



## **TRAITEMENT D'IMAGES** **RECONNAISSANCE DE FORMES**

*Max Mignotte*

Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.

[Http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150)

*E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca*

# RECONNAISSANCE DE FORMES

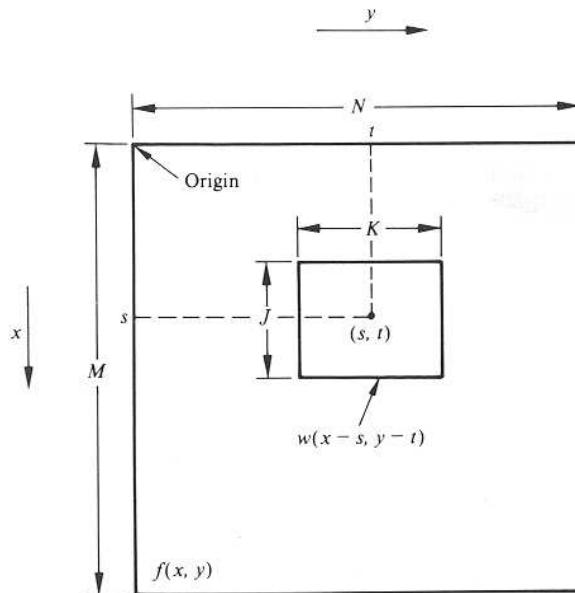
## SOMMAIRE

Détection par Corrélation .....	2
Principe Général .....	5
Descripteurs de Fourier .....	6
Attributs descriptifs de formes .....	8
Algorithme de clustering non supervisé .....	10
Algorithme de clustering supervisé .....	11
Analyse Factorielle Discriminante .....	12

## RECONNAISSANCE DE FORMES

### DÉTECTION PAR CORRÉLATION (1)

- Le but de la détection d'objets est de localiser dans une image  $f(x, y)$  de dimension  $M \times N$  des objets ou formes représentés par une sous image  $w(x, y)$  de dimension  $J \times K$  ( $j \leq M$  et  $K \leq N$ )
- L'approche par corrélation consiste à déplacer l'objet  $w(x, y)$  sur l'image  $f(x, y)$  et de calculer une fonction de ressemblance entre  $w(x, y)$  et  $f(x, y)$  au voisinage de chaque point



$$C(s, t) = \sum_{x=s-J/2}^{s+J/2} \sum_{y=t-K/2}^{t+K/2} f(x, y) w(x - s, y - t) = f(x, y) * w(-x, -y)$$

- Sensible aux changements d'amplitude de  $w$  et  $f$  (contraste et brillance)

## RECONNAISSANCE DE FORMES

### DÉTECTION PAR CORRÉLATION (2)

- Mesure de corrélation insensible aux changements de contraste et de brillance

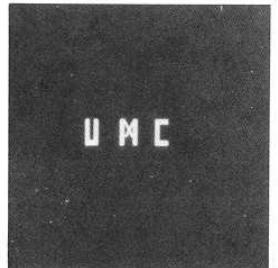
$$\rho(s, t) = \frac{\sum_{x=s-J/2}^{s+J/2} \sum_{y=t-K/2}^{t+K/2} [f(x, y) - \bar{f}(x, y)] [w(x - s, y - t) - \bar{w}]}{\sqrt{AB}}$$

avec

$$A = \sum_{x=s-J/2}^{s+J/2} \sum_{y=t-K/2}^{t+K/2} [f(x, y) - \bar{f}(x, y)]^2$$

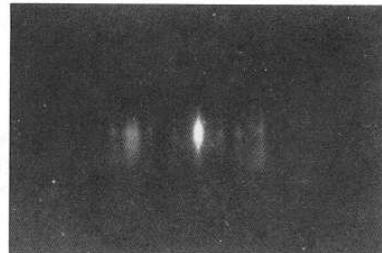
et  $B = \sum_{x=s-J/2}^{s+J/2} \sum_{y=t-K/2}^{t+K/2} [w(x - s, y - t) - \bar{w}]^2$

Exemple



(b)

(a)



(c)

## RECONNAISSANCE DE FORMES

### DÉTECTION PAR CORRÉLATION (3)

- Onéreuse en temps machine
- Solution : accomplir la corrélation dans le domaine spectrale

$$C(s, t) = f(x, y) * w(-x, -y)$$

$$\begin{array}{c} \diagup \\ \pmb{F}^{-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ \pmb{F} \end{array}$$
$$C(u, \nu) = \pmb{F}(u, \nu) \cdot \pmb{W}^*(u, \nu)$$

#### Application

- Détection & suivie de formes dans des séquences d'images



# RECONNAISSANCE DE FORMES

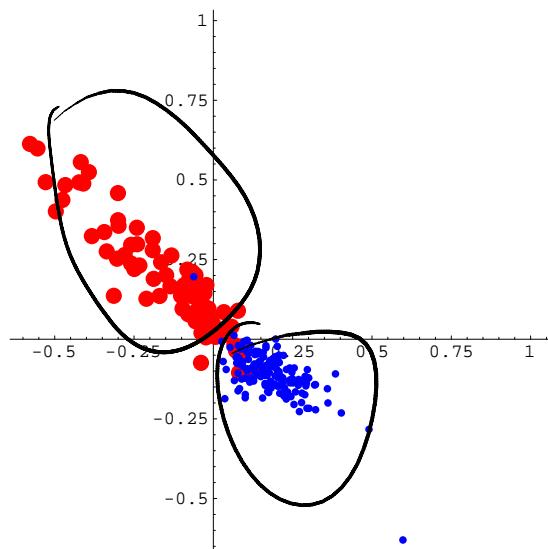
## PRINCIPE GÉNÉRAL

### 1. Reconnaissance de forme par corrélation (Matching)

- Cf. slides précédents

### 2. Méthodes multidimensionnelles

- Les méthodes multidimensionnelles consistent à associer à chaque forme (ou texture) un vecteur de  $q$  attributs et à rechercher dans cette espace de représentation (de dimension  $q$ ) le cluster ou la classe à laquelle il appartient

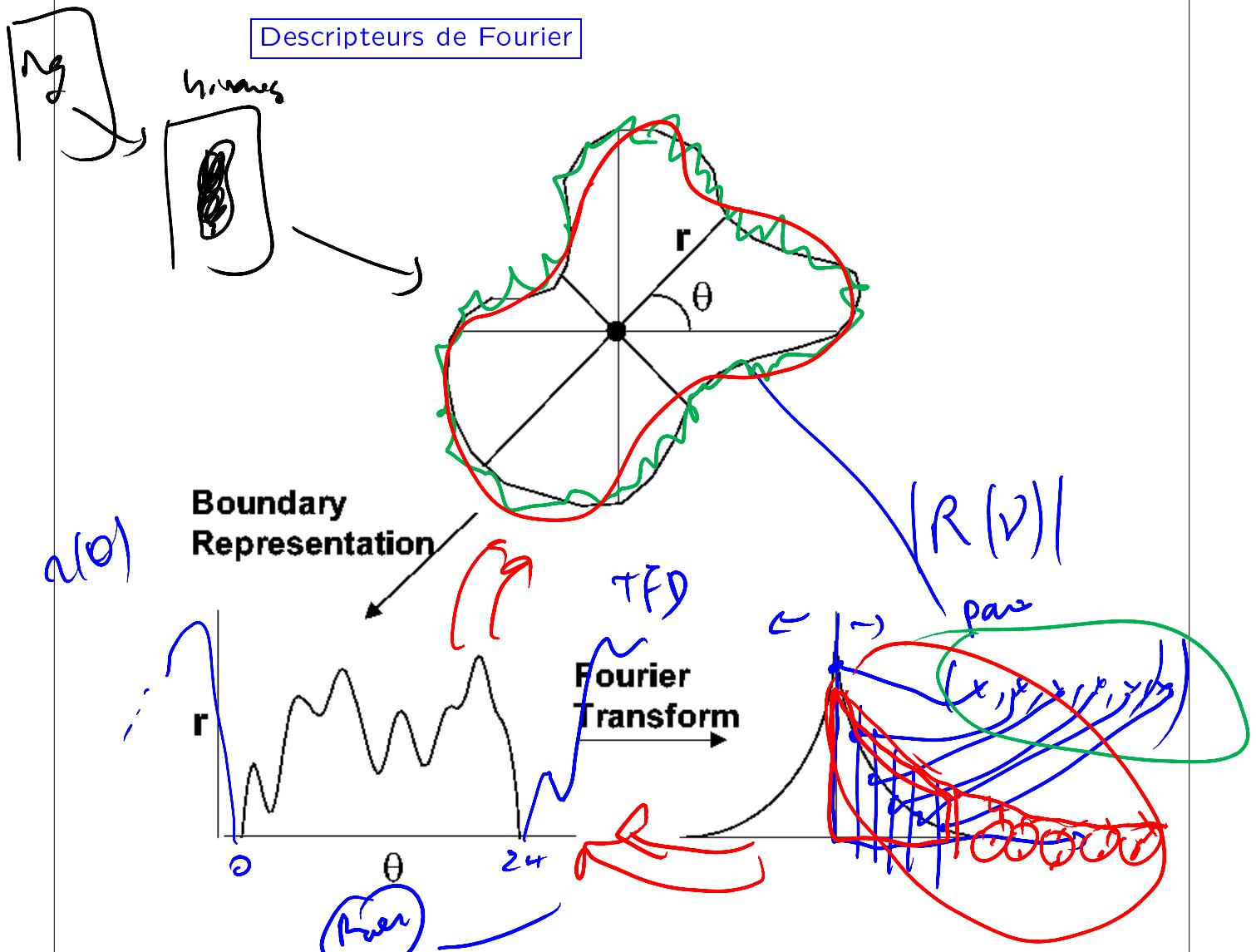


### Reconnaissance de Texture

- Cf. Chap. Texture & Traitement d'images couleurs

# RECONNAISSANCE DE FORMES

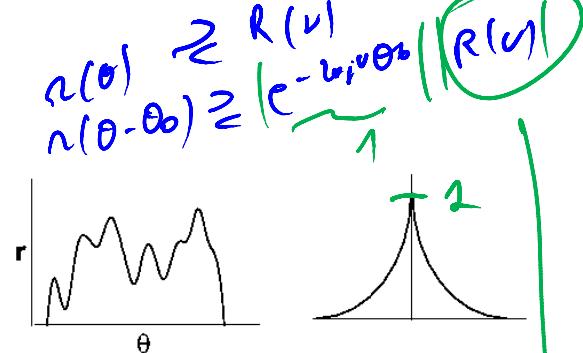
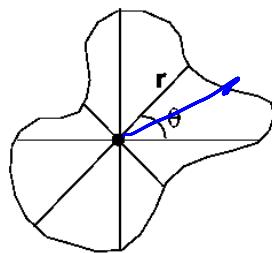
## DESCRIPTEURS DE FOURIER (1)



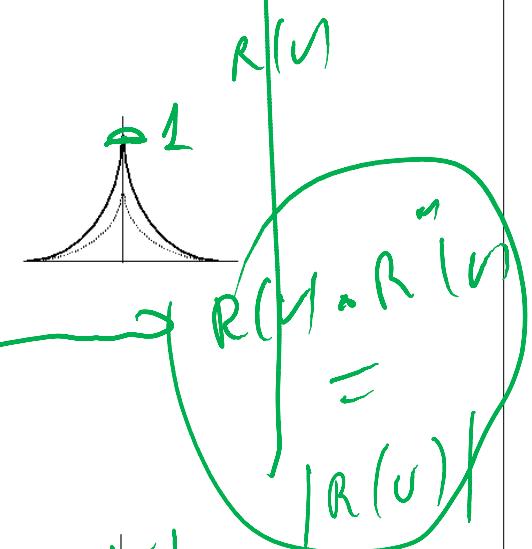
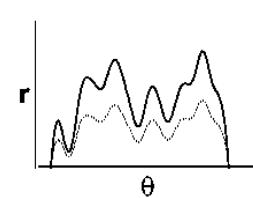
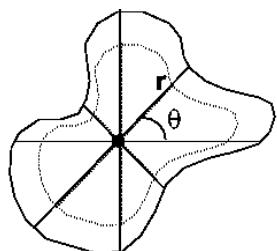
# RECONNAISSANCE DE FORMES

## DESCRIPTEURS DE FOURIER (2)

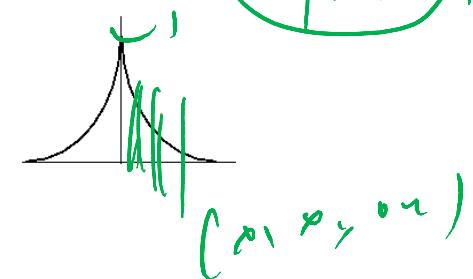
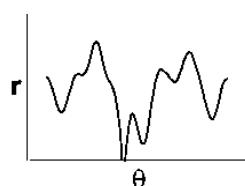
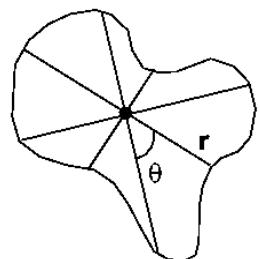
### Translation



### Facteur d'échelle

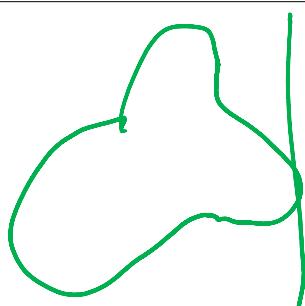


### Rotation

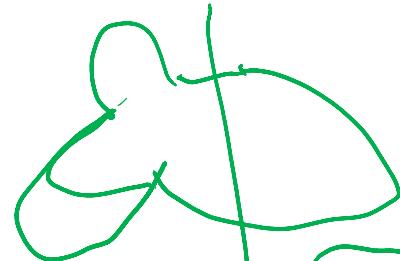


$$\tilde{r}(\theta)$$

$$\tilde{r}(-\theta)$$



$$R(v) \cdot R^*(v) = |R(v)|^2$$



$$R^*(v) \cdot R(v) = |R(v)|^2$$

# RECONNAISSANCE DE FORMES

## ATTRIBUTS DESCRIPTIFS DE FORMES (1)

### Compacité

- Mesure le degré de compacité d'une forme

$$C = \frac{4\pi S}{l^2}$$

où  $l$  et  $S$  désignent le périmètre et l'aire de la surface délimité par le contour (= 1 pour un cercle)

$$\frac{\pi R^2}{(2\pi R)^2}$$

### Élongation

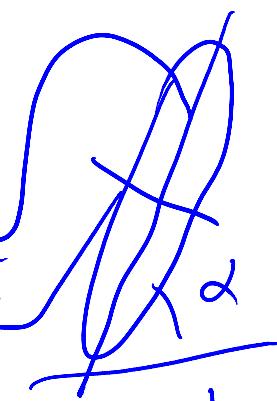
- Paramètre donné par les valeurs propres de la matrice de corrélation (cf. Transformée de Hotelling)

$$C = \begin{pmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{xy} & c_{yy} \end{pmatrix}$$

On obtient

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left( c_{xx} + c_{yy} + \sqrt{(c_{xx} - c_{yy})^2 + 4c_{xy}^2} \right)$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \left( c_{xx} + c_{yy} - \sqrt{(c_{xx} - c_{yy})^2 + 4c_{xy}^2} \right)$$



### Orientation

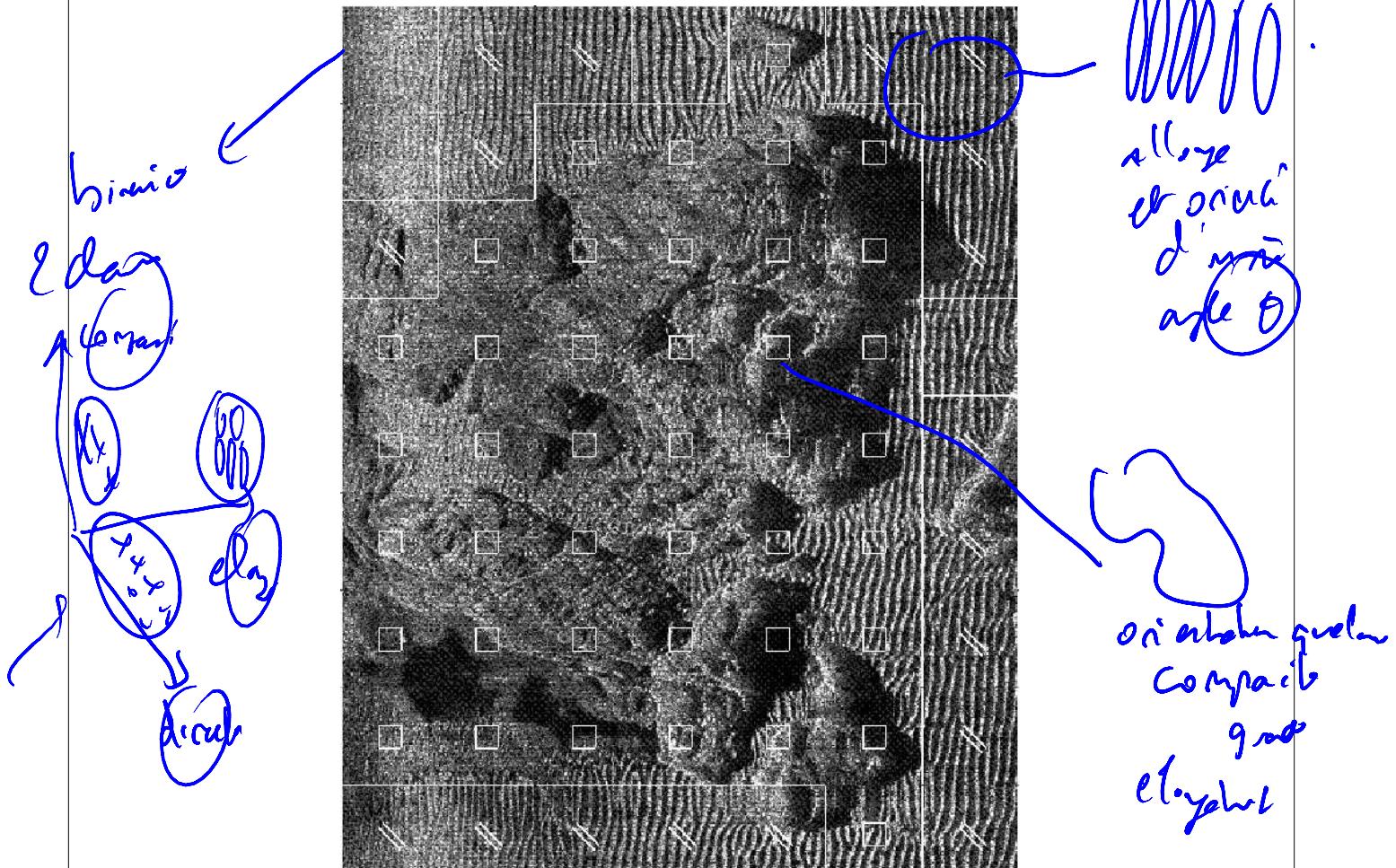
- Paramètre calculé à partir des valeurs de la matrice de corrélation (cf. Transformée de Hotelling)

$$\alpha = \arctan \left( \frac{\sigma_1 - c_{xx}}{c_{xy}} \right)$$

## RECONNAISSANCE DE FORMES

### ATTRIBUTS DESCRIPTIFS DE FORMES (4)

Exemple : Classification des fonds marins



# RECONNAISSANCE DE FORMES

## ALGORITHME DE CLUSTERING NON SUPERVISÉ

### Algorithme K-Moy

1. On choisit les  $K$  premiers échantillons comme étant les  $K$  centres ( $c_1^{[1]}, \dots, c_K^{[1]}$ ) des  $K$  groupements

$$c_i^{[1]} = \mathbf{x}_i, \quad 1 \leq i \leq K$$

2. A l'itération  $p$ , on associe l'échantillon  $\mathbf{x}_l$ , ( $1 \leq l \leq M$ ) au groupement  $C_i$  (noté  $C_i^{[p]}$ ) si

$$\| \mathbf{x}_l - c_i^{[p]} \| < \| \mathbf{x}_l - c_j^{[p]} \|, \quad \forall j \neq i$$

(On associe l'échantillon  $\mathbf{x}_l$  au groupement dont le centre lui est le plus proche)

3.  $C_i^{[p]}$  correspond au groupement  $i$  constitué à l'itération  $p$  après l'étape 2. On détermine le nouveau centre de chaque groupement par

$$c_i^{[p+1]} = \frac{1}{N_i} \sum_{\mathbf{x} \in C_i^{[p]}} \mathbf{x}, \quad \forall i$$

avec  $N_i$  le nombre d'échantillons de  $C_i^{[p]}$

4. Si les centres des groupements à l'itération  $p$  sont les mêmes que ceux obtenus à l'itération précédente, alors l'algorithme a convergé

si  $c_i^{[p+1]} = c_i^{[p]}$ ,  $\forall i$ , fin de l'algorithme

sinon on retourne en 2.

# RECONNAISSANCE DE FORMES

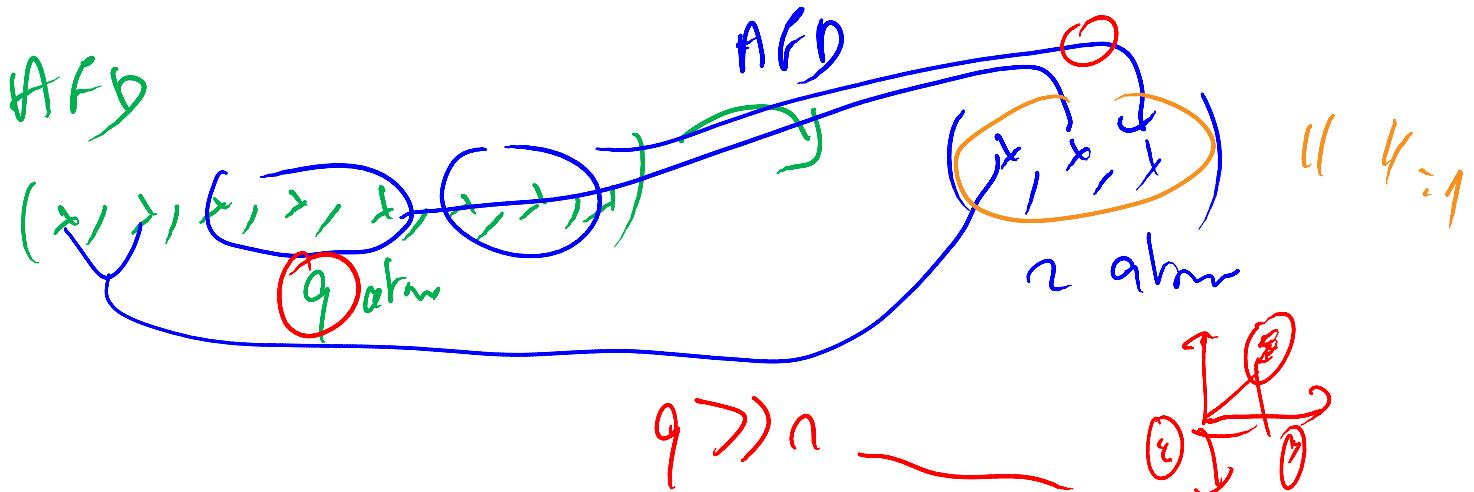
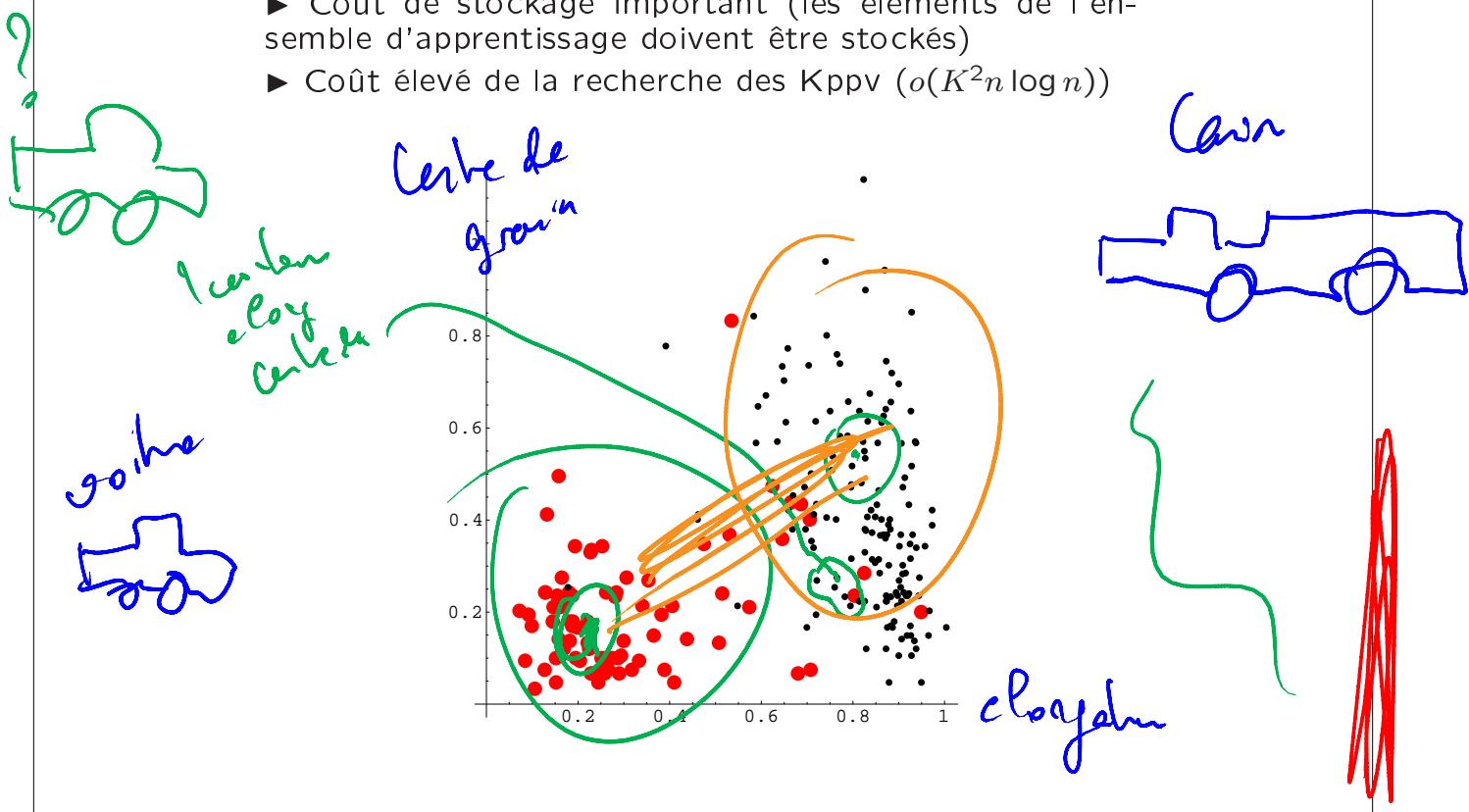
## ALGORITHME DE CLUSTERING SUPERVISÉ

- ▶ Supposent la connaissance *a priori* de l'appartenance de chaque échantillon de l'ensemble d'apprentissage à une classe donnée

## Algorithme K-plus proches voisins

1. Pour un  $K$  donné, on affecte l'échantillon  $x_i$ , la classe majoritaire parmi les  $K$  plus proches voisins

- ▶ Si  $K$  est faible, le vote risque d'être perturbé par le bruit
  - ▶ Coût de stockage important (les éléments de l'ensemble d'apprentissage doivent être stockés)
  - ▶ Coût élevé de la recherche des Kppv ( $o(K^2n \log n)$ )



## RECONNAISSANCE DE FORMES

### ANALYSE FACTORIELLE DISCRIMINANTE (1)

► L'AFD a pour but de trouver les axes factoriels qui discriminent au mieux les  $K$  classes de l'ensemble d'apprentissage (i.e., les projections des échantillons d'une même classe soient les + concentrées possible)

- L'ensemble d'apprentissage est stocké dans une matrice  $X$  de  $M$  lignes (représentant les échantillons) et de  $q$  colonnes (représentant les attributs)
- Échantillon :  $\mathbf{x}_i = (x_i^j)_{1 \leq j \leq q}$ , vecteur de ses  $q$  attributs
- Valeurs du  $j$ ème attribut, stockées dans  $\mathbf{x}^j = (x_i^j)_{1 \leq i \leq M}$
- Chaque individu appartient à une classe  $\mathcal{C}_k$ ,  $k = 1, \dots, K$

1. La moyenne de l'attribut  $j$

$$\bar{x}^j = \sum_{i=1}^M x_i^j$$

2.  $\bar{\mathbf{x}} =$  Le vecteur des moyennes de chaque attributs

3.  $\bar{\mathbf{x}}_k =$  Le vecteur des moyennes de chaque attributs des échantillons de  $\mathcal{C}_k$

4.  $N_k =$  Le cardinal de  $\mathcal{C}_k$

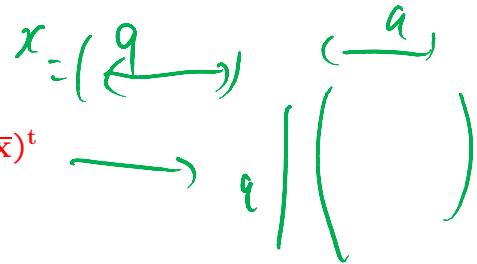
## RECONNAISSANCE DE FORMES

### ANALYSE FACTORIELLE DISCRIMINANTE (2)

Soit  $T$ ,  $B$  et  $W$  les matrices de variances totale, interclasse et intraclasse,

Matrice de Variance totale

$$T = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^t$$



Matrice de Variance intraclasse

$$W = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^K \sum_{m \in C_k} (x_m - \bar{x}_k)(x_m - \bar{x}_k)^t$$

Matrice de Variance interclasse

$$B = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^K N_k (\bar{x}_k - \bar{x})(\bar{x}_k - \bar{x})^t$$

Ces trois matrices sont liées par la relation

$$T = W + B$$

► Le problème est de déterminer le système orthonormé de vecteurs  $u_i$ ,  $i = 1, \dots, r$ , de  $\mathbb{R}^q$ , ( $r < q$ ) pour lequel l'inertie intraclasse est minimale et l'inertie interclasse maximale

On cherche les vecteurs  $u_i$  qui minimisent

$$\frac{u_i^t W u_i}{u_i^t T u_i}$$

$$= u_i^t W u_i - u_i^t B u_i$$

sous la contrainte  $u_i^t T u_i = 1$

13

$x_i$   $\rightarrow$   $x_i$

## RECONNAISSANCE DE FORMES

### ANALYSE FACTORIELLE DISCRIMINANTE (3)

comme  $u_i^t \mathbf{T} u_i = u_i^t \mathbf{B} u_i + u_i^t \mathbf{W} u_i$

Ceci est équivalent à déterminer les  $u_i$  qui maximisent  $u_i^t \mathbf{B} u_i$  sous la contrainte  $u_i^t \mathbf{T} u_i = 1$

Les axes factoriels discriminants sont donnés par les vecteurs  $v_i$  vérifiant

$$\mathbf{B} \mathbf{T}^{-1} u_i = \lambda_i u_i$$

Ces vecteurs sont donc les vecteurs propres de la matrice  $\mathbf{B} \mathbf{T}^{-1}$ . On se limite généralement aux  $r$  ( $r$  fixé) plus grande valeurs propres telles qu'elles constitue une proportion importante de la trace de la matrice  $\mathbf{B} \mathbf{T}^{-1}$

$$\text{Tr}(\mathbf{B} \mathbf{T}^{-1}) = \sum_i^r \lambda_i$$

- Il est donc possible de diminuer la taille de l'espace discriminant par cette méthode
- Dans ce sous-espace, la moyenne des variances de classes est minimale et les moyennes de classes sont les plus dispersées possible.

$$\text{Tr}(\mathbf{B} \mathbf{T}^{-1}) = \frac{1}{2} \text{Var}_1 + \frac{1}{2} \text{Var}_2$$