant) par rapport à l'axe des x (axe vertical) est donnée par,

$$\theta = \arctan \left(\frac{\lambda_1 - C_{xx}}{C_{xy}} \right)$$