

TRAITEMENT D'IMAGES

OPÉRATIONS PONCTUELLES

Max Mignotte

Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.
[Http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150)
E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

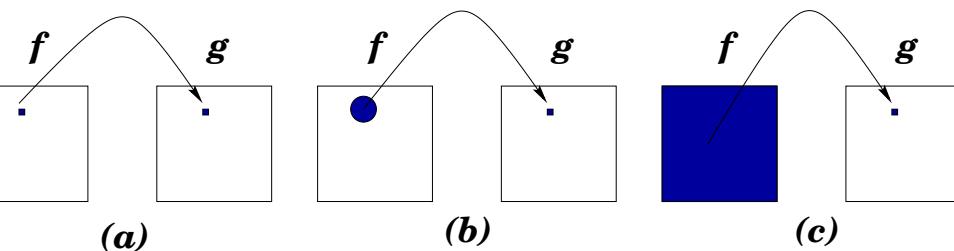
OPÉRATIONS PONCTUELLES

SOMMAIRE

Introduction	2
Moyenne et Contraste	3
Histogramme des Niveaux de Gris	5
Amélioration du Contraste	7
Spécification de l'Histogramme	16
Opération Algébriques entre Images	17

OPÉRATIONS PONCTUELLES

INTRODUCTION



Note

$T(\cdot)$ est quelconque (linéaire, non-linéaire, monotone, non monotone, etc.) mais est la même pour tous les points de l'image

OPÉRATIONS PONCTUELLES

Modification de la Moyenne (ou Brillance, Luminance) et du Contraste de l'image

OPÉRATIONS PONCTUELLES

MOYENNE ET CONTRASTE (1)

Moyenne

La Moyenne (ou Luminance, Brillance) d'une image est définie comme étant la moyenne des pixels dans l'image $f(x, y)$

$$\text{Moy} = \frac{1}{NM} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x, y)$$



Contraste

Le Contraste (C) dans une image peut être défini de plusieurs façons

- Écart-type des variations des niveaux de gris dans l'image

$$C = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} (f(x, y) - \text{Moy})^2}$$

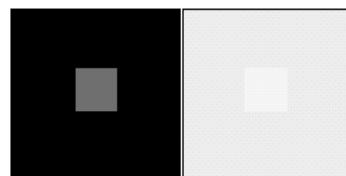
OPÉRATIONS PONCTUELLES MOYENNE ET CONTRASTE (2)

- Variation entre valeurs de niveaux de gris min et max dans l'image

$$C = \frac{\max[f(x, y)] - \min[f(x, y)]}{\max[f(x, y)] + \min[f(x, y)]}$$

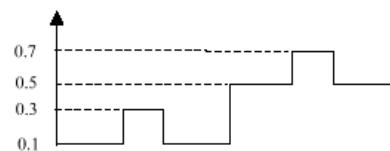
- Mesure *relative* des différences dans l'image

$$C = \frac{|I_p - I_n|}{I_n}$$



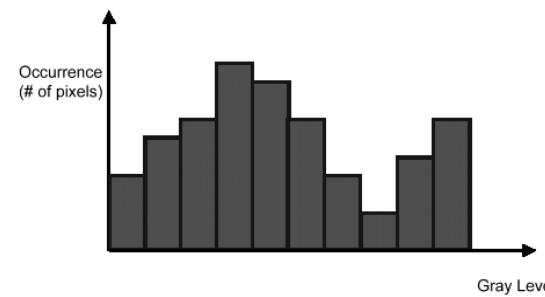
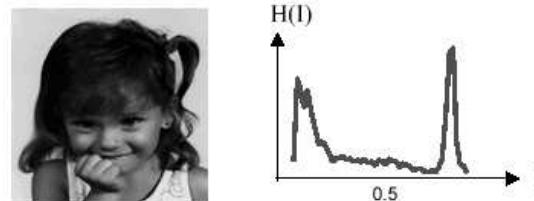
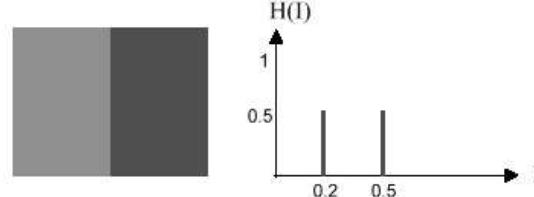
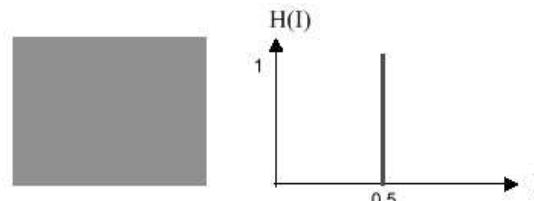
$$C = \frac{|0.3 - 0.1|}{0.1} = 2$$

$$C = \frac{|0.7 - 0.5|}{0.5} = 0.4$$



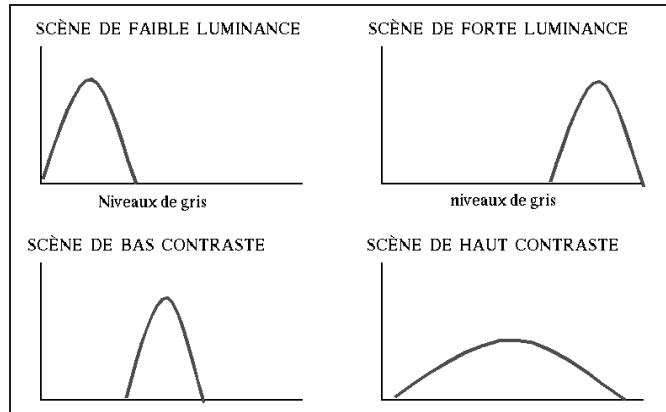
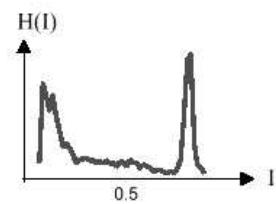
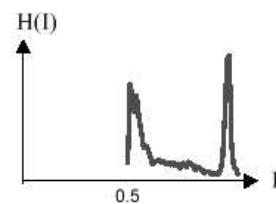
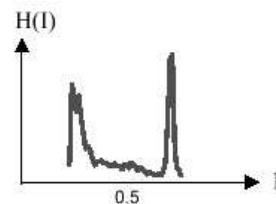
OPÉRATIONS PONCTUELLES HISTOGRAMME DES NIVEAUX DE GRIS (1)

- L'Histogramme d'une image représente le nombre (ou la proportion) de pixels en fonction du niveau de gris dans l'image, i.e., la distribution des valeurs de niveaux de gris dans une image

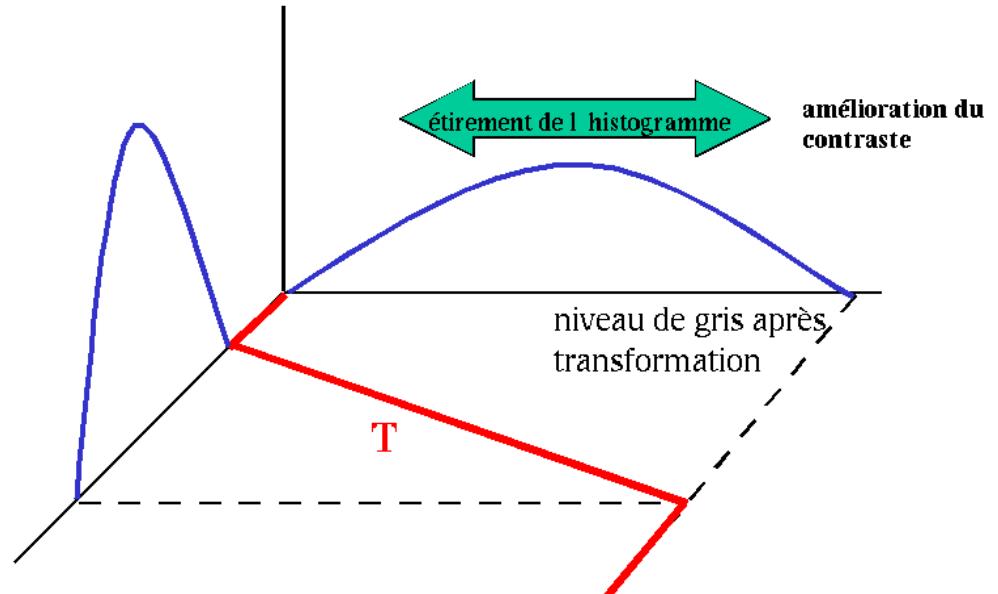


OPÉRATIONS PONCTUELLES HISTOGRAMME DES NIVEAUX DE GRIS (2)

Exemples



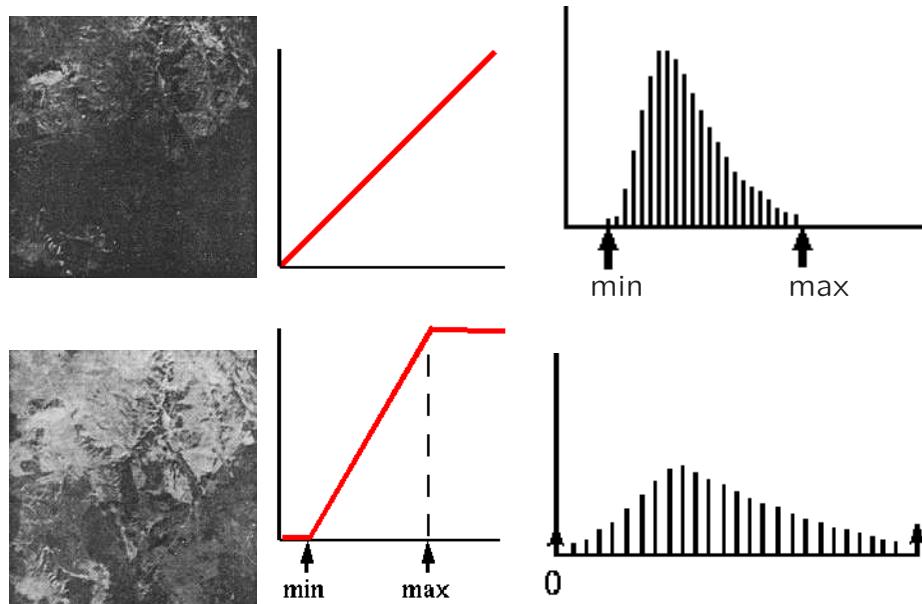
OPÉRATIONS PONCTUELLES AMÉLIORATION DU CONTRASTE (1)



- Transformation Linéaire
- Transformation Linéaire avec Saturation
- Transformation Linéaire par Morceau
- Égalisation de l'Histogramme

OPÉRATIONS PONCTUELLES AMÉLIORATION DU CONTRASTE (2)

Transformation Linéaire

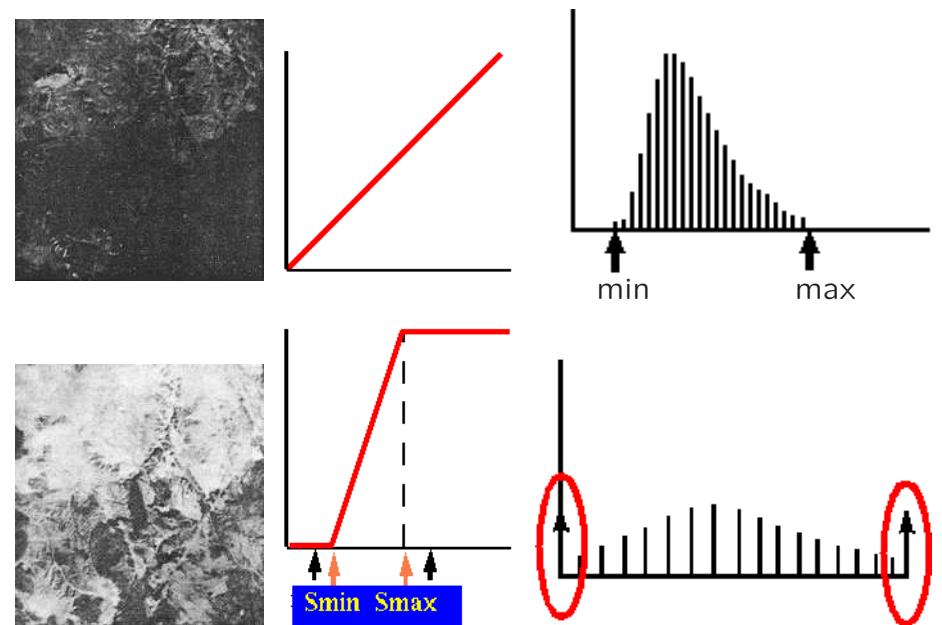


$$f'(x, y) = \frac{255}{\max - \min} (f(x, y) - \min)$$

$$\frac{(f(x, y) - \min)}{\max - \min} \in [0, 1]$$

OPÉRATIONS PONCTUELLES AMÉLIORATION DU CONTRASTE (3)

Transformation Linéaire avec Saturation



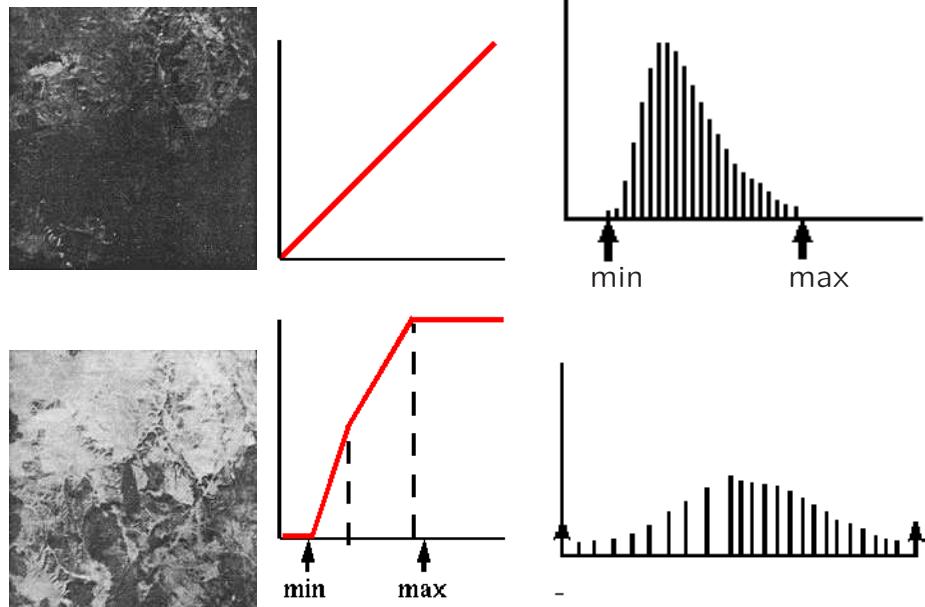
$$f'(x, y) = \frac{255}{S_{\max} - S_{\min}} (f(x, y) - S_{\min})$$

$$\begin{aligned} f'(x, y) \leq 0 &\rightarrow f'(x, y) = 0 \\ f'(x, y) \geq 255 &\rightarrow f'(x, y) = 255 \end{aligned}$$

$$\min \leq S_{\min} < S_{\max} \leq \max$$

OPÉRATIONS PONCTUELLES AMÉLIORATION DU CONTRASTE (4)

Transformation Linéaire par morceau

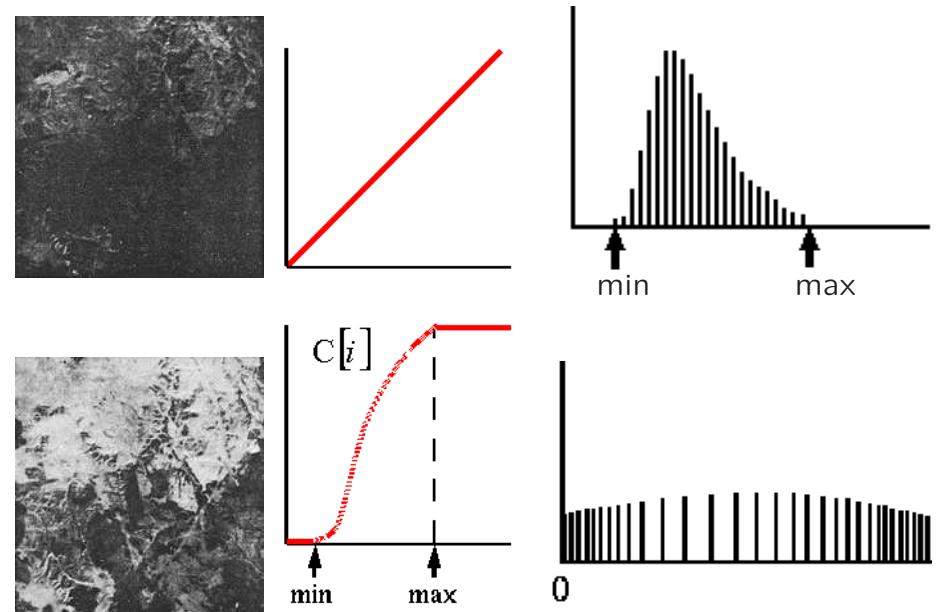


Remarque

- Paliers horizontaux ▶ Perte d'information
- Sauts verticaux ▶ Discontinuité et artefacts
- Pentes négatives ▶ Inversion locale de contraste

OPÉRATIONS PONCTUELLES AMÉLIORATION DU CONTRASTE (5)

Égalisation d'Histogramme



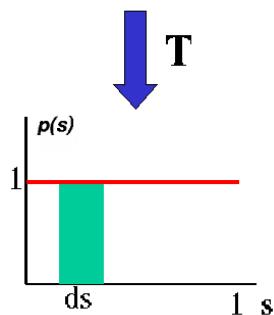
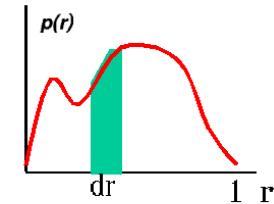
$C[i]$ Densité de probabilité cumulative

Étapes

- $h(i)$, $i \in [0, 255]$ Histogramme non normalisée
- $h_n(i) = \frac{h(i)}{NM}$ Histogramme normalisée (proportion)
- $C(i) = \sum_{j=0}^i h_n(j)$ Densité de probabilité cumulative
- $f'(x, y) = [C[f(x, y)] * 255]$ (avec $C[f(x, y)] \in [0, 1]$)

OPÉRATIONS PONCTUELLES AMÉLIORATION DU CONTRASTE (6)

Démonstration (cas continue et normalisée)



Si $T(r)$ est strictement monotone,

$$p_r(r) dr = p_s(s) ds$$

$$p_s(s) = p_r(r) \frac{dr}{ds} = p_r(r) \frac{1}{\frac{ds}{dr}}$$

Si on pose que,

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw = C(r) \quad (\text{DDP cumulative})$$

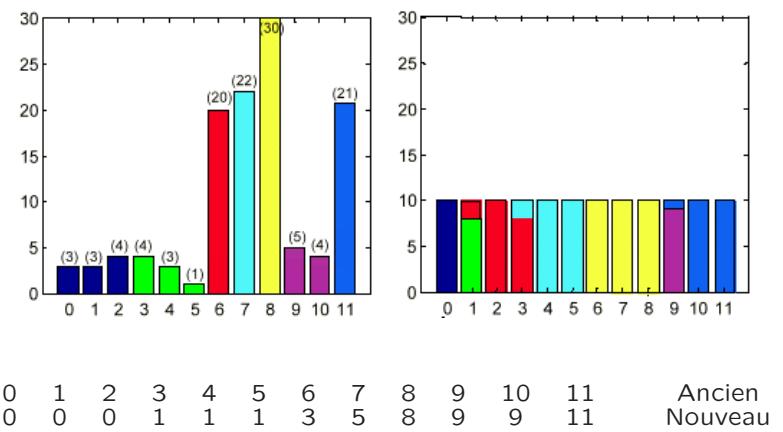
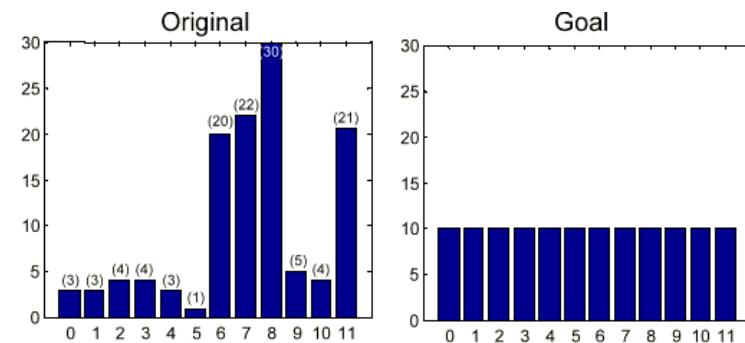
$$\frac{ds}{dr} = p_r(r)$$

$$p_s(s) = 1 \quad \forall s$$

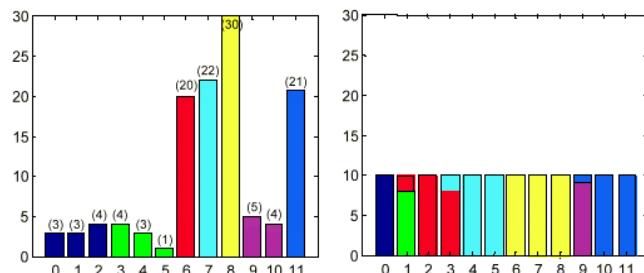
OPÉRATIONS PONCTUELLES AMÉLIORATION DU CONTRASTE (7)

Égalisation d'Histogramme (cas discret)

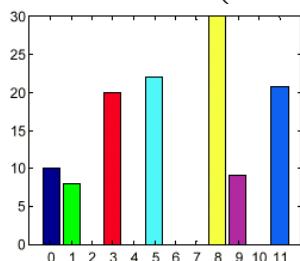
- Histogramme plat autant que possible
- L'ordre des NdeG est maintenu (fonction croissante)
- Les rectangles (barres) ne sont pas fragmentés



OPÉRATIONS PONCTUELLES AMÉLIORATION DU CONTRASTE (8)



Égalisation obtenue (cas discret)



Exemple

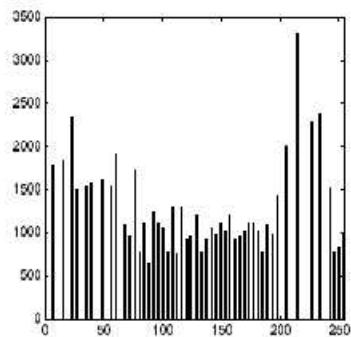
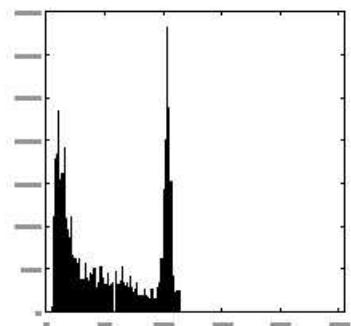
$$f'(x, y) = [C[f(x, y)] * 11]$$

$$\begin{aligned}
 3/120 * 11 &= 0 \\
 6/120 * 11 &= 0 \\
 10/120 * 11 &= 0 \\
 14/120 * 11 &= 1 \\
 17/120 * 11 &= 1 \\
 18/120 * 11 &= 1 \\
 38/120 * 11 &= 3
 \end{aligned}$$

...

OPÉRATIONS PONCTUELLES AMÉLIORATION DU CONTRASTE (9)

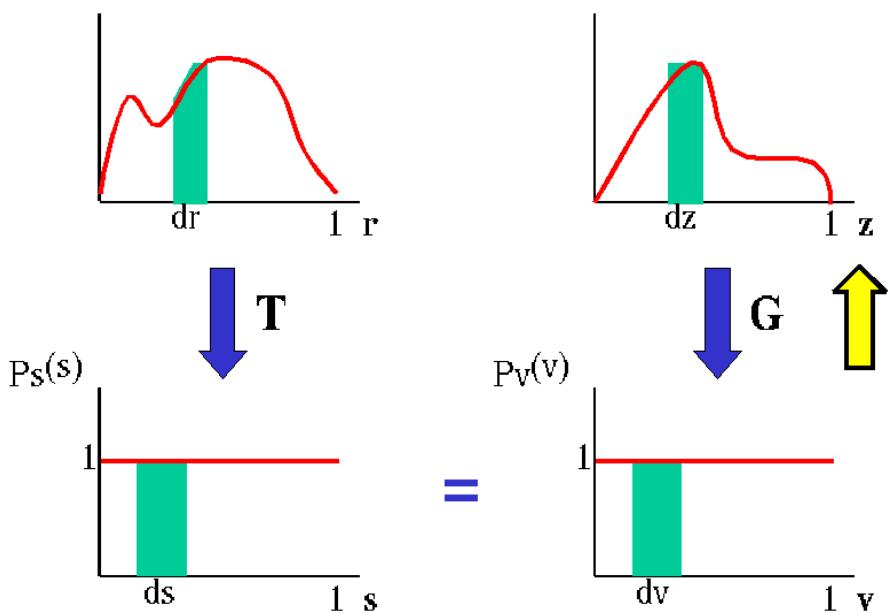
Égalisation d'Histogramme -Exemple-



OPÉRATIONS PONCTUELLES

SPÉCIFICATION DE L'HISTOGRAMME

- Il est quelquefois intéressant de donner à l'histogramme une forme particulière, par exemple pour favoriser certaines plages de densité où l'on recherche des détails



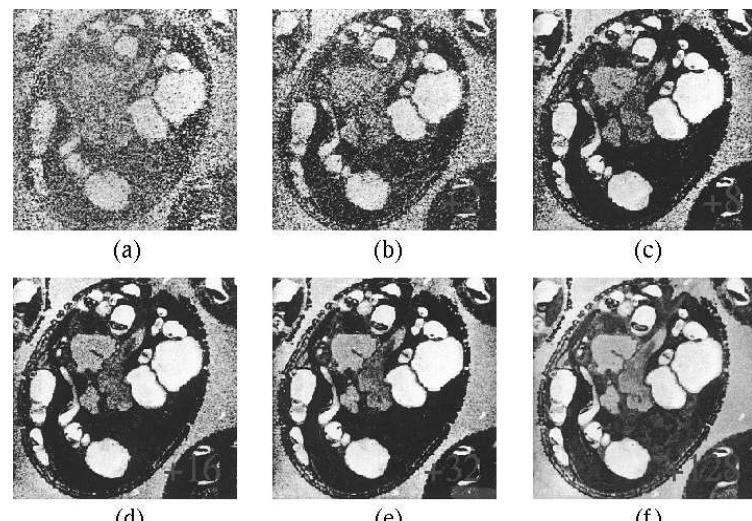
Étapes $P_R(r) \blacktriangleright P_Z(z)$

- Egalisation d'Histogramme de $P_R(r) \rightarrow P_S(s)$
 - Obtention de la fonction de répartition de l'image d'arrivée $P_Z(z)$
 - Transformation finale, $\underbrace{f'(x, y)}_{\text{image } z} = \underbrace{[G^{-1}[\underbrace{f(x, y)}_{\text{image } v}] * 255]}_{\text{image } v}$

OPÉRATIONS PONCTUELLES

OPÉRATION ALGÉBRIQUES ENTRE IMAGES (1)

Sommation & Réduction du Bruit par Moyennage



Exemple de réduction de bruit par moyennage
(a) Image bruitée ; (b)-(f) Résultat du moyennage
après 2, 8, 16, 32, 128 sommations et moyennage

► Recalage adéquat

Rapport Signal sur Bruit

$$\left(\frac{f}{B}\right)_{\text{moy}} = \sqrt{n} \left(\frac{f}{B}\right)$$

Avec n , le nombre d'image impliqué dans le moyennage

OPÉRATIONS PONCTUELLES

OPÉRATION ALGÉBRIQUES ENTRE IMAGES (2)

Démonstration

Soit n images d'une même scène. Chaque image $g_i(x, y)$ est composée de

$$g_i(x, y) = f(x, y) + b_i(x, y)$$

Avec $b_i(x, y) \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ (bruit gaussien de moyenne nulle et de variance σ^2). On suppose ce bruit blanc (i.e., non corrélé),

$$E\{b_i(x, y)b_j(x, y)\} = 0 \quad \text{si } i \neq j$$

Pour chaque image i , un rapport signal sur bruit (RSB) $(f/\sigma)_i$ peut être défini.

► Sommation et moyennage de n images :

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i(x, y)$$

Nouveau RSB de \bar{g} ?

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f(x, y) + b_i(x, y)) = f(x, y) + \underbrace{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i(x, y)}_{b(x, y)}$$

► Signal inchangé
► Bruit $b(x, y)$ a un écart type σ_b tq,

$$\sigma_b^2 = E\left\{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i(x, y)\right)^2\right\}$$

OPÉRATIONS PONCTUELLES

OPÉRATION ALGÉBRIQUES ENTRE IMAGES (2)

$$\begin{aligned} \sigma_b^2 &= E\left\{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i(x, y)\right)^2\right\} \\ &= \frac{1}{n^2} E\left\{\left(b_1(x, y) + b_2(x, y) + \dots + b_n(x, y)\right)^2\right\} \end{aligned}$$

Mais $E\{b_i(x, y)b_j(x, y)\} = 0 \quad \text{si } i \neq j$, sinon (si $i = j$) $E\{b_i(x, y)b_j(x, y)\} = \sigma^2$

$$\begin{aligned} \sigma_b^2 &= \frac{1}{n^2} n \sigma^2 \\ &= \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned}$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

RSB de (\bar{g}/σ_b)

$$(\bar{g}/\sigma_b) = \sqrt{n} (f/\sigma)$$

Conclusion

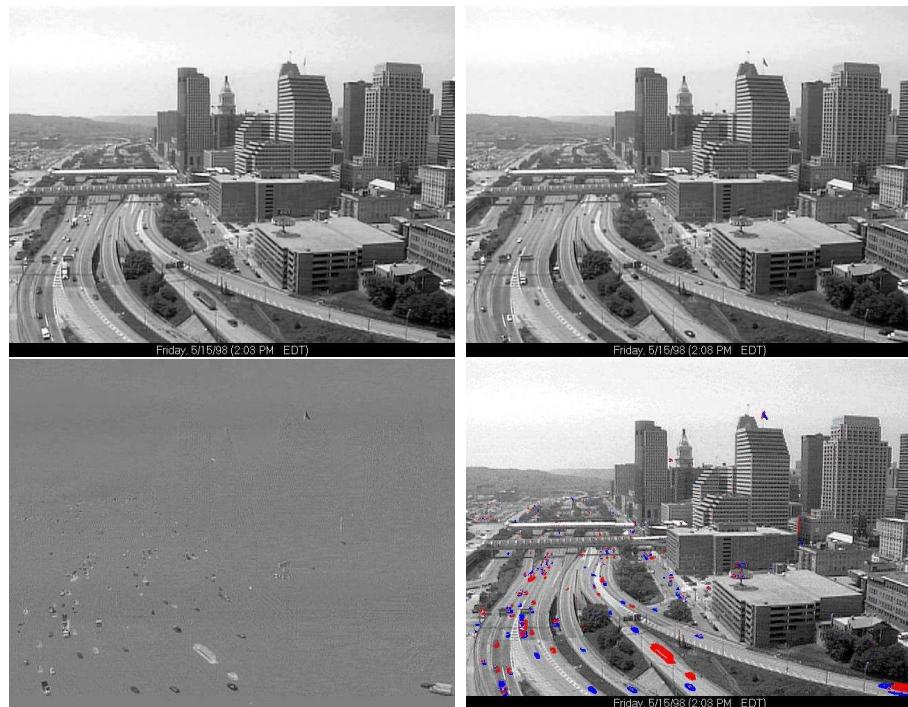
Pour 128 images (sommées et moyennées entre elle), le bruit est réduit d'un facteur $\sqrt{128}$

OPÉRATIONS PONCTUELLES

OPÉRATION ALGÉBRIQUES ENTRE IMAGES (3)

Soustraction d'images & Détection des changements

Images aérienne de la ville de Cincinnati



Applications

- Détection des changements
- Détection du mouvement
- Etc.