



TRAITEMENT D'IMAGES FILTRAGE SPATIAL

Max Mignotte

Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.

[Http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150)

E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

FILTRAGE SPATIALE

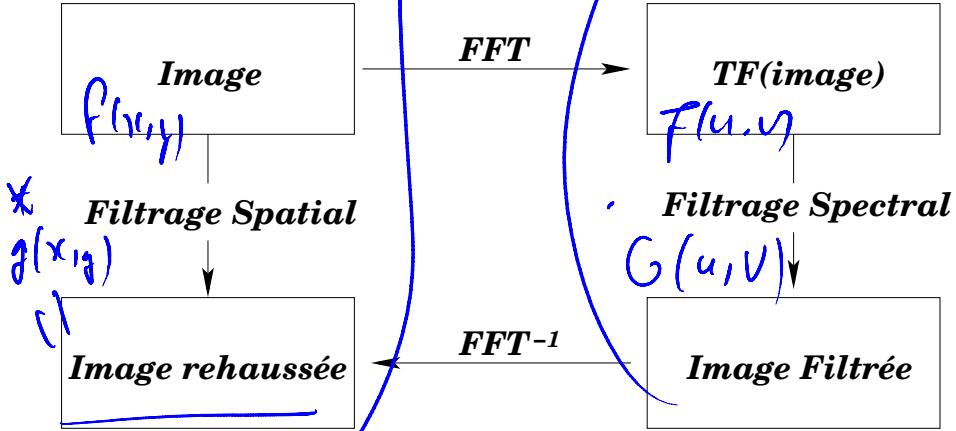
SOMMAIRE

Introduction	2
Convolution Discrète 2D -Rappel-	4
Filtre de Moyenne (Passe-bas)	6
Filtre Gaussien (Passe-bas)	7
Autres Filtres Passe-bas	8
Filtre Médian	9
Filtre Adaptatif	11
Filtre Directionnel	12
Filtre Passe-haut -Op. Mathématique-	14
Filtre Passe-haut -Masque de Détection-	16
Filtre Passe-haut -Gradient-	17
Décision Contour	22
Filtre Passe-haut -Laplacien-	23
Filtre de Marr-Hildreth	25
Rehaussement des Contours	26
Exercices	27

FILTRAGE SPATIALE

INTRODUCTION

Rehaussement d'Images par Filtrage Spatial/Fréquentiel



Théorème de Convolution -Rappel-

$$\begin{aligned} f(x, y) * g(x, y) &\Leftrightarrow F(u, \nu) \cdot G(u, \nu) \\ f(x, y) \cdot g(x, y) &\Leftrightarrow F(u, \nu) * G(u, \nu) \end{aligned}$$

donc, si $f(x, y)$ est l'image à filtrer (ou à rehausser) et $g(x, y)$, le filtre spatial (ou PSF ou masque)

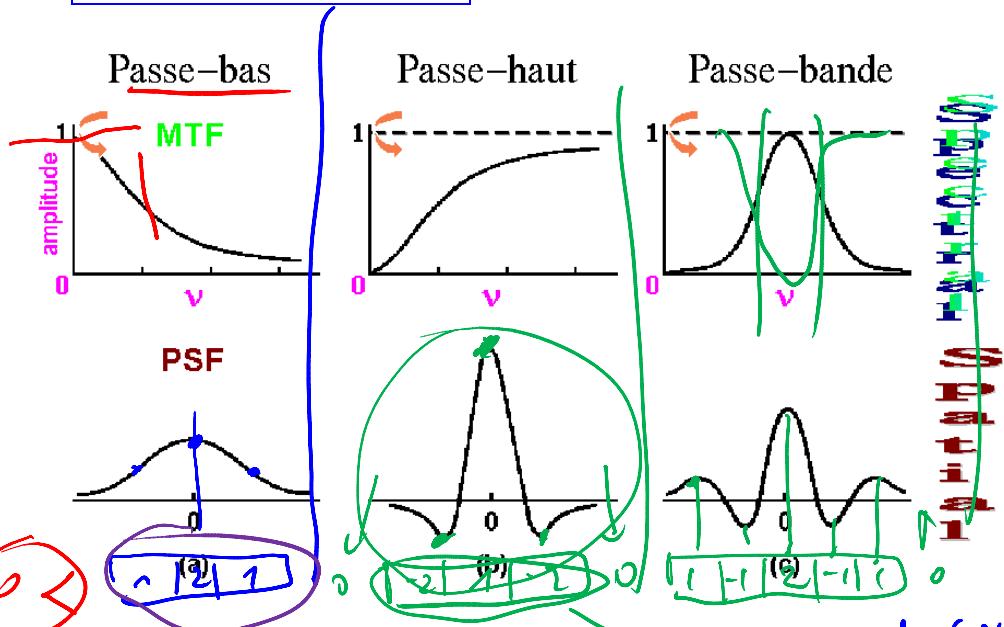
$$f(x, y) * g(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F}\{f(x, y)\} \cdot \underbrace{\mathcal{F}\{g(x, y)\}}_{G(u, \nu)} \right\}$$

TfD⁻¹

FILTRAGE SPATIALE

INTRODUCTION

Trois Types de Filtrage



- **PSF** : Point Spread Function (ou Fonction d'Étalement Spectrale)
- **MTF** : Modulation Transfer Function (ou Fonction de Transfert)

- ▶ **Filtre Passe-bas** : diminue le bruit mais atténue les détails de l'image
- ▶ **Filtre Passe-haut** : accentue les contours et les détails de l'image mais amplifie le bruit
- ▶ **Filtre Passe-bande** : élimine certaines fréquences indésirables présentes dans l'image

masque de convolution
filtre

Réponse Fréquente

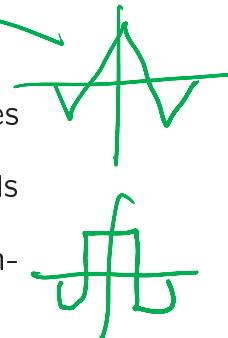


Image \Rightarrow en grande g.

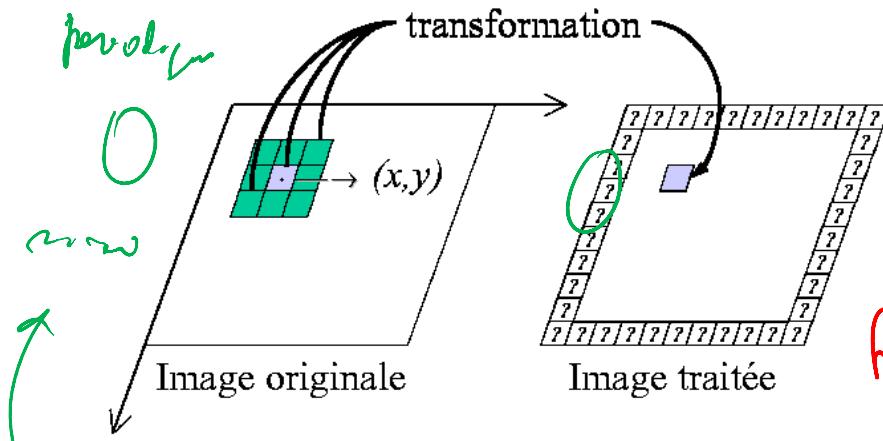
FILTRAGE SPATIALE CONVOLUTION DISCRÈTE 2D -RAPPEL-

Convolution Discrète 2D -Rappel-

Transformation basée sur le voisinage d'un point (x, y)

$\left\{ \begin{array}{l} \text{moyen} \\ \Delta \text{ d'ancher} \\ \text{periode} \end{array} \right.$

réponse
Spatiale

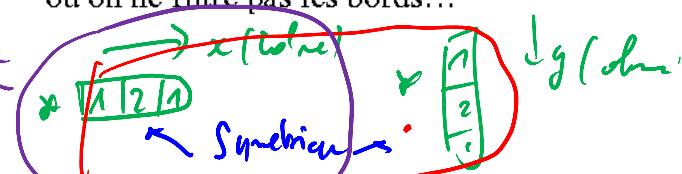


$$f(x) * g(y) = f(x) \cdot g(y)$$

? : effet de bord \Rightarrow périodicité, miroir, extérieur=0
ou on ne filtre pas les bords...

Exemple

0	16 0 16			
16 16 16				
16 16 16				
	$N_p = 3$			



1	2	2	2	1
3	7	8	7	3
4	11	14	11	4
3	9	12	9	3
1	3	4	3	1

$$\text{Supposons } \downarrow \quad \text{masque de taille } N_g = 3 \quad \text{et } N_p = N_g + 1 = 5$$

$$i(x,y) * g(x,y) = r(x,y)$$

$$\xrightarrow{\forall u, v} I(u,v) \cdot G(u,v) = R(u,v)$$

$$\frac{\text{moyen de } I \cdot \text{moyen du rangue}}{2} = \text{moyen du Res-Probl}$$

Convolutif

Filtre

Convolutif

FILTRAGE SPATIALE

CONVOLUTION DISCRÈTE 2D - RAPPEL -

$$g(x, y) = (f * \text{filtre})(x, y) = \sum_i \sum_j f(x-i, y-j) \text{filtre}(i, j)$$

Remarque

$$\rightarrow \sum_i \sum_j f(i, j) \text{filtre}(x-i, y-j)$$

- Généralement le masque est de dimension (DF) impair et symétrique. Dans ce cas

Filtre pair
 $f(-i, -j) = f(i, j)$

$$(f * \text{filtre})(x, y) = \sum_{i=-(DF-1)/2}^{(DF-1)/2} \sum_{j=-(DF-1)/2}^{(DF-1)/2} f(x+i, y+j) \text{filtre}(i, j)$$

opérations locales
à un noeud

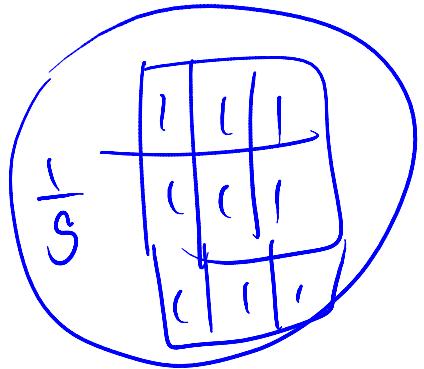
$$g(x, y) = T \left(\nabla (f(x, y)) \right)$$

Filtre(i, j)

w1	w2	w3
w4	w5	w6
w7	w8	w9

$\left. \right\} DF=3$

Filtre(0,0)=w5



$$\begin{aligned} g(x, y) &= w_1 f(x-1, y-1) + w_2 f(x, y-1) + w_3 f(x+1, y-1) \\ &+ w_4 f(x-1, y) + w_5 f(x, y) + w_6 f(x+1, y) \\ &+ w_7 f(x-1, y+1) + w_8 f(x, y+1) + w_9 f(x+1, y+1) \end{aligned}$$

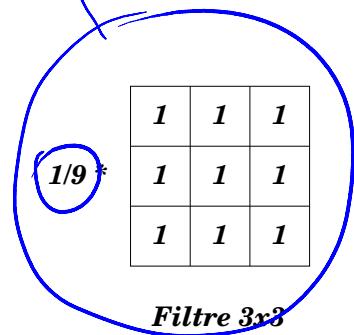
- Afin de conserver la moyenne de l'image $f(x, y)$, la somme des éléments du filtre est normalisée à 1 (i.e., $\sum_i w_i = 1$)

5



FILTRAGE SPATIALE

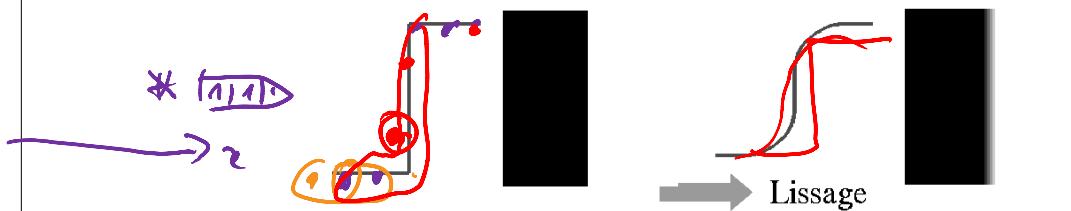
FILTRE DE MOYENNE (PASSE-BAS)



1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Filtre 5x5

Exemple



- **Filtre Passe-bas** : diminue le bruit mais atténue les détails de l'image (flou)

$$e^{-\pi r^2} \geq e^{-\pi r^2}$$

FILTRAGE SPATIALE FILTRE GAUSSIEN (PASSE-BAS)

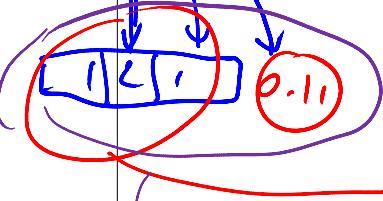
masque de convolution

$$\text{Gaussienne}(x,y) = \exp(-\pi(x^2 + y^2)/\sigma^2)$$

\sqrt{x}

\sqrt{y}

$$\text{Flux} = \sigma^2 \exp(-\pi(1/4\sigma^2)(x^2 + y^2))$$



$$(1/16) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

pas droit de mélanger les produits somme

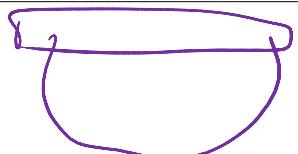
$$\text{Flux} = (1/4) \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} * (1/4) \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = (1/16) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F(x) = (1/4) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} * (1/4) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = (1/16) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Remarque

Idéalement on devrait prévoir un filtre (ou masque) de taille $(6\sigma + 1) \times (6\sigma + 1)$

7



FILTRAGE SPATIALE

AUTRES FILTRES PASSE-BAS

Filtre Binomial

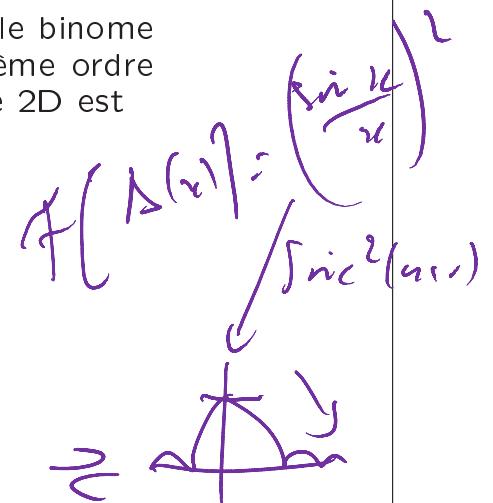
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
<u>1 6 4 1</u>

$\frac{1}{6}$

2

1	4	6	4	1
4	16	24	16	4
6	24	36	24	6
4	16	24	16	4
1	4	6	4	1

$\frac{1}{256}$



Filtre Pyramidal

1	2	3	2	1
2	4	6	4	2
3	6	9	6	3
2	4	6	4	2
1	2	3	2	1

$\frac{1}{81}$

0	0	1	0	0
0	2	2	2	0
1	2	5	2	1
0	2	2	2	0
0	0	1	0	0

$\frac{1}{25}$

Filtre Conique

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE MÉDIAN (1)

$$g(x, y) = \text{médian } \{f(n, m)\}_{(n, m) \in S}$$

(S voisinage de (x, y))

30	10	20
10	250	25
20	25	30

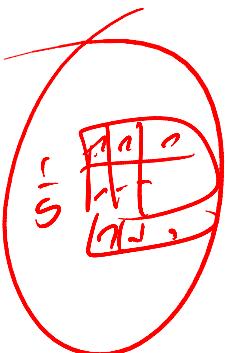
3x3

médiane

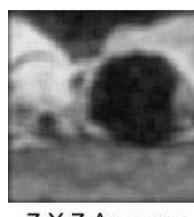
Utile pour contrer l'effet d'un bruit Poivre & Sel
(faux "0" et "255" dans l'image)



Non



3 X 3 Average



7 X 7 Average



5 X 5 Average

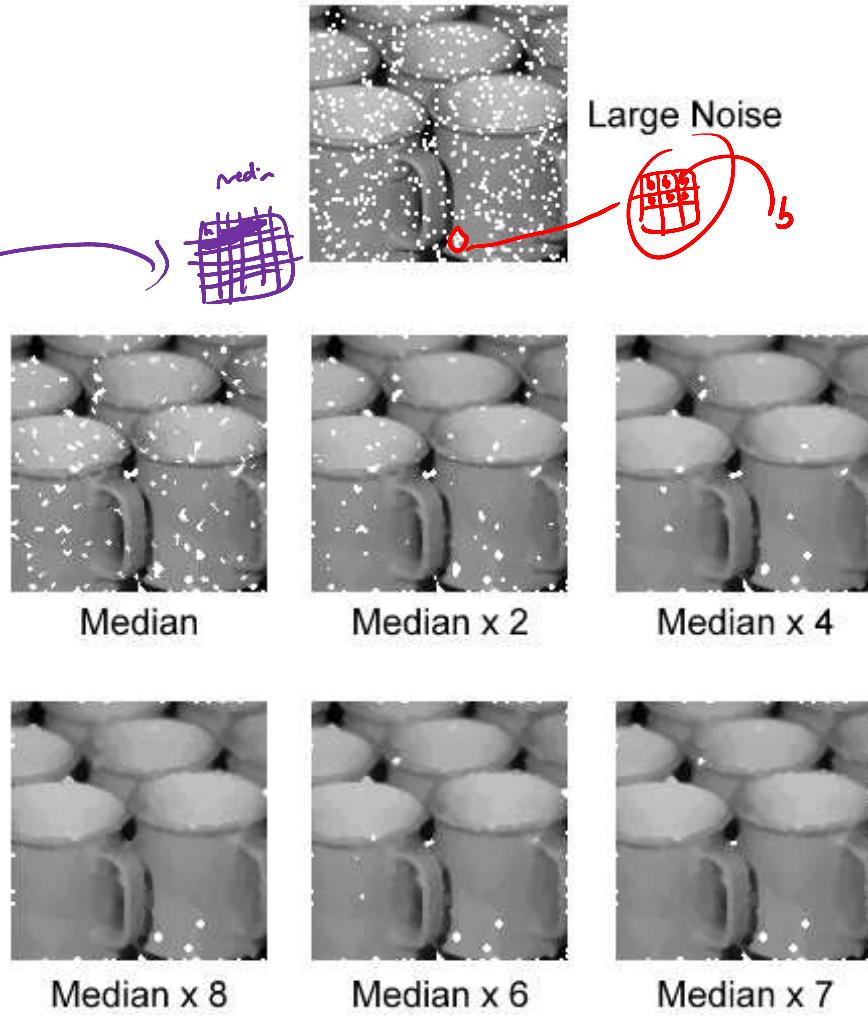


Median

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE MÉDIAN (2)

- Exemple de bruit P & S avec gros agrégats -

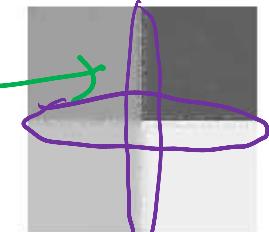
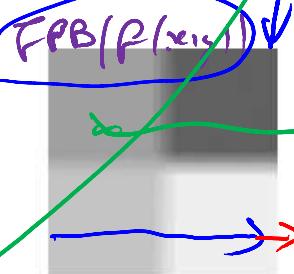
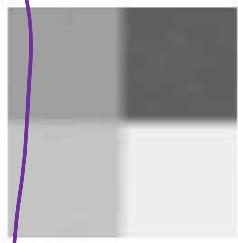
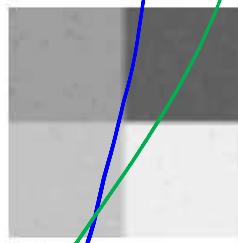
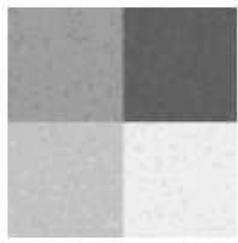
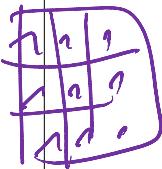
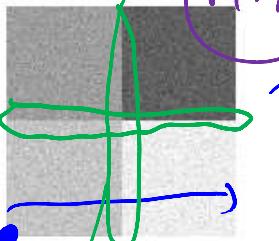
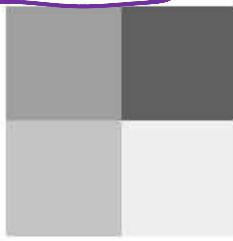


Si le bruit P & S est supérieur à la moitié de la dimension du filtre ➤ filtrage inefficace.

FILTRAGE SPATIALE

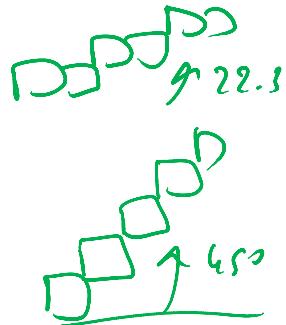
FILTRE ADAPTATIF

$$g(x, y) = \begin{cases} \text{filtrePB}[f(x, y)] & \text{si } |\text{filtrePB}[f(x, y)] - f(x, y)| < \text{seuil} \\ f(x, y) & \text{sinon} \end{cases}$$



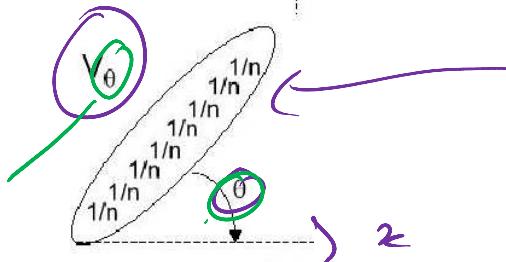
$f(x, y)$
 $\text{filtrePB}(f(x, y))$

green arrow



FILTRAGE SPATIALE FILTRE DIRECTIONNEL

8 colonne 1 ligne
 $\theta = \alpha$



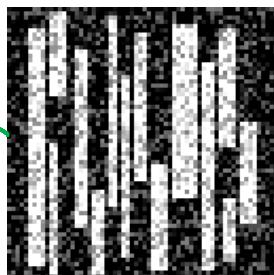
- Trouver le voisinage orienté tq
- Calculer la moyenne (ou autre) suivant V_θ

$$g(x, y) = f * V_{\theta_0}(x, y)$$

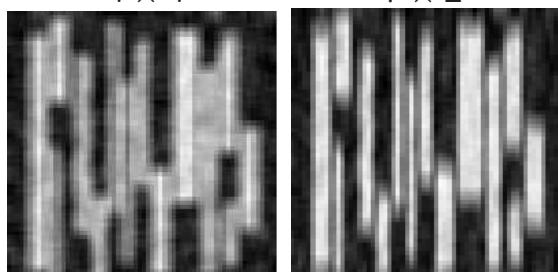
voisinage déterminé
 $\theta_0 = \arg \min_{\theta} |f(x, y) - f * V_{\theta}(x, y)|$

Image bruitée originale

filter



4×4 7×2



plane hair ↑
hair

FILTRAGE SPATIALE

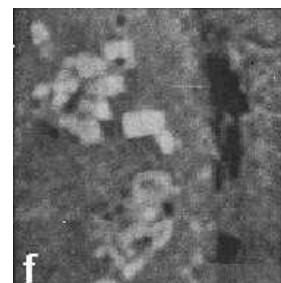
FILTRE PASSE-HAUT -OP. MATHÉMATIQUE- (1)

f_{high}

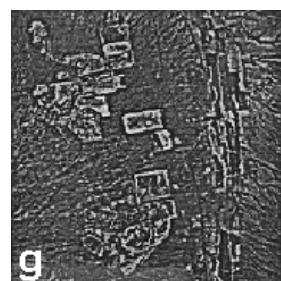
Filtre "High-boost"



- Passe-bas



= Passe-haut ($K = 1$)



masque de convolution

High boost = $K(\text{original}) - \text{Passe-bas}(\text{original})$

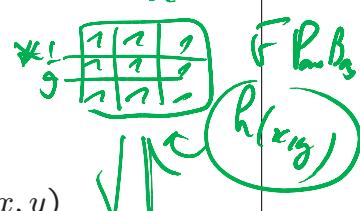
$$\begin{aligned} g(x, y) &= Kf(x, y) - f(x, y) * h(x, y) \\ &= (K - 1)f(x, y) + (f(x, y) * \delta(x, y)) - f(x, y) * h(x, y) \\ &= (K - 1)f(x, y) + f(x, y) * (\delta(x, y) - h(x, y)) \end{aligned}$$

$$G(u, v) = (K - 1)F(u, v) + F(u, v) [1 - H(u, v)]$$

Passe-bas

Passe-haut

MTF



$K=2$

$(2 - H(u, v))$

- $K = 1$ Passe-haut
- $K > 1$ Rehaussement de Contour

13

$$\boxed{I} * \boxed{H} = \boxed{I}$$

$$I(x, y) * \delta(x, y) = I(x, y)$$

FILTRAGE SPATIALE FILTRE PASSE-HAUT -OP. MATHÉMATIQUE- (2)

- Filtre 3×3 -

$$\delta(x, y) - h(x, y) = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

- Filtre 5×5 -

$$\frac{1}{25} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 24 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Opérations sur les filtres de voisinage

Passe-bas

$$\frac{1}{35} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{35} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \right\}$$

Passe-haut

$$\frac{1}{25} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 24 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{25} \left\{ - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 25 \end{bmatrix} \right\}$$

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -OP. MATHÉMATIQUE- (3)

Détection de Point

Convolution avec

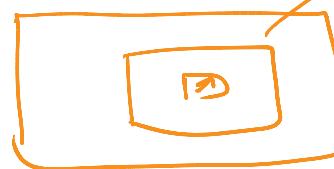
-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

- Grande valeur positive ► point blanc sur fond noir
- Grande valeur négative ► point noir sur fond blanc

- Exemple -

$$\begin{array}{ccccc|ccc}
 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & -1 & -1 & -1 \\
 5 & 5 & 5 & 100 & 5 & -1 & 8 & -1 \\
 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & -1 & -1 & -1
 \end{array} * \begin{array}{ccc}
 -1 & -1 & -1 \\
 -1 & 8 & -1 \\
 -1 & -1 & -1
 \end{array} = \begin{array}{ccccc}
 0 & 0 & -95 & -95 & -95 \\
 0 & 0 & -95 & 760 & -95 \\
 0 & 0 & -95 & -95 & -95
 \end{array}$$

-95 760
-100 +100

Real(0, 255) → 

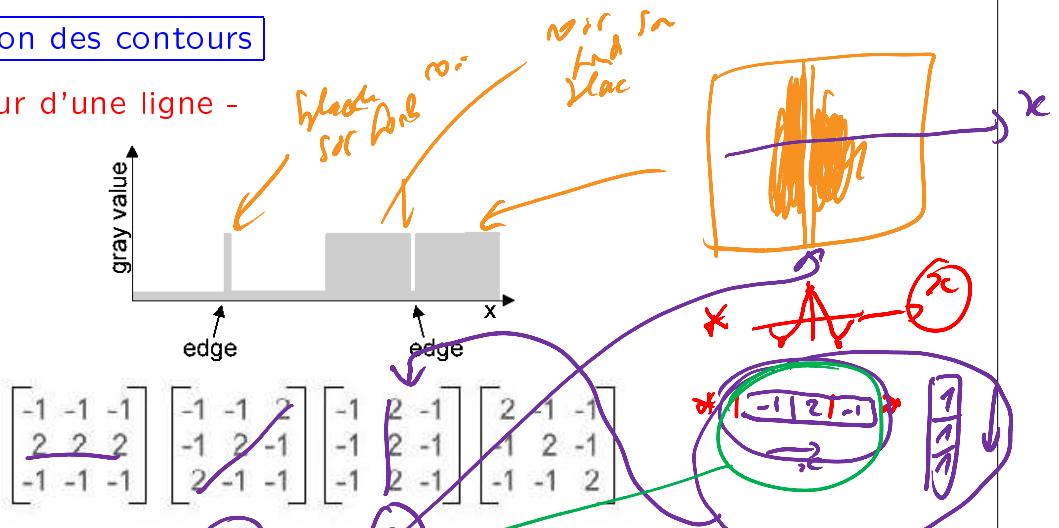
FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT - MASQUE DE DÉTECTION-

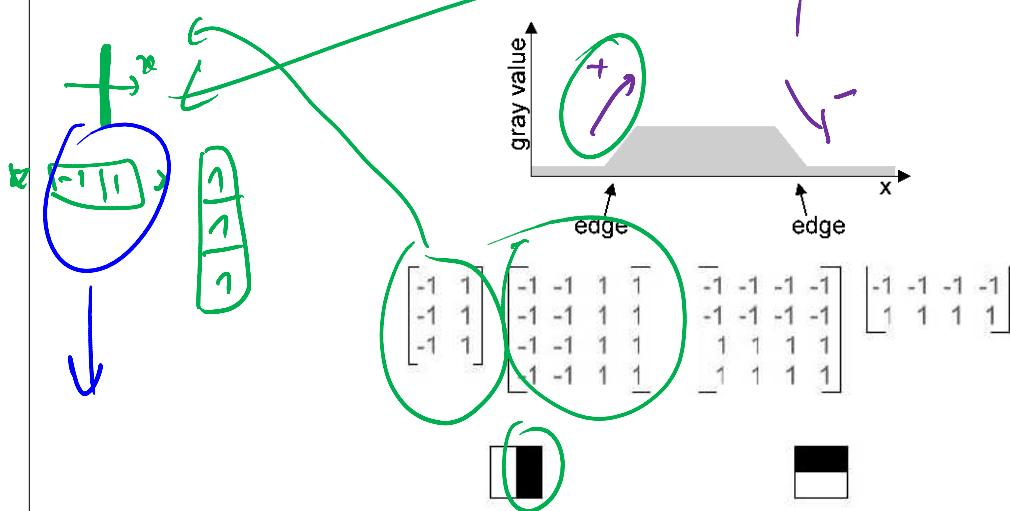
A

Détection des contours

- Contour d'une ligne -



- Contour d'un objet -



$$I = f(x, y)$$

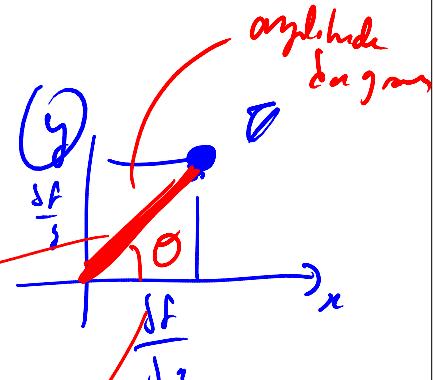
FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -GRADIENT- (1)

Le Gradient

- Soit $f(x, y)$, alors

$$\nabla f = \begin{pmatrix} G_x \\ G_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix}$$



- Magnitude du Gradient

$$\text{mag}(\nabla f) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

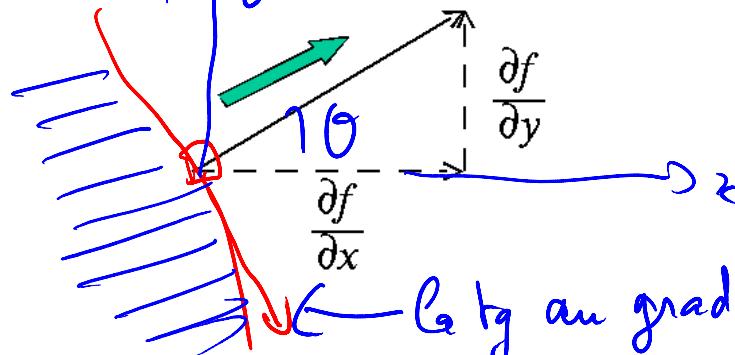
- Approximation de la Magnitude

$$\text{mag}(\nabla f) \approx \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|$$

$$\begin{aligned} x^2 &\sim 2x + o(x^2) \\ y^2 &\sim 2y + o(y^2) \\ z^2 &\sim \frac{1}{2}z + o(z^2) \end{aligned}$$

- Direction du Gradient

$$\theta = \arctan\left(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x}\right)$$



17

la tangente
le long du contour

$$f'(x) =$$

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -GRADIENT- (2)

Approximation du Gradient (en x)

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\Delta_x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta_x, y) - f(x, y)}{\Delta_x} = \lim_{\Delta_x \rightarrow 0} \frac{f(x, y) - f(x - \Delta_x, y)}{\Delta_x}$$

$\Delta_x = 1 \blacktriangleright$ Masque de convolution \blacktriangleright $\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\Delta_x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta_x, y) - f(x - \Delta_x, y)}{2\Delta_x}$$

$\Delta_x = 1 \blacktriangleright$ Masque de convolution \blacktriangleright $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

Approximation du Gradient (en y)

Masque de convolution \blacktriangleright $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

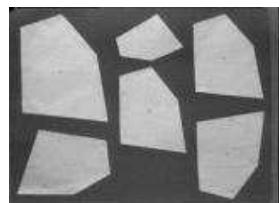
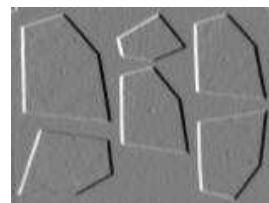
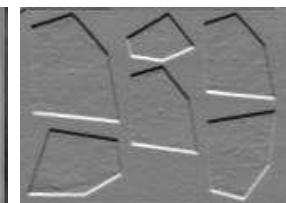


Image original



Gradient en x



Gradient en y

~~Re calc (0, 255)~~

~~Gx~~

~~Gy~~

18

~~Gy~~

$$|G| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

FILTRAGE SPATIALE FILTRE PASSE-HAUT -GRADIENT- (3)

Filtre de Robert

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx f(x, y) - f(x - 1, y - 1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} \approx f(x - 1, y) - f(x, y - 1)$$

On obtient respectivement, les masques suivants,

1	0
0	-1

et

0	1
-1	0

► Sensible au bruit

Filtre de Prewitt

Filtre Moyenneur + Gradient

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

et

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

Pisca
avant filtre
3x3

1		
1	-1	0
1		1

et

-1		
0	1	1
1	1	1

Filtre Gaussien + Gradient = Filtre de Sobel

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

et

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1



FILTRAGE SPATIALE FILTRE PASSE-HAUT -GRADIENT- (4)

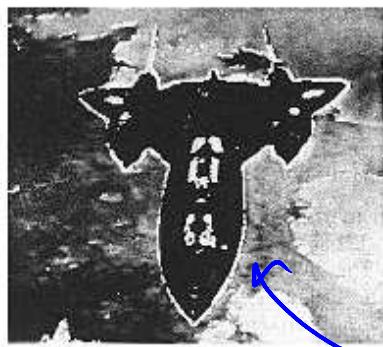
Exemple



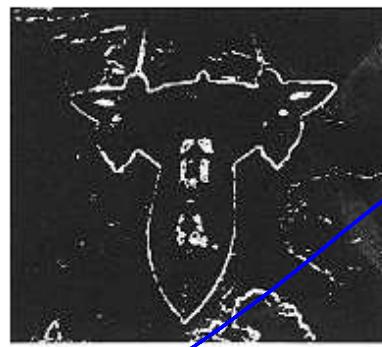
(a)



(b)



(c)



(d)

- (a) Image originale
- (b) Image obtenue à partir des valeurs de magnitude du gradient (masque de Prewitt)
- (c) Image originale dont les pixels ayant un gradient $> 10\% I_{max}$ ($= 25$) ont été mis à 255
- (d) Idem que (c) mais les pixels dont les gradient $< 25\% I_{max}$ ont été mis à 0 (image binaire)

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -GRADIENT- (5)

Filtres compas

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

↑ N ↙ NW ← W ↖ SW

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

↓ S ↘ SE → E ↗ NE

Le gradient est défini par

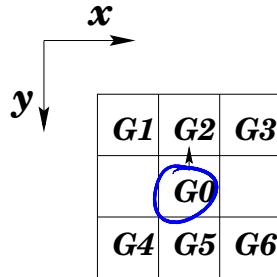
$$g(x, y) = \max_k |g_k(x, y)|$$

► k donne l'orientation du gradient

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -GRADIENT- (6)

Décision Contour

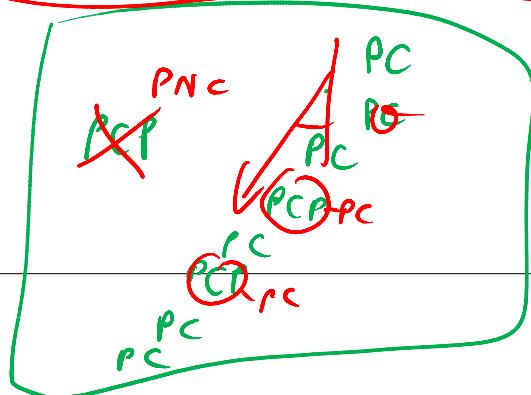


- G_0 contour si $|G_0| > \text{seuil}$
- G_0 contour si $\begin{cases} G_2 < G_0 \\ G_5 < G_0 \end{cases}$ ou G_0 contour si $\begin{cases} G_2 < G_0 > G_5 \\ G_1 < G_0 > G_6 \\ G_3 < G_0 > G_4 \end{cases}$
- Seuillage par hystéresis

On définit deux seuils S_b (seuil bas) et S_h (seuil haut) et la classification en pts de contour ou non est donnée

$$\begin{cases} G_0 > S_h & \text{Pts de contour (PC)} \\ G_0 > S_b & \text{Pts de contour possible (PCP)} \\ G_0 < S_b & \text{Pas de contour (PNC)} \end{cases}$$

Un point de contour possible (PCP) est ensuite classé comme un PC lorsque il a un voisin PC, ou PNC dans le cas contraire



FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -LAPLACIEN- (1)

Dérivée seconde

- Formule des différences finis -

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} = f''(x, y) &= f'(x+1, y) - f'(x, y) \\
 &= [f(x+1, y) - f(x, y)] - [f(x, y) - f(x-1, y)] \\
 &= f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y)
 \end{aligned}$$

Convolution avec le masque ►

1	-2	1
---	----	---

- Par convolution répétée -

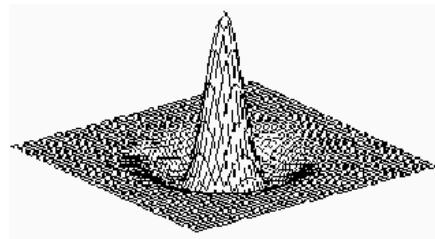
$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Opérateur Laplacien

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} \right) \quad \blacktriangleright \quad [1 \quad -2 \quad 1] + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Autres formes

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -LAPLACIEN- (2)

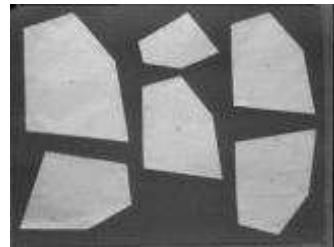
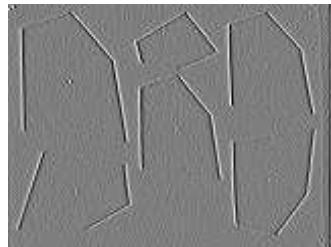
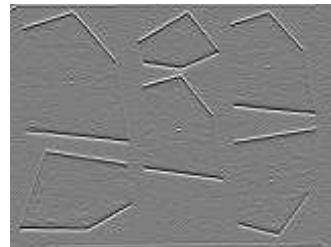


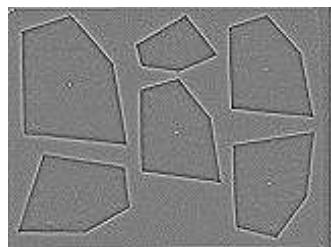
Image original



Dérivée 2nd en x



Dérivée 2nd en y



Laplacien

Filtre Moyenneur + Dérivée 2nd

$$\frac{1}{3} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline \end{array} = \frac{1}{3} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

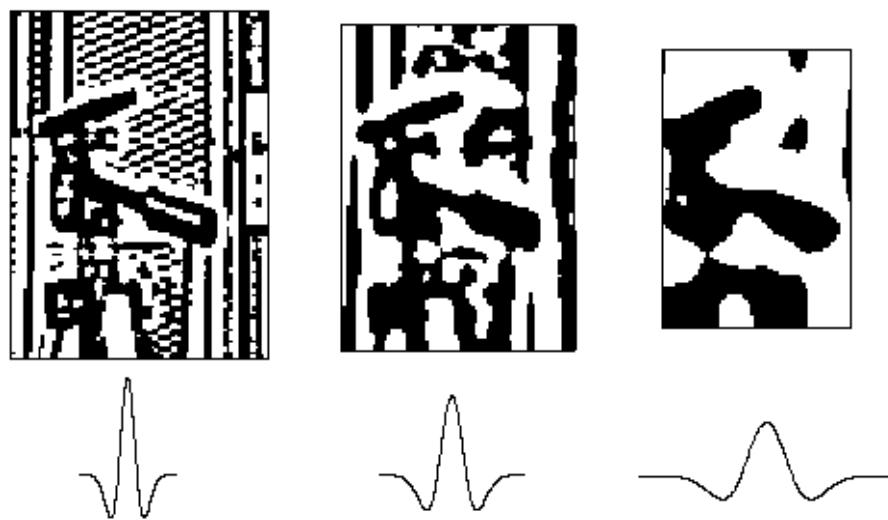
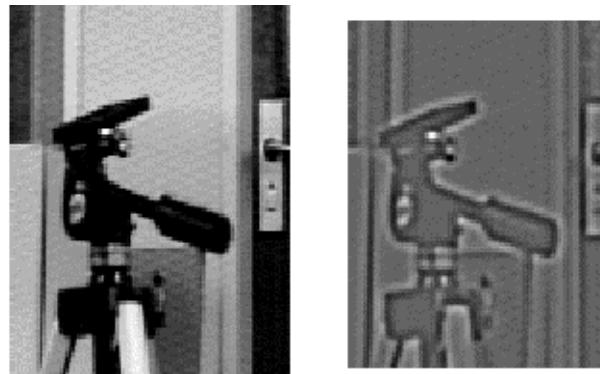
Filtre Gaussien + Dérivée 2nd

$$\frac{1}{4} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline \end{array} = \frac{1}{4} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline 2 & -4 & 2 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE DE MARR-HILDRETH (1)

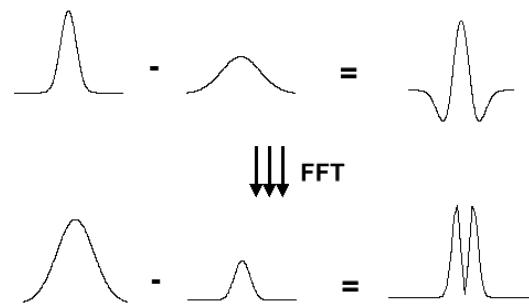
1. On filtre l'image avec un filtre Gaussien
2. On prend le laplacien de l'image filtrée



FILTRAGE SPATIALE

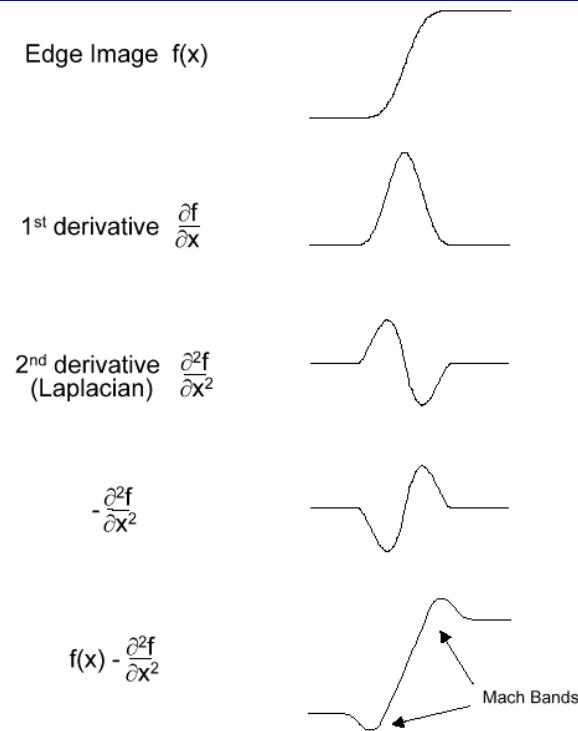
FILTRE DE MARR-HILDRETH (2)

Filtre de Marr-Hildreth \approx Différence de deux Gaussienne



► Filtre Passe-bande

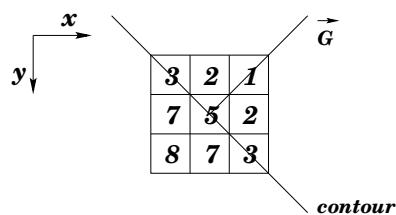
Rehaussement des contours avec le Laplacien



FILTRAGE SPATIALE

EXERCICE

Exercice 1



convoluée par l'op. gradient en $x \rightarrow [-1 \ 0 \ 1]$ et $y \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
 on trouve, pour le pixel du milieu $G_y = -5$ et $G_x = 5$.
 Donc, $|\vec{G}| = 10$ et $\theta = \arctan(-1) = -\frac{\pi}{4}$.

Exercice 2

Trouver l'allure de la réponse fréquentielle de l'opérateur

de convolution $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 9 & -3 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$.

Filtre séparable $\rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} H(u) &= \sum_{x=-\infty}^{+\infty} h(x) \exp(-2\pi j u x) = \sum_{x=-1}^{+1} h(x) \exp(-2\pi j u x) \\ &= -\exp(2\pi j u) + 3 - \exp(-2\pi j u) = 3 - 2 \cos(2\pi u) \end{aligned}$$

