DIRO
IFT 6150

TRAITEMENT D'IMAGES
OPÉRATIONS PONCTUELLES

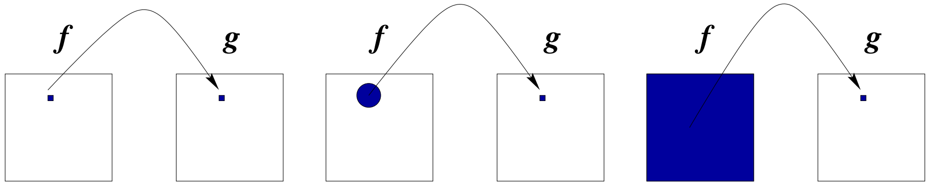
Max Mignotte

Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.
Http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150
E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

OPÉRATIONS PONCTUELLES
SOMMAIRE

Introduction 2
Moyenne et Contraste 3
Histogramme des Niveaux de Gris 5
Amélioration du Contraste 7
Spécification de l'Histogramme 16
Opération Algébriques entre Images 17

OPÉRATIONS PONCTUELLES
INTRODUCTION



(a) (b) (c)

(a) Opération Ponctuelle ▶ $g(x_0, y_0) = T[f(x_0, y_0)]$
(b) Opération Locale ▶ $g(x_0, y_0) = T\big[f\big(V(x_0, y_0)\big)\big]$
$V(x_0, y_0)$: Voisinage du point (x_0, y_0)
(c) Opération Globale ▶ $g(x_0, y_0) = T[f(x, y)]$

Note

$T(.)$ est quelconque (linéaire, non-linéaire, monotone, non monotone, etc.) mais est la même pour tous les points de l'image

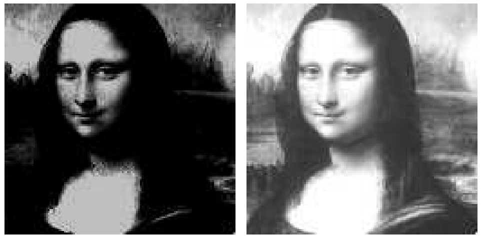
OPÉRATIONS PONCTUELLES
▼
Modification de la Moyenne (ou Brillance, Luminance) et du Contraste de l'image

OPÉRATIONS PONCTUELLES
MOYENNE ET CONTRASTE (1)

Moyenne

La Moyenne (ou Luminance, Brillance) d'une image est définie comme étant la moyenne des pixels dans l'image $f(x, y)$

$$\boxed{\text{Moy} = \frac{1}{NM} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x, y)}$$



Contraste

Le Contraste (C) dans une image peut être définie de plusieurs façon

- Écart-type des variations des niveaux de gris dans l'image

$$\boxed{C = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} \Big(f(x, y) - \text{Moy}\Big)^2}}$$

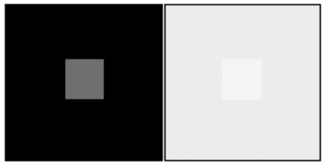
OPÉRATIONS PONCTUELLES
MOYENNE ET CONTRASTE (2)

• Variation entre valeurs de niveaux de gris min et max dans l'image

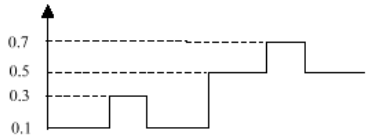
$$C = \frac{\max[f(x,y)] - \min[f(x,y)]}{\max[f(x,y)] + \min[f(x,y)]}$$

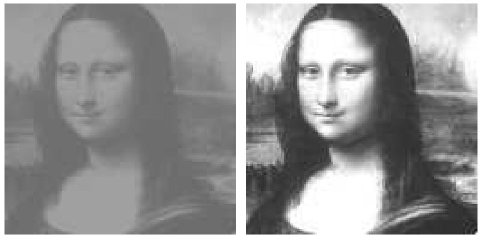
• Mesure *relative* des différences dans l'image

$$C = \left| \frac{I_p - I_n}{I_n} \right|$$



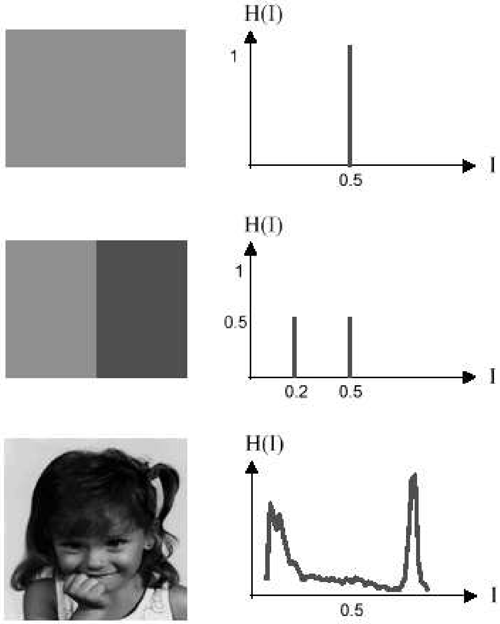
$C = \left|\frac{0.3-0.1}{0.1}\right| = 2$ $\quad$ $C = \left|\frac{0.7-0.5}{0.5}\right| = 0.4$

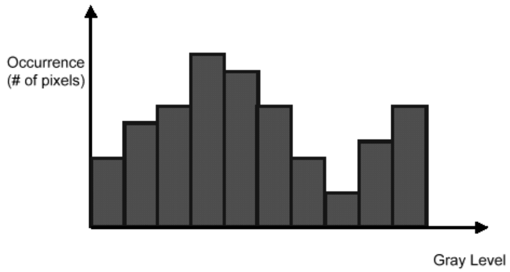




OPÉRATIONS PONCTUELLES
HISTOGRAMME DES NIVEAUX DE GRIS (1)

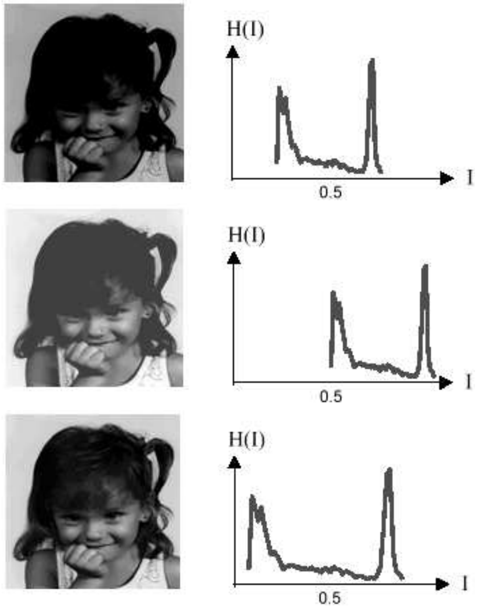
• L'Histogramme d'une image représente le nombre (ou la proportion) de pixels en fonction du niveau de gris dans l'image, i.e., la distribution des valeurs de niveaux de gris dans une image

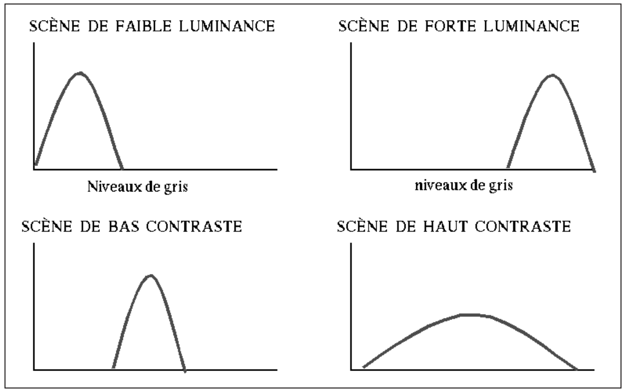




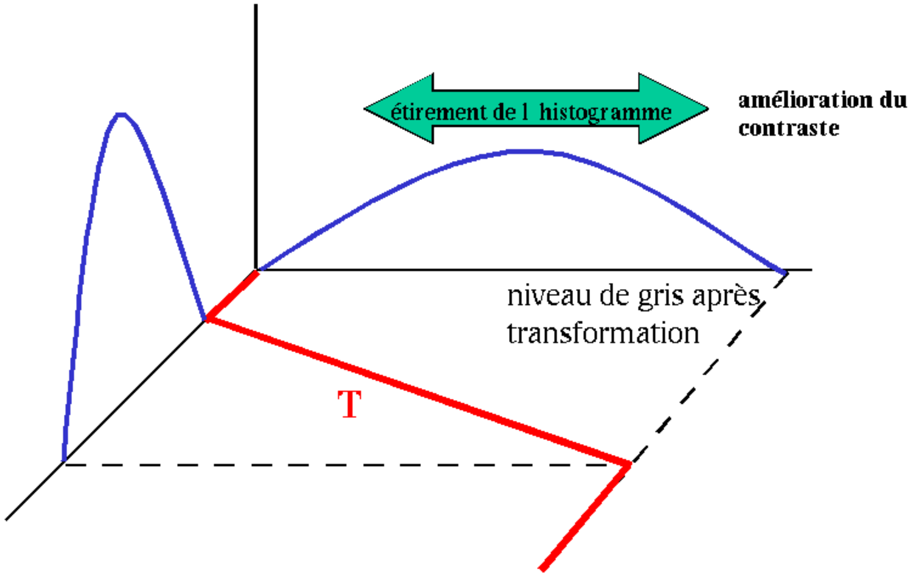
OPÉRATIONS PONCTUELLES
HISTOGRAMME DES NIVEAUX DE GRIS (2)

Exemples





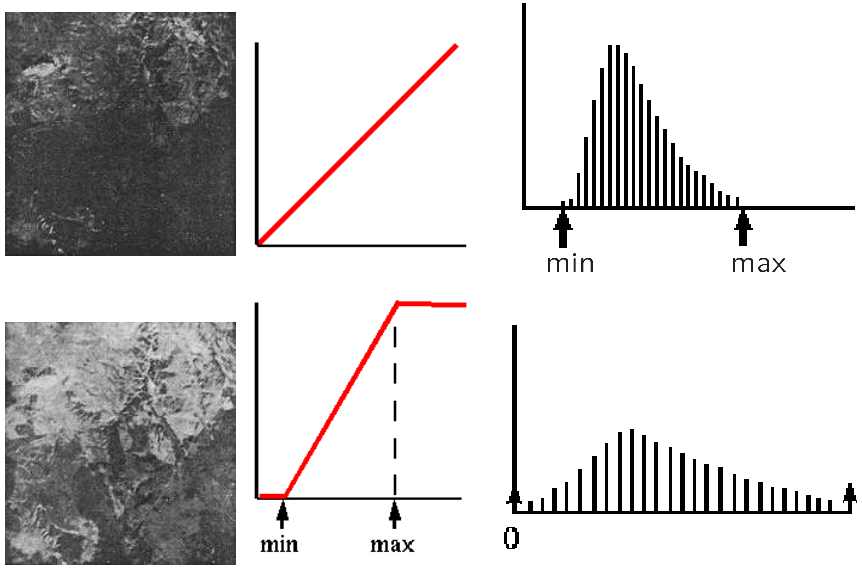
OPÉRATIONS PONCTUELLES
AMÉLIORATION DU CONTRASTE (1)



- Transformation Linéaire
- Transformation Linéaire avec Saturation
- Transformation Linéaire par Morceau
- Égalisation de l'Histogramme

OPÉRATIONS PONCTUELLES
AMÉLIORATION DU CONTRASTE (2)

Transformation Linéaire

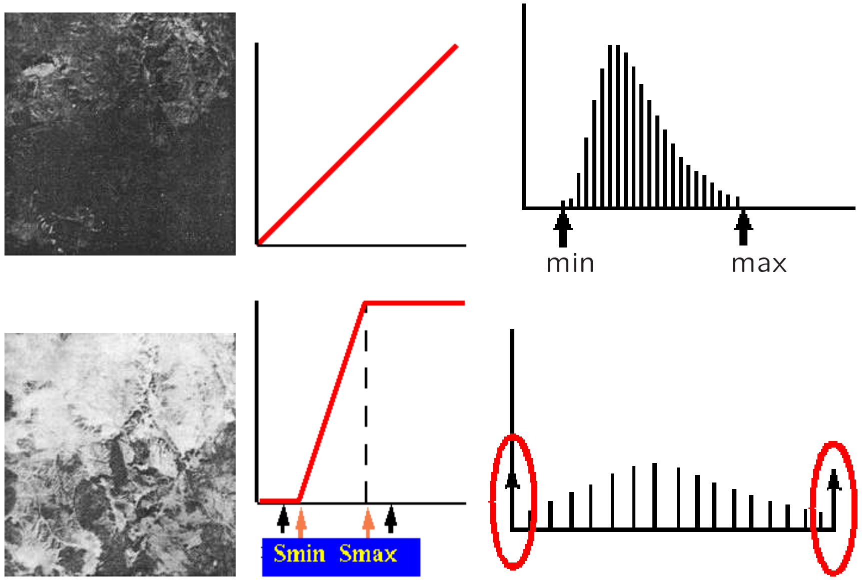


$$\boxed{f'(x,y) = \frac{255}{\text{max -min}}\Big(f(x,y) - \text{min}\Big)}$$

$$\frac{\Big(f(x,y) - \text{min}\Big)}{\text{max -min}} \in [0,1]$$

OPÉRATIONS PONCTUELLES
AMÉLIORATION DU CONTRASTE (3)

Transformation Linéaire avec Saturation



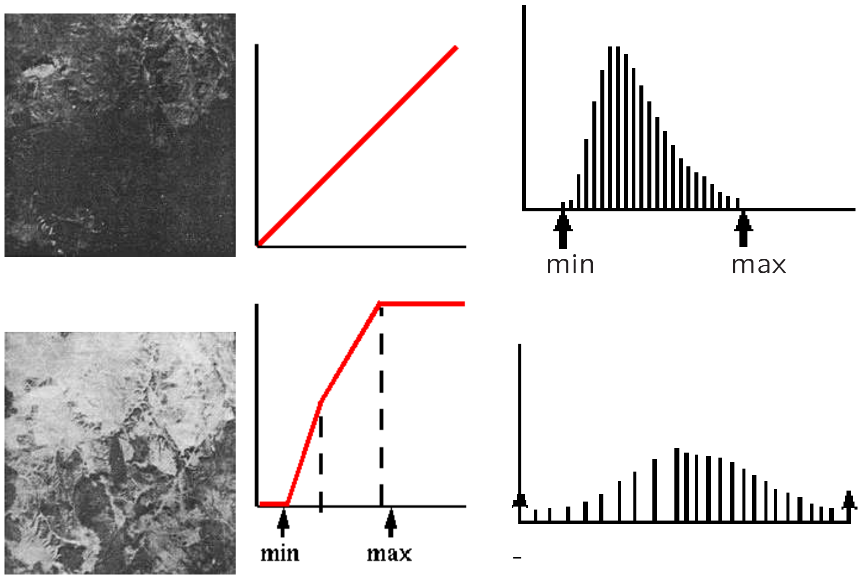
$$\boxed{f'(x,y) = \frac{255}{\text{Smax - Smin}}\Big(f(x,y) - \text{Smin}\Big)}$$

$$\begin{array}{rcl} f'(x,y) \leq 0 & \longrightarrow & f'(x,y) = 0 \\ f'(x,y) \geq 255 & \longrightarrow & f'(x,y) = 255 \end{array}$$

$$\text{min} \leq \text{Smin} < \text{Smax} \leq \text{max}$$

OPÉRATIONS PONCTUELLES
AMÉLIORATION DU CONTRASTE (4)

Transformation Linéaire par morceau

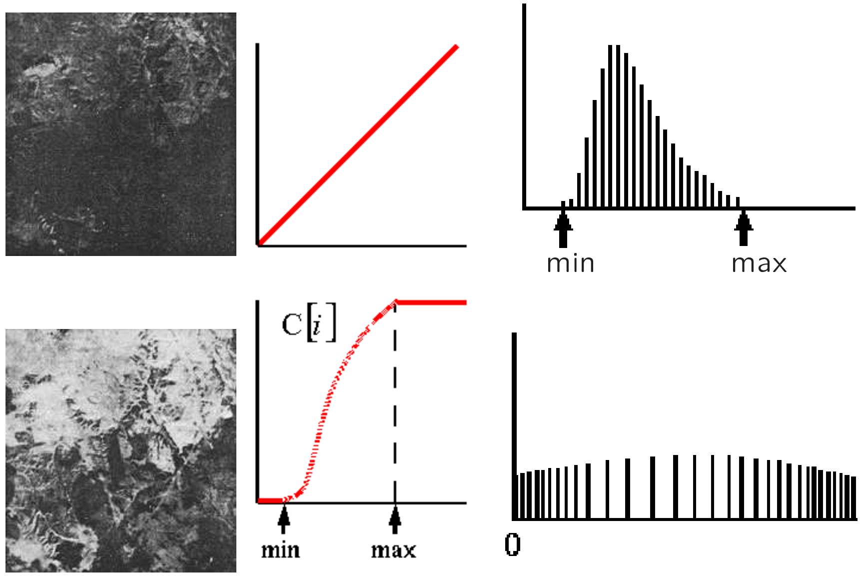


Remarque

- Paliers horizontaux ▶ Perte d'information
- Sauts verticaux ▶ Discontinuité et artefacts
- Pentes négatives ▶ Inversion locale de contraste

OPÉRATIONS PONCTUELLES
AMÉLIORATION DU CONTRASTE (5)

Égalisation d'Histogramme



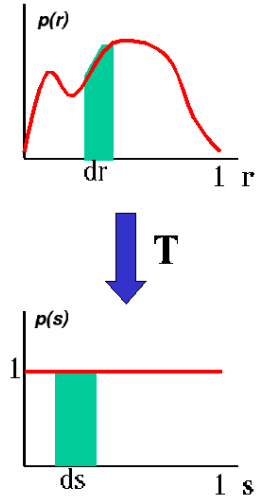
$C[i]$ Densité de probabilité cumulative

Étapes

- $h(i),\ i \in [0, 255]$ Histogramme non normalisée
- $h_n(i) = \dfrac{h(i)}{NM}$ Histogramme normalisée (proportion)
- $C(i) = \sum_{j=0}^{i} h_n(j)$ Densité de probabilité cumulative
- $f'(x,y) = \left[C[f(x,y)] * 255\right]$ (avec $C[f(x,y)] \in [0,1]$)

OPÉRATIONS PONCTUELLES
AMÉLIORATION DU CONTRASTE (6)

Démonstration (cas continue et normalisée)



Si $T(r)$ est strictement monotone,

$$\begin{aligned} p_r(r)\,dr &= p_s(s)\,ds \\ p_s(s) &= p_r(r)\frac{dr}{ds} = p_r(r)\frac{1}{\frac{ds}{dr}} \end{aligned}$$

Si on pose que,

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)\,dw = C(r) \quad \text{(DDP cumulative)}$$

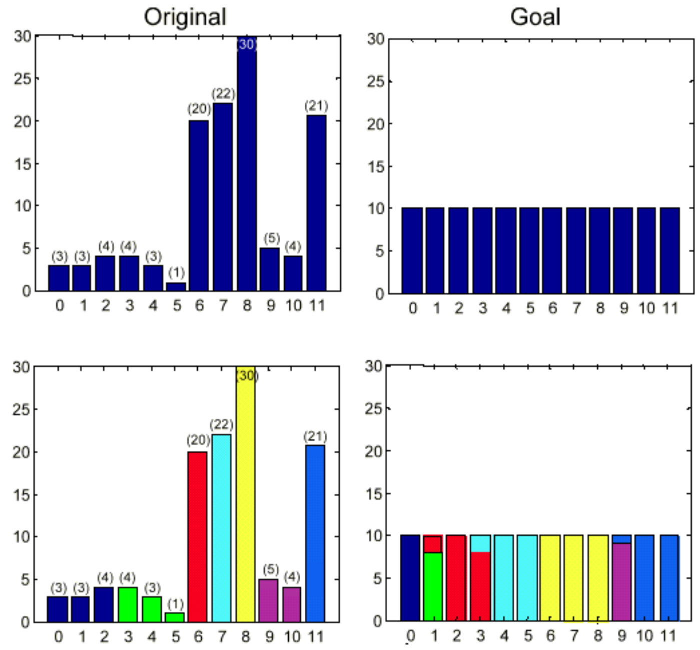
$$\frac{ds}{dr} = p_r(r)$$

$$\boxed{p_s(s) = 1 \quad \forall s}$$

OPÉRATIONS PONCTUELLES
AMÉLIORATION DU CONTRASTE (7)

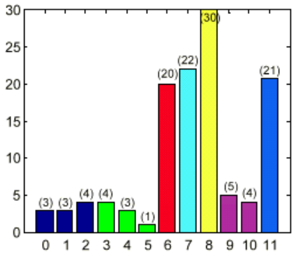
Égalisation d'Histogramme (cas discret)

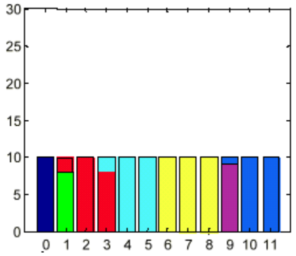
- Histogramme plat autant que possible
- L'ordre des NdeG est maintenu (fonction croissante)
- Les rectangles (barres) ne sont pas fragmentés



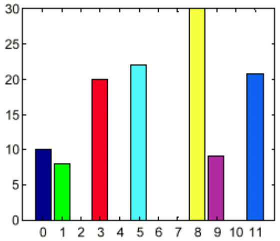
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Ancien
0	0	0	1	1	1	3	5	8	9	9	11	Nouveau

OPÉRATIONS PONCTUELLES
AMÉLIORATION DU CONTRASTE (8)





Égalisation obtenue (cas discret)



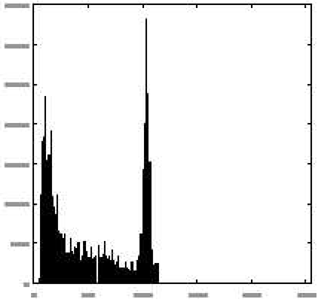
Exemple

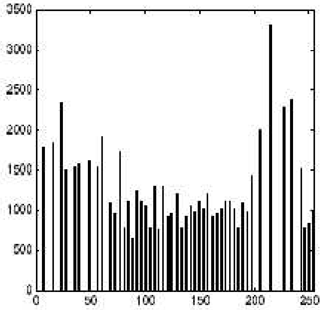
$$f'(x,y) = \left[C[f(x,y)] * 11\right]$$

$$\begin{gathered} 3/120 * 11 = 0 \\ 6/120 * 11 = 0 \\ 10/120 * 11 = 0 \\ 14/120 * 11 = 1 \\ 17/120 * 11 = 1 \\ 18/120 * 11 = 1 \\ 38/120 * 11 = 3 \\ \ldots \end{gathered}$$

OPÉRATIONS PONCTUELLES
AMÉLIORATION DU CONTRASTE (9)

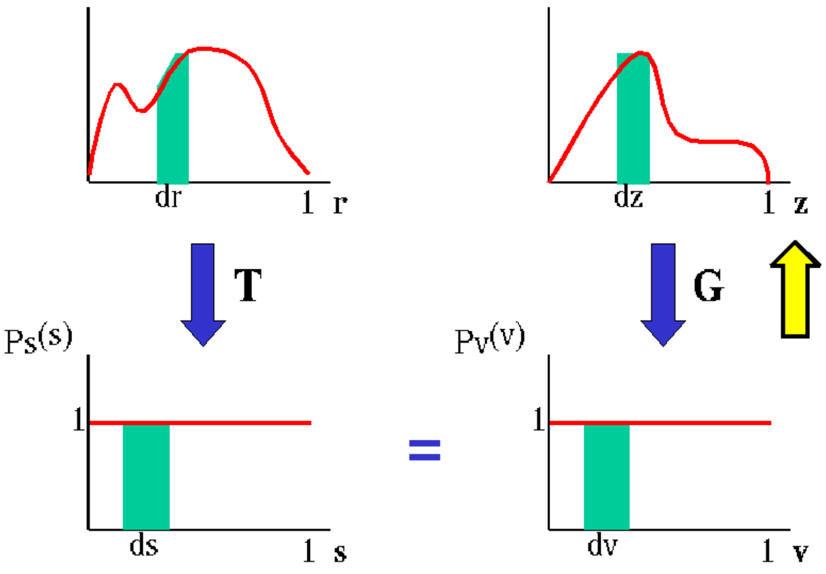
Égalisation d'Histogramme -Exemple-

OPÉRATIONS PONCTUELLES
SPÉCIFICATION DE L'HISTOGRAMME

▶ Il est quelquefois interéssant de donner à l'histogramme une forme particulière, par exemple pour favoriser certaines plages de densité où l'on recherche des détails

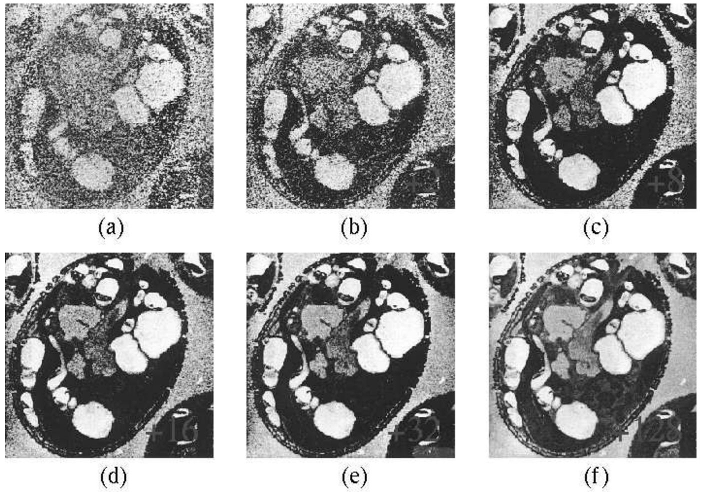


Étapes $P_R(r)$ ▶ $P_Z(z)$

- Égalisation d'Histogramme de $P_R(r)$ ▶ $P_S(s)$
- Obtention de la fonction de répartition de l'image d'arrivée $P_Z(z)$
- Transformation finale, $\underbrace{f'(x,y)}_{\text{image z}} = [G^{-1}[\underbrace{f(x,y)}_{\text{image v}}] * 255]$

OPÉRATIONS PONCTUELLES
OPÉRATION ALGÉBRIQUES ENTRE IMAGES (1)

Sommation & Réduction du Bruit par Moyennage



Exemple de réduction de bruit par moyennage
(a) Image bruitée ; (b)-(f) Résultat du moyennage après $2, 8, 16, 32, 128$ sommations et moyennage

▶ Recalage adéquat

Rapport Signal sur Bruit

$$\boxed{\left(\frac{f}{B}\right)_{\text{moy}} = \sqrt{n}\left(\frac{f}{B}\right)}$$

Avec n, le nombre d'image impliqué dans le moyennage

OPÉRATIONS PONCTUELLES
OPÉRATION ALGÉBRIQUES ENTRE IMAGES (2)

Démonstration

Soit n images d'une même scène. Chaque image $g_i(x, y)$ est composée de

$$g_i(x, y) = f(x, y) + b_i(x, y)$$

Avec $b_i(x, y) \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ (bruit gaussien de moyenne nulle et de variance σ^2). On suppose ce bruit blanc (i.e., non corrélé),

$$E\{b_i(x, y) b_j(x, y)\} = 0 \quad \text{si} \quad i \neq j$$

Pour chaque image i, un rapport signal sur bruit (RSB) $(f/\sigma)_i$ peut être défini.

- Sommation et moyennage de n images :

$$\overline{g}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} g_i(x, y)$$

Nouveau RSB de $\overline{g}$?

$$\overline{g}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \big(f(x, y) + b_i(x, y)\big) = f(x, y) + \underbrace{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} b_i(x, y)}_{b(x,y)}$$

- Signal inchangé
- Bruit $b(x, y)$ a un écart type σ_b tq,

$$\sigma_b^2 = E\{(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} b_i(x, y))^2\}$$

OPÉRATIONS PONCTUELLES
OPÉRATION ALGÉBRIQUES ENTRE IMAGES (2)

$$\begin{aligned} \sigma_b^2 &= E\Big\{\big(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} b_i(x, y)\big)^2\Big\} \\ &= \frac{1}{n^2} E\Big\{\big(b_1(x, y) + b_2(x, y) + \ldots + b_n(x, y)\big)^2\Big\} \end{aligned}$$

Mais $E\{b_i(x, y) b_j(x, y)\} = 0$ si $i \neq j$, sinon (si $i = j$) $E\{b_i(x, y) b_j(x, y)\} = \sigma^2$

$$\begin{aligned} \sigma_b^2 &= \frac{1}{n^2} n \sigma^2 \\ &= \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned}$$

$$\boxed{\sigma_b = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

RSB de $(\overline{g}/\sigma_b)$

$$\boxed{(\overline{g}/\sigma_b) = \sqrt{n}\,(f/\sigma)}$$

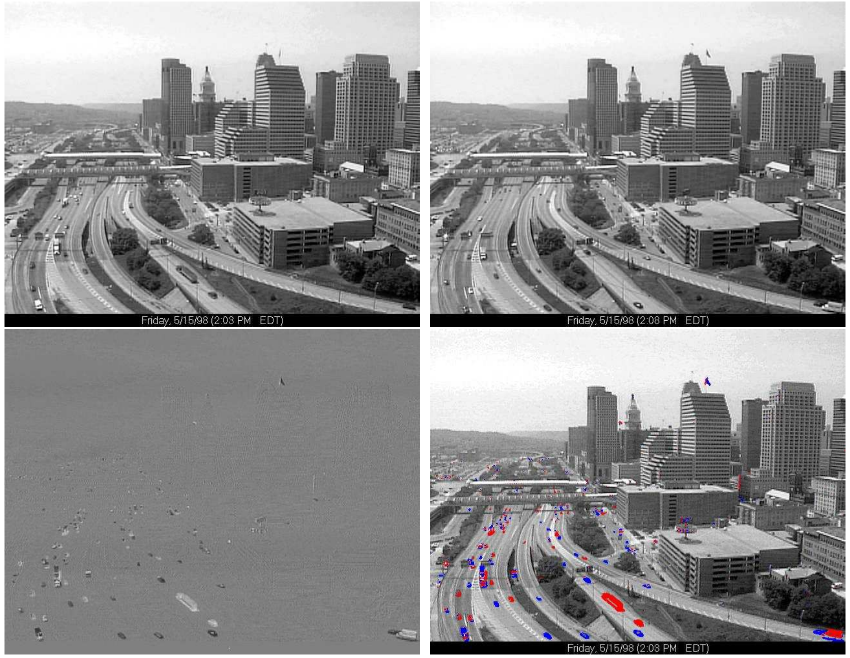
Conclusion

Pour 128 images (sommées et moyennées entre elle), le bruit est réduit d'un facteur $\sqrt{128}$

OPÉRATIONS PONCTUELLES
OPÉRATION ALGÉBRIQUES ENTRE IMAGES (3)

Soustraction d'images & Détection des changements

Images aérienne de la ville de Cincinnati



Applications

- Détection des changements
- Détection du mouvement
- Etc.