



DIRO
IFT 6150

TRAITEMENT D'IMAGES SEGMENTATION D'IMAGES

Max Mignotte

Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.

Http : [//www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150)

E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

SEGMENTATION D'IMAGES

SOMMAIRE

Introduction	2
Segmentation par approche Split & Merge ...	4
Rappel de Probabilité	6
Champ Markovien	10
Approche Markovienne de Segmentation	13
Segmentation par Snake	22

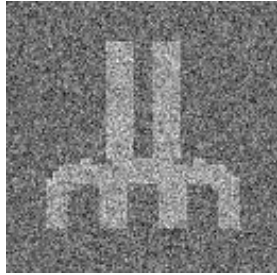
SEGMENTATION D'IMAGES

INTRODUCTION (1)

But de la Segmentation

- Partitioner une image en régions homogènes (au sens des NdG, du mouvement, de la texture, etc.)

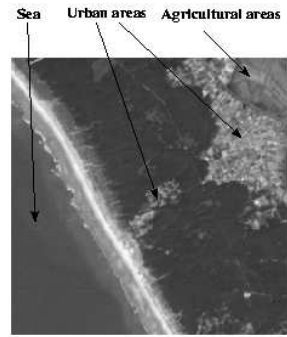
Exemples



NdG



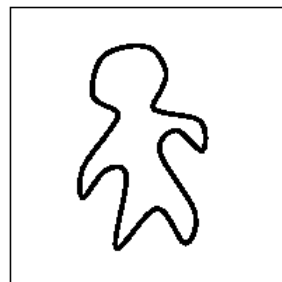
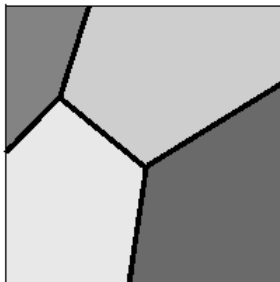
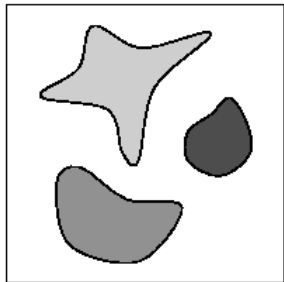
Mouvement



Texture

Méthodes Possibles

- Détection des bords des différentes régions
 - segmentation des contours (ex : Snake)
- Détection directe des régions sans les contours
 - segmentation des régions (ex : Markov)



SEGMENTATION D'IMAGES

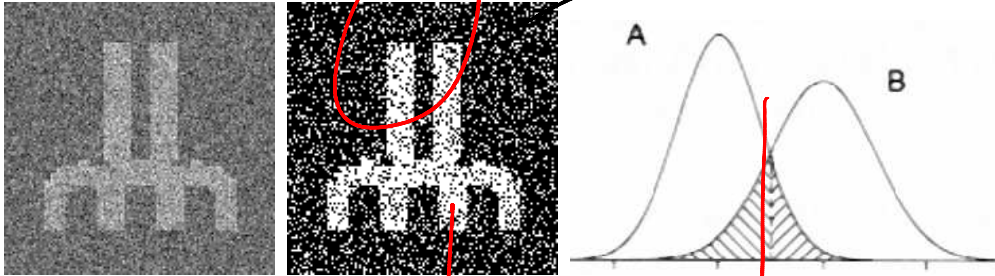
INTRODUCTION (2)

Conditions de toute bonne segmentation

- La segmentation doit être complète (i.e., chaque pixel doit être dans une classe)
- Les pixels appartenant à la même région doivent être connectés
- Les régions doivent être disjointes

Rappel

Seuillage MV



Amélioration possible grâce aux techniques utilisant la Morphologie Mathématique

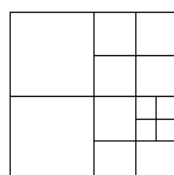
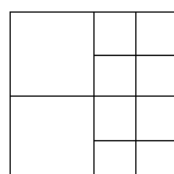
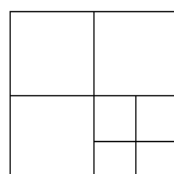
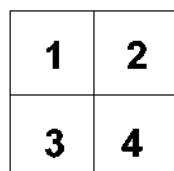
► Cf. Chap. Binarisation & Morphologie Mathématique

SEGMENTATION D'IMAGES

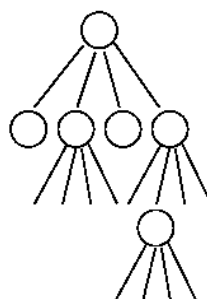
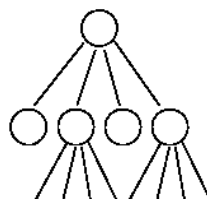
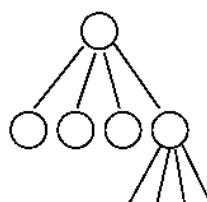
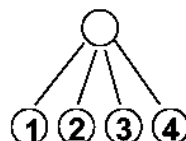
SEGMENTATION PAR APPROCHE SPLIT & MERGE (1)

Représentation de l'image par un Quad-arbre

Image



Quad Tree



1 Ap

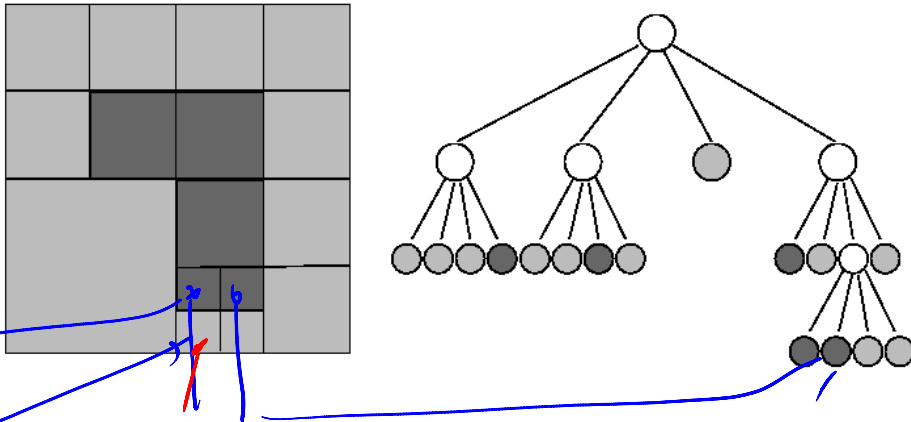
SEGMENTATION D'IMAGES

SEGMENTATION PAR APPROCHE SPLIT & MERGE (2)

Algorithme

- **Split**

Divise l'image en régions en utilisant une représentation de l'image en Quad-arbre



- Merge

Rassemble les feuilles du Quad-arbre qui sont voisines et similaire (au sens des NdG, textures, etc.)

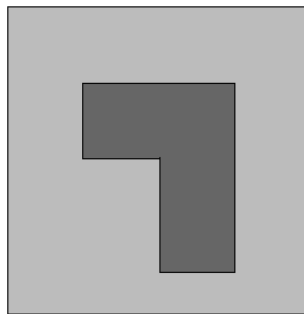
et similaire

$|p_1 - p_2| < \epsilon \Rightarrow$ menses

$\left| \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \sigma_1^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mu_2 \\ \sigma_2^2 \end{pmatrix} \right| < \epsilon$

↑

seul



SEGMENTATION D'IMAGES

SEGMENTATION PAR APPROCHE MARKOVienne (1)

Rappel sur les Probabilités et les Variables Aléatoires

Notons l'événement certain par \mathbf{I} . Considérant deux événements A et B , $A \cup B$, note l'événement où tous les deux se produisent. A et B sont mutuellement exclusifs s'ils ne peuvent se produire en même temps ($A \cap B = \emptyset$).

Probabilité

La probabilité d'un événement A est le nombre $P(A)$ satisfaisant les axiomes suivantes

- (i) $P(A)$ est positif : $0 \leq P(A) \leq 1$
- (ii) La proba. de l'événement certain est 1 : $P(\mathbf{I}) = 1$
- (iii) Si A et B sont mutuellement exclusifs, alors
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Soit \mathcal{X} un ensemble de valeur (ex : l'ensemble R). Une variable aléatoire X associe aux événements aléatoires possibles une valeur x dans \mathcal{X} . on appelle

Fonction de Probabilité Cumulative

La fonction définie par,

$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

Dans le cas multivarié, ($X = (X_1, \dots, X_n) \in R^n$), on définit $F_X(x) = P(X_1 \leq x, \dots, X_n \leq x)$. La distribution cumulative empirique d'un échantillon (x_1, \dots, x_n) est

$$\hat{F}_X(x) = \frac{\#x_i \leq x}{n}$$

SEGMENTATION D'IMAGES

RAPPEL DE PROBABILITÉ (2)

Densité

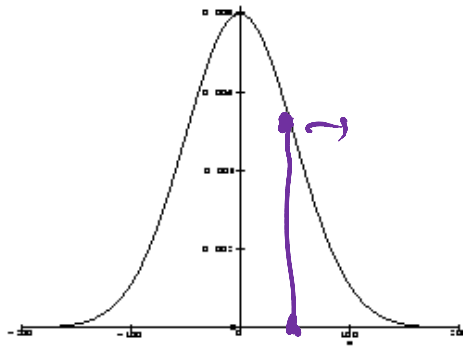
La dérivée de la fonction de Probabilité cumulative $F_X(x)$,

$$P_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx}$$

est la fonction de densité de X . Dans le cas où $n = 2$ ($X = (X_1, X_2)$), on a $P_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = \frac{\partial^2 F_X(x)}{\partial x_1 \partial x_2}$

Par abus de notation, $P_X(x)$ fait référence à une fonction de probabilité (qd X est discrète) ou à la densité de la v.a. X (qd X est continue).

Exemple : $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ $P_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp -\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}$



Espérance Mathématique

L'espérance mathématique d'une variable aléatoire est l'intégrale,

$$\mu_X = E\{X\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x P_X(x) dx$$

où $P_X(x)$ est la fonction de densité de X

SEGMENTATION D'IMAGES

RAPPEL DE PROBABILITÉ (3)

Variance

La variance d'une variable aléatoire est,

$$\sigma^2 = E\{(X - \mu_X)^2\} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 P_X(x) dx$$

où $P_X(x)$ est la fonction de densité de X

Probabilité jointe

$$P_{X,Y}(x, y)$$

Pour le couple de variable aléatoire $Z = (X, Y)$ qui prend ses valeurs dans le produit cartésien de $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$

Probabilité conditionnelle

$$P_{X|Y}(x | y) = \frac{P_{X,Y}(x, y)}{P_Y(y)}$$

définit seulement quand $P_Y(y) \neq 0$

Probabilité totale

$$P_Y(y) = \int_{\mathcal{X}} P_{Y|X}(y | x) P_X(x) dx$$

Indépendance

- si X et Y sont indépendants ssi $P_{X,Y}(x, y) = P_X(x) P_Y(y)$

SEGMENTATION D'IMAGES

RAPPEL DE PROBABILITÉ (4)

Théorème de Bayes

$$P_{X|Y}(x | y) = \frac{P_{Y|X}(y | x)P_X(x)}{P_Y(y)}$$

$P_{X|Y}(x | y)$ est appelé la probabilité *a posteriori*. $P_X(x)$ est la probabilité *a priori*. $P_{Y|X}(y | x)$ est appelé la vraisemblance

Chaînes de Markov

Soit $\{X_i\} = X_1, X_2, \dots, X_n$, une séquence de variable aléatoire avec les valeurs possibles a_1, \dots, a_n . Si la propriété markovienne est satisfaite,

$$\begin{aligned} P(X_n = a_{i_n} | X_{n-1} = a_{i_{n-1}}, \dots, X_1 = a_{i_1}) \\ = P(X_n = a_{i_n} | X_{n-1} = a_{i_{n-1}}) \end{aligned}$$

Alors $\{X_i\}$ est une chaîne de Markov

SEGMENTATION D'IMAGES

CHAMPS MARKOVIAN (1)

L'image : Vecteur de v.a.

Soit une image définie sur une maille dont les sommets constituent un ensemble S de sites s

$$S = \{s = (i, j); 1 \leq i, j \leq N\}$$

A chaque site s (ou pixel) est associé une v.a., Y_s , dont les valeurs $\in \Lambda_{obs} = \{0, \dots, 255\}$ (représentant les NdG)

L'image ($N \times N$) est donc représentée par un vecteur de v.a. $Y = \{Y_s, s \in S\}$ dont le vecteur $y = \{y_s, s \in S\}$, est une configuration (ou réalisation) \in de l'espace $\Lambda_{obs}^{N \times N}$

$P_Y(y)$ est la probabilité de la configuration y , c'est la probabilité $P_Y(y_s, s \in S)$. $P_{Y_s}(y_s)$ est la loi marginale de Y_s

Système de Voisinage

Un système de voisinage $\nu = (\nu_s, s \in S)$ est formé de parties ν_s de S , vérifiant les propriétés suivantes

$$\begin{aligned} s &\notin \nu_s \\ (s \in \nu_t \Leftrightarrow t \in \nu_s) \end{aligned}$$

L'ensemble ν_s est appelé le voisinage de s . t est dit voisin de s si $t \in \nu_s$

Champ Markovien

Un champs aléatoire X est dit *champ Markovien* associé à ce système de voisinages ssi

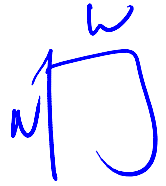
$$\begin{aligned} P_X(x) &> 0 \\ P_{X_s|X_r}(x_s | x_r, r \neq s) &= P_{X_s|X_r}(x_s | x_r, r \in \nu_s) \end{aligned}$$

Image
!!
processus stochastique
!!
réalisation de ce

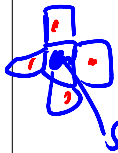
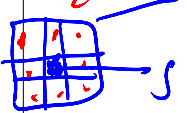
Besay
1974

nb d'images pos. 2

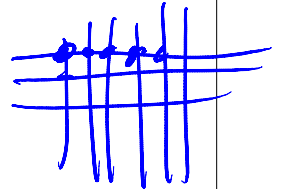
256 x 256 x ... 256
N x N pixels de l'or



8 par 2 color



1^{er} ordre
4 par



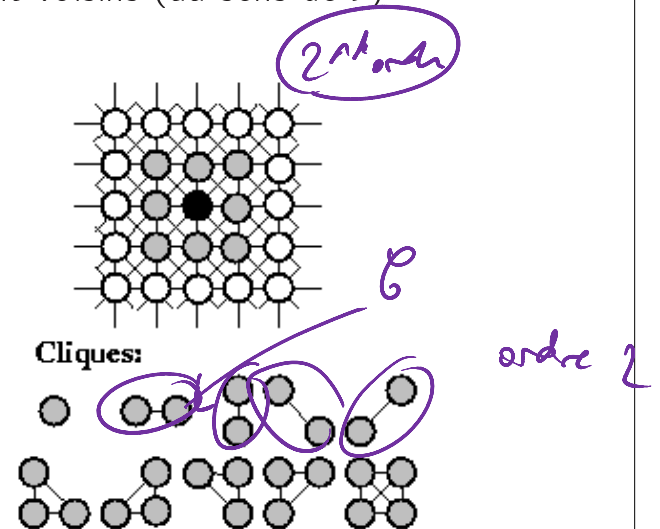
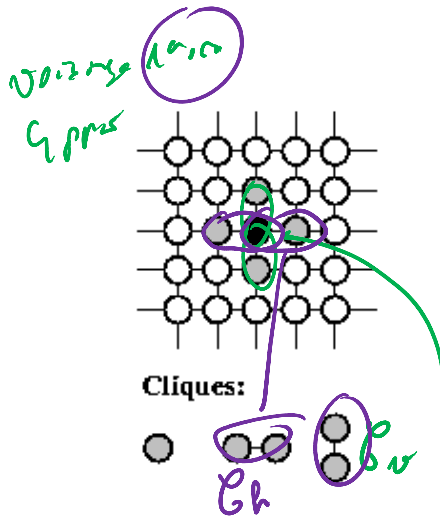
SEGMENTATION D'IMAGES

CHAMPS MARKOVIAN (2)

Clique

Un sous ensemble c de S est appelé une *clique* relative au système de voisinages ν si

- c est un singleton
- 2 pixels quelconques de c sont voisins (au sens de ν)



- L'ordre d'une clique correspond au nombre de ses éléments

Mesure de Gibbs et champs Markovien

Le théorème de Hammersley-Clifford démontre que X est un champ Markovien (associé à ν) ssi $P_X(x)$ est une mesure de Gibbs définie par

$$\forall x \in \Omega, \quad P_X(x) = \frac{1}{Z} \exp(-U(x))$$

où U est une fonction appelée énergie et Ω est l'ensemble des configurations possible pour X

SEGMENTATION D'IMAGES

CHAMPS MARKOVIEN (3)

$$\forall x \in \Omega, P_X(x) = \frac{1}{Z} \exp(-U(x))$$

où U est une fonction appelée énergie

$$U(x) = \sum_{c \in C} V_c(x)$$

- Les fonctions V_c sont appelées des fonctions potentiels, et ne dépendent que des éléments de x qui appartiennent à la clique c (C est l'ensemble des cliques)
- On notera souvent $c = \langle s, t \rangle$ une clique d'ordre 2

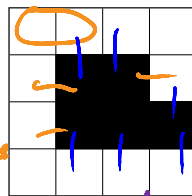
Z est la *fonction de partition* c'est en fait la constante de normalisation de la probabilité $P_X(x)$

$$Z = \sum_{x \in \Omega} \exp(-U(x))$$

Exemple

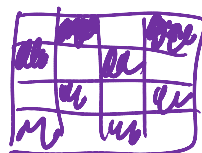
$$U(x) = \sum_{c \in C} V_c(x) \quad V_c(x) = [1 - \delta(x_s, x_t)]$$

Voisinage du 1er ordre, clique binaire

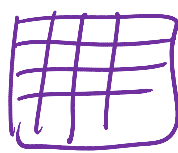


$$U(x) = 18$$

$$P_X(x) = \frac{1}{2} e^{-18}$$



$$P_X(x) = \frac{1}{2} e^{-4}$$



$$P_X(x) = \frac{1}{2} e^{-0}$$

ou

pour bon G
sites

$$\sum_{c \in H} V_c + \sum_{c \in D} V_c$$

$$12 + 6$$

$$18$$

$$Kronecker \approx \delta(x_s - x_t)$$

↑
direct

$$\left. \begin{array}{l} x_s = x_t \\ x_s \neq x_t \end{array} \right\} \begin{array}{l} V_c = 0 \\ V_c = 1 \end{array}$$

favoriser
des
bords / axes
séparés
homogènes

SEGMENTATION D'IMAGES

APPROCHE MARKOVIENNE DE SEGMENTATION (1)

L'image segmentée : Vecteur de v.a.

A chaque site s (ou pixel) est aussi associé une v.a. X_s dont les valeurs $\in \Omega_{classe} = \{c_0, \dots, c_{q-1}\}$, représentant les q classes ou zones homogènes (en NdG) de l'image

L'image ($N \times N$) est donc représentée par un couple de vecteurs de v.a. $Z = (X, Y)$

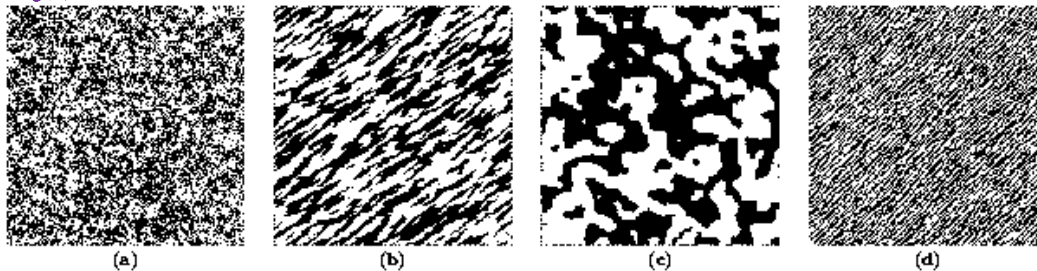
$P_X(x)$: Distribution Markovienne

On va supposer que X est un champ Markovien

$$P_X(x) = \frac{1}{Z} \exp \left(- \sum_{c \in C} V_c(x) \right)$$

Exemple

Pour $q = 2$ classes, et $V_c(x) = \beta_{s,t} (1 - \delta(x_s, x_t))$



pour $\beta_{s,t} = \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ associé respectivement à la clique horizontale, verticale, diagonale droite & diagonale gauche

SEGMENTATION D'IMAGES

APPROCHE MARKOVIENNE DE SEGMENTATION (2)

L'approche Bayésienne-Markovienne essaie de maximiser la probabilité conditionnelle (*a posteriori*) suivante

MAP
↑
maximisation a posteriori
x̂ = arg max

$$P_{X|Y}(x | y) = \frac{P_{Y|X}(y | x) P_X(x)}{P_Y(y)}$$

$P_Y(y)$ est constant car la réalisation du champ des observations (i.e., l'image) est connue, donc

$$P_{X|Y}(x | y) \propto P_{Y|X}(y | x) P_X(x)$$

variable

- $P_X(x)$: distribution Markovienne

On suppose que X est un champ Markovien

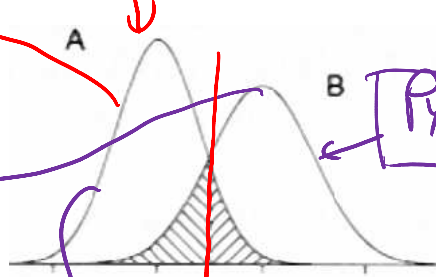
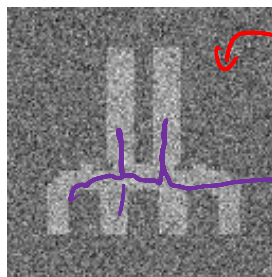
$$P_X(x) = \frac{1}{Z} \exp \left(- \sum_{c \in C} V_c(x) \right)$$

X_s : étiquette de pixel en S - C_0 - C_1

- $P_{Y|X}(y | x)$? : Modèle de dégradation de l'image

Exemple : segmentation au sens des NdG

Y_s : "niveau de gris mesuré de l'image en site s "



Fond : classe 0 (ou classe C_0)
U et M : classe 1 (ou classe C_1)

$$P_{Y_s/X_s}(y_s/C_1)$$

$$P_{Y_s/X_s}(y_s/C_0)$$

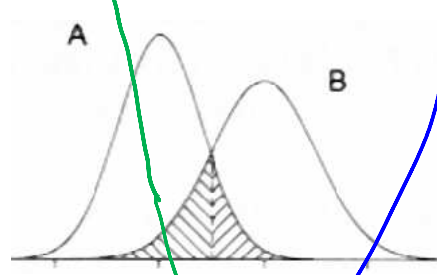
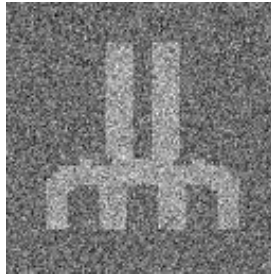
14

Principe de l'axe

$$\begin{aligned} C_s &= P_{X_s}(C_0) P_{Y_s/X_s}(y_s/C_0) + P_{X_s}(C_1) P_{Y_s/X_s}(y_s/C_1) \\ &= P_{Y_s, X_s}(y_s, C_0) + P_{Y_s, X_s}(y_s, C_1) \\ &= \sum_{x_s} P_{Y_s, X_s}(y_s, x_s) = P_{Y_s}(y_s) \end{aligned}$$

SEGMENTATION D'IMAGES

APPROCHE MARKOVIENNE DE SEGMENTATION (3)



Supposons $P_{Y_s|X_s}(y_s | c_0)$ et $P_{Y_s|X_s}(y_s | c_1)$ soit connus

Par exemple

$$\begin{aligned} P_{Y_s|X_s}(y_s | c_0) &= \mathcal{N}(\mu_0, \sigma_0) \\ P_{Y_s|X_s}(y_s | c_1) &= \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1) \end{aligned}$$

Si on suppose que

$$P_{Y|X}(y | x) = \prod_{s \in S} P_{Y_s|X_s}(y_s | x_s)$$

N pixels dans l'...

$Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_N\}$

cad que le bruit sur chacune des classes est blanc, on obtient

*Y_1/X_1
indépendant
 Y_2/X_2
indépendant
 Y_3/X_3*

$$\begin{aligned} P_{X|Y}(x | y) &\propto \left(\prod_{s \in S} P_{Y_s|X_s}(y_s | x_s) \right) \left(\frac{1}{Z} \exp \left(- \sum_{c \in C} V_c(x) \right) \right) \\ &\propto \left(\exp \left[- \left(- \ln \prod_{s \in S} P_{Y_s|X_s}(y_s | x_s) \right) \right] \right) \left(\frac{1}{Z} \exp \left(- \sum_{c \in C} V_c(x) \right) \right) \\ &\propto \left(\frac{1}{Z} \exp \left[- \left(- \ln \prod_{s \in S} P_{Y_s|X_s}(y_s | x_s) + \sum_{c \in C} V_c(x) \right) \right] \right) \end{aligned}$$

SEGMENTATION D'IMAGES

APPROCHE MARKOVIENNE DE SEGMENTATION (4)

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{MAP} &= \arg \max_x \{P_{X|Y}(x | y)\} \\
 &= \arg \max_x \left(\frac{1}{Z} \exp \left[- \left(- \ln \prod_{s \in S} P_{Y_s|X_s}(y_s/x_s) + \sum_{c \in C} V_c(x) \right) \right] \right) \\
 &= \arg \max_x \left(\frac{1}{Z} \exp \left[- \left(\sum_{s \in S} \underbrace{-\ln P_{Y_s|X_s}(y_s/x_s)}_{V(x_s, y_s)} + \sum_{c \in C} V_c(x) \right) \right] \right) \\
 &= \arg \min_x \left\{ \sum_{s \in S} \underbrace{V(x_s, y_s)}_{V(x, y)} + \sum_{c \in C} V_c(x) \right\}
 \end{aligned}$$

En prenant $V_c(x) = \beta_c[1 - \delta(x_s, x_t)]$, en se souvenant que $P_{Y_s|X_s}(y_s | x_s) = \mathcal{N}(\mu_{x_s}, \sigma_{x_s})$, on obtient pour des cliques d'ordre 2

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{MAP} &= \arg \min_x \left\{ \sum_{s \in S} V(x_s, y_s) + \sum_{c \in C} V_c(x) \right\} \\
 &= \arg \min_x \left\{ \underbrace{\sum_{s \in S} \left[\ln(\sqrt{2\pi}\sigma_{x_s}) + \frac{(y_s - \mu_{x_s})^2}{2\sigma_{x_s}^2} \right]}_{V(x, y)} + \underbrace{\sum_{c \in C} \beta_c[1 - \delta(x_s, x_t)]}_{U(x)} \right\}
 \end{aligned}$$

problème

- $V(x, y)$: **Terme d'attache aux données** : Modélise le lien entre les étiquettes (i.e., les classes) et les observations (i.e., les NdG)
- $U(x)$: **Terme d'énergie a priori** : caractérise et modélise les propriétés du champ d'étiquette que l'on recherche (on recherche des zones de régions homogène ► $\beta_c = 1 \quad \forall c$)

SEGMENTATION D'IMAGES

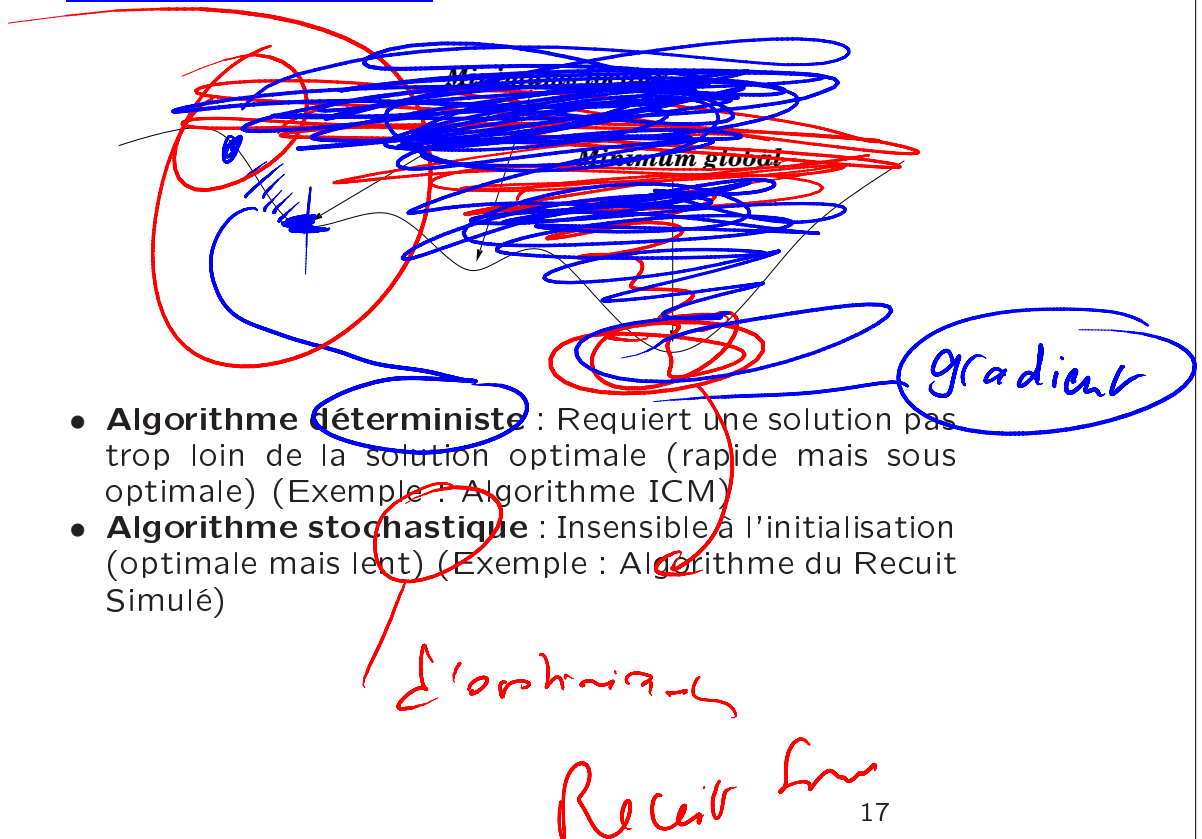
APPROCHE MARKOVIENNE DE SEGMENTATION (5)

Trouver \hat{x}_{MAP} est ensuite un problème classique d'optimisation (i.e., de minimisation de fonction d'énergie)

Notes

$V(x, y) + U(x)$: Fonction de 256×256 variables, chaque variable prend q valeurs discrètes correspondant aux q classes

2 types d'algorithmes



SEGMENTATION D'IMAGES

APPROCHE MARKOVIENNE DE SEGMENTATION (6)

Algorithme ICM

| $\hat{x}^{[0]}$ Configuration initiale

- Initialisation : on choisit une configuration initiale $\hat{x}^{[0]}$, aussi proche que possible de la configuration optimale. On peut prendre par exemple une segmentation au sens du MV :

$$\hat{x}_s^{[0]} = \arg \max_{x_s} \{P_{Y_s/X_s}(y_s/x_s)\} \quad (\forall s \in S)$$

- Calcul de $\hat{x}^{[k+1]}$ à partir de $\hat{x}^{[k]}$:
 $x \leftarrow \hat{x}^{[k]}$

1. On balaie l'ensemble des sites s (selon une stratégie de visite de sites) et

- En chaque site s , on calcule $P_{X_s/X_{\nu_s}, Y_s}(x_s/\eta_s, y_s)$ pour chacune des classes possibles :

$$P_{X_s/X_{\nu_s}, Y_s}(x_s/\eta_s, y_s) = \frac{1}{Z_s} \exp\left(-\left(\sum_{c \in \mathcal{C}} V_c(x_s) + V(x_s, y_s)\right)\right) \quad (\forall x_s \in \Omega)$$

- On sélectionne la classe x_s qui correspond à la probabilité maximale (i.e., le mode)

$$\hat{x}_s = \arg \max_{x_s \in \Omega} \{P_{X_s/X_{\nu_s}, Y_s}(x_s/\eta_s, y_s)\}$$

$$\hat{x}^{[k+1]} \leftarrow x$$

2. Retour en 1. jusqu'à la réalisation d'un critère d'arrêt. Généralement

si $\hat{x}_s^{[k+1]} \neq \hat{x}_s^{[k]}$ $k \leftarrow k + 1$ et retour en 1.

SEGMENTATION D'IMAGES

APPROCHE MARKOVienne DE SEGMENTATION (7)

Algorithme RECUIT SIMULÉ (RS)

T_0 Température initiale
 T_{min} Température finale
 \hat{x}_0 Configuration initiale aléatoire
 $F(.)$ Fonction de décroissance de la température

$T \leftarrow T_0$
 $x^{[0]} \leftarrow \hat{x}_0$

• Calcul de $\hat{x}^{[k+1]}$ à partir de $\hat{x}^{[k]}$:
 $x \leftarrow \hat{x}^{[k]}$

1. On balaie l'ensemble des sites s (peu importe l'ordre) et

• En chaque site s , on calcule $P_{X_s/X_{\nu_s}, Y_s}(x_s/\eta_s, y_s)$ pour chacune des classes possibles :

$$P_{X_s/X_{\nu_s}, Y_s}(x_s/\eta_s, y_s) = \frac{1}{Z_s} \exp \left\{ \frac{1}{T_k} \left(\sum_{c \in \mathcal{C}} V_c(x_s) + V(x_s, y_s) \right) \right\} (\forall x_s \in \Omega)$$

• On tire l'une des classes x_s selon les probabilités d'appartenance $P_{X_s/X_{\nu_s}, Y_s}$ définies précédemment.
 $\hat{x}^{[k+1]} \leftarrow x$

2. Faire décroître la température $T_{k+1} = F(T_k)$ (ex : $T_{k+1} = 0.99^k T_0$) et incrémenter l'itération $k = k + 1$

3. Retour en 1. jusqu'à la satisfaction d'un critère d'arrêt. Généralement

si $T_k \geq T_{min}$ retour en 1.

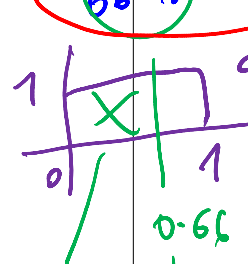
Classe :

1 2

$$\frac{e^{-1}}{e^{-1} + e^{-2}} \quad \frac{e^{-2}}{e^{-1} + e^{-2}} \quad T_k = 1$$

0.66' 0.33'

66% 33%



66%

← → □

(nord)

$T_0 = 3.5$
 $T_F = T_{k \rightarrow \infty} = 0.25$

$$T_k = \frac{T_0}{\ln k}$$

$$T_k = (0.9999)^k T_0$$

$$T_k = (0.994)^k T_0$$

$$(0.99)^k T_0$$

SEGMENTATION D'IMAGES

APPROCHE MARKOVIENNE DE SEGMENTATION (8)

Segmentation supervisée 2 classes

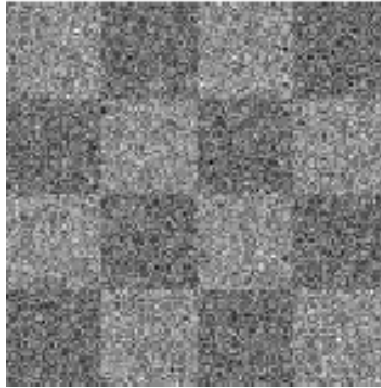


Image bruitée

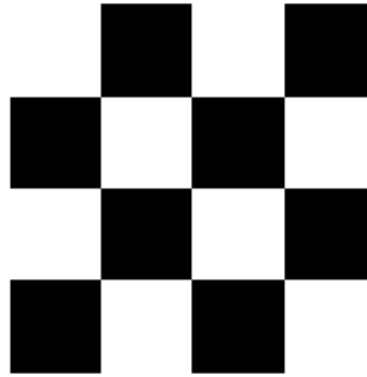
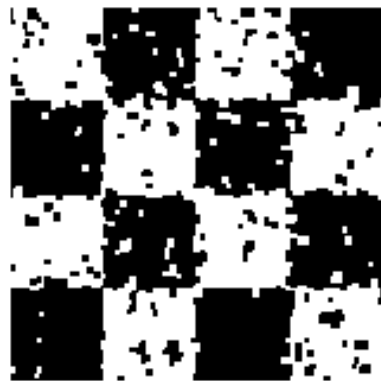
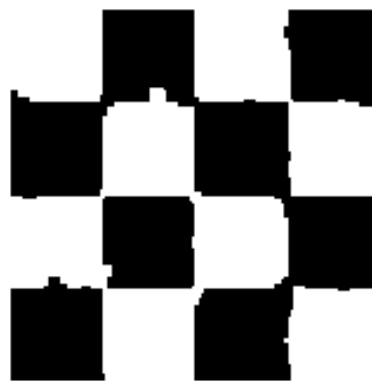


Image segmentée idéale



segmentation par ICM



Segmentation par RS

SEGMENTATION D'IMAGES

APPROCHE MARKOVIENNE DE SEGMENTATION (9)

Segmentation supervisée 4 classes

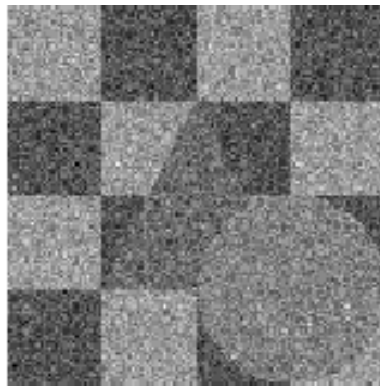
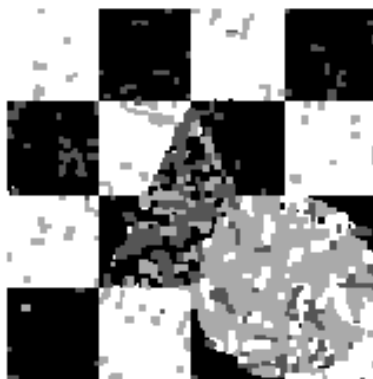


Image bruitée



Image segmentée idéale



segmentation par ICM



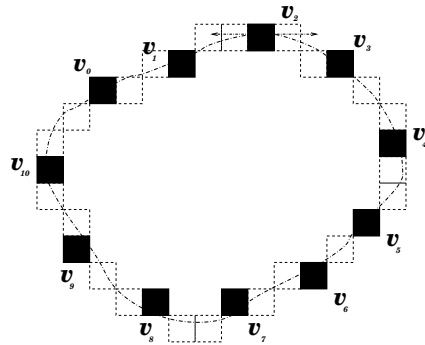
Segmentation par RS

SEGMENTATION D'IMAGES

SEGMENTATION PAR SNAKE (1)

Le modèle de contour actif (ou *snake*) présente le problème de la segmentation (des bords d'une région) directement comme un problème de minimisation de fonction d'énergie

Un *snake* V est défini par n noeuds, $V = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ (donnant les coordonnées des points d'un contour), liés par une B-spline cubique



Soit une image y , la fonction d'énergie que l'on doit minimiser est

$$E_{\text{snake}}(V) = \sum_{i=1}^n (E_{\text{int}}(v_i) + \beta E_{\text{ext}}(v_i, y))$$

- E_{int} : Énergie interne du snake
 - Permet d'exprimer la connaissance *a priori* sur la forme du contour que l'on doit détecter
- E_{ext} : Énergie externe du snake
 - permet de *pousser* le snake près des caractéristiques désirées de l'image (bords, régions, texture, etc.)

SEGMENTATION D'IMAGES

SEGMENTATION PAR SNAKE (2)

Énergie interne

Afin d'obtenir un contour avec des courbures douces, une solution consiste à mesurer la courbure du snake à chaque noeud et utiliser la mesure suivante

$$E_{\text{int}}(v_i) = \arccos\left(\frac{\overrightarrow{v_{i-1}v_i} \cdot \overrightarrow{v_i v_{i+1}}}{\|\overrightarrow{v_{i-1}v_i}\| \cdot \|\overrightarrow{v_i v_{i+1}}\|}\right)$$

qui est l'angle entre les 2 vecteurs $\overrightarrow{v_{i-1}v_i}$ et $\overrightarrow{v_i v_{i+1}}$. $\|\overrightarrow{v}\|$ est la norme du vecteur \overrightarrow{v} et “.” représente le produit scalaire entre deux vecteurs

Énergie externe

Les gradient de l'image sont exploités par la mesure suivante

$$E_{\text{ext}}(v_i, y) = -\|\nabla y(v_i)\|$$

Le contour optimal V_{opt} , peut être obtenu en trouvant celui qui minimise l'énergie $E_{\text{snake}}(V)$, i.e

$$V_{\text{opt}} = \arg \min_{\{v_i\}} E_{\text{snake}}(V)$$

où $\{v_i\}$ désigne l'ensemble des noeuds du snake

SEGMENTATION D'IMAGES

SEGMENTATION PAR SNAKE (3)

Optimisation par Programmation Dynamique (DP)

► Procédure particulièrement bien adaptée pour ce problème car

- La solution optimal contient des solutions optimale à des sous-problèmes
- Le problème d'optimisation revisite très souvent les même sous-problèmes

La fonction d'énergie peut s'écrire

$$E_{\text{snake}}(v_1, v_2, \dots, v_n) = E_1(v_1, v_2, v_3) + E_2(v_2, v_3, v_4) + \dots + E_{n-2}(v_{n-2}, v_{n-1}, v_n)$$

où $E_{i-1}(v_{i-1}, v_i, v_{i+1}) = E_{\text{int}}(v_i) + \beta E_{\text{ext}}(v_i, y)$

Dans la DP, chaque v_i peut prendre seulement m valeurs possibles, correspondant généralement à des positions voisines dans un voisinage

On peut efficacement définir la valeur de la solution optimal récursivement en terme de solutions optimales aux sous-problèmes d'optimisation suivant

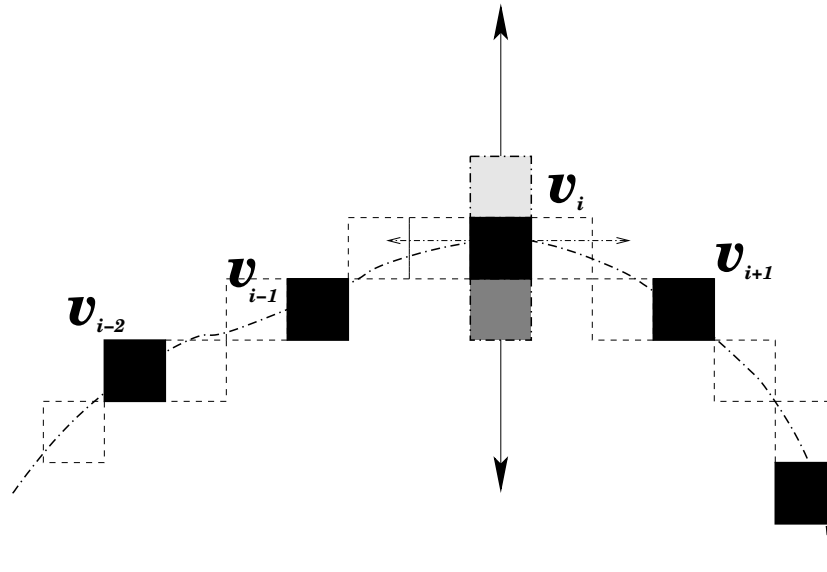
$$\begin{aligned} s_1(v_2, v_3) &= \min_{v_1} \{E_1(v_1, v_2, v_3)\} \\ s_2(v_3, v_4) &= \min_{v_2} \{s_1(v_2, v_3) + E_2(v_2, v_3, v_4)\} \\ &\dots \\ s_{n-2}(v_{n-1}, v_n) &= \min_{v_{n-2}} \{s_{n-3}(v_{n-2}, v_{n-1}) + E_{n-2}(v_{n-2}, v_{n-1}, v_n)\} \end{aligned}$$

$V_{\text{opt}} = \arg \min_{\{v_i\}} E_{\text{snake}}(V) = \min_{v_{n-1}, v_n} s_{n-2}(v_{n-1}, v_n)$

SEGMENTATION D'IMAGES

SEGMENTATION PAR SNAKE (4)

Optimisation par Gradient



Jusqu'à convergence

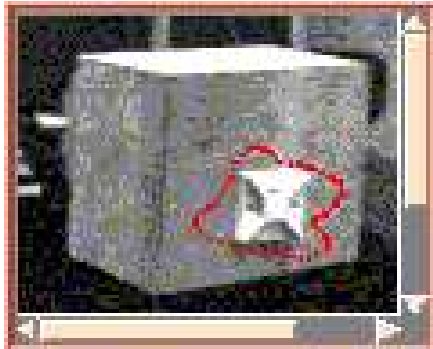
Pour chaque noeud du snake

- On déplace chaque noeud suivant la position de la normale intérieur et extérieur au contour
- On prend le noeud (i.e., sa coordonnée) qui minimise l'énergie du snake

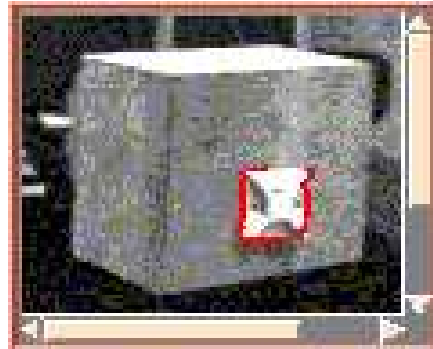
SEGMENTATION D'IMAGES

SEGMENTATION PAR SNAKE (4)

Exemples



Initialisation



Convergence



Initialisation



Convergence

Animation sur la page web du cours

Http : <http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150/>
Rubrique : Notes de Cours additionnelles ; Cours animé