



DIRO
IFT 6150

TRAITEMENT D'IMAGES

FILTRAGE SPATIAL

Max Mignotte

Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.

Http : [//www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150)

E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

FILTRAGE SPATIALE

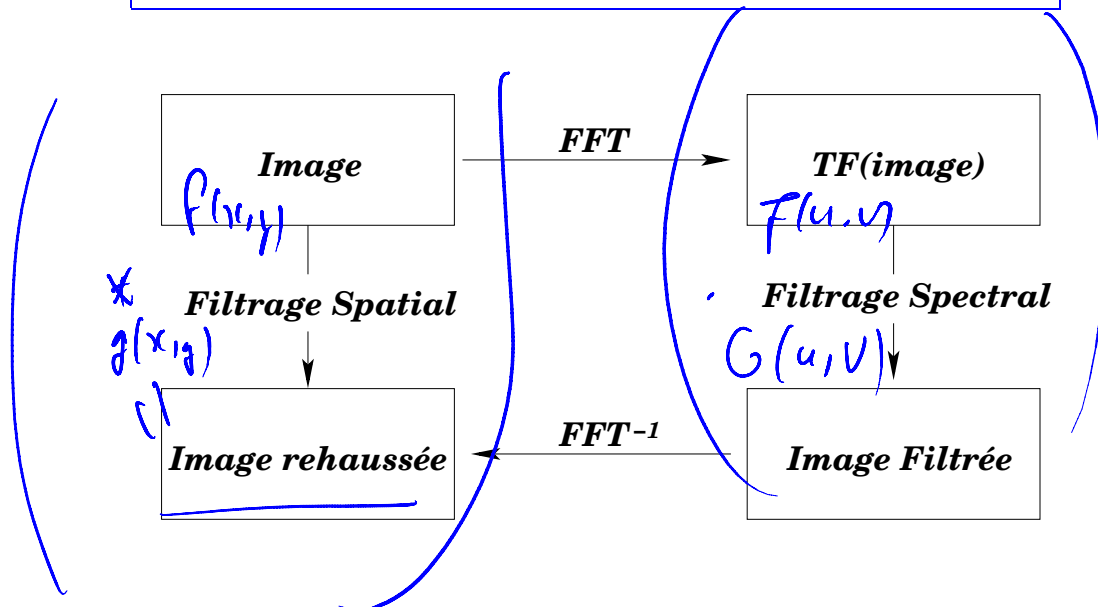
SOMMAIRE

Introduction	2
Convolution Discrète 2D -Rappel-	4
Filtre de Moyenne (Passe-bas)	6
Filtre Gaussien (Passe-bas)	7
Autres Filtres Passe-bas	8
Filtre Médian	9
Filtre Adaptatif	11
Filtre Directionnel	12
Filtre Passe-haut -Op. Mathématique-	14
Filtre Passe-haut -Masque de Détection-	16
Filtre Passe-haut -Gradient-	17
Décision Contour	22
Filtre Passe-haut -Laplacien-	23
Filtre de Marr-Hildreth	25
Rehaussement des Contours	26
Exercices	27

FILTRAGE SPATIALE

INTRODUCTION

Rehaussement d'Images par Filtrage Spatial/Fréquentiel



Théorème de Convolution -Rappel-

$$f(x, y) * g(x, y) \quad \longleftrightarrow \quad F(u, \nu) \cdot G(u, \nu)$$

$$f(x, y) \cdot g(x, y) \quad \longleftrightarrow \quad F(u, \nu) * G(u, \nu)$$

donc, si $f(x, y)$ est l'image à filtrer (ou à rehausser) et $g(x, y)$, le filtre spatial (ou PSF ou masque)

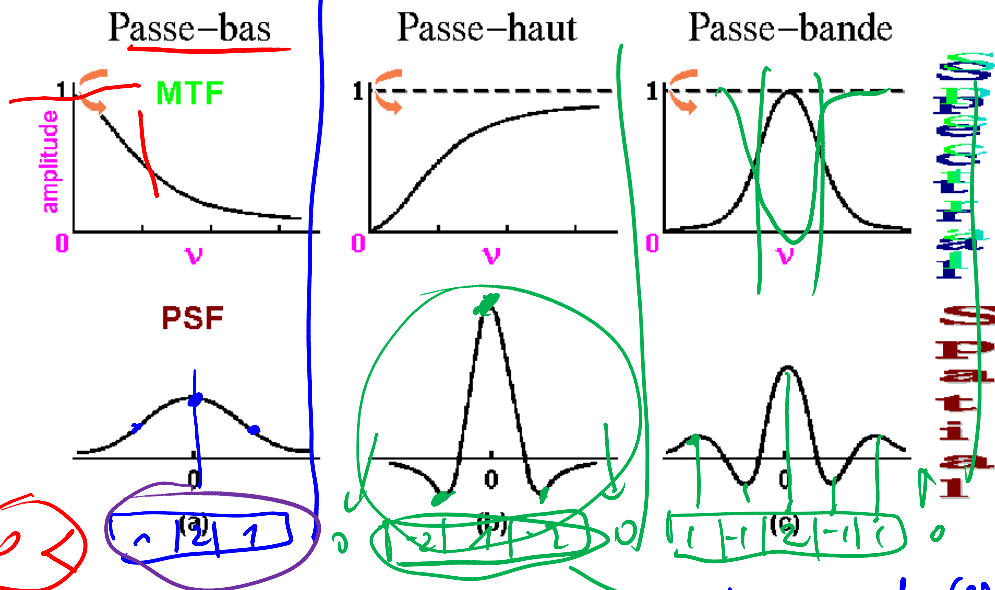
$$f(x, y) * g(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F}\{f(x, y)\} \cdot \underbrace{\mathcal{F}\{g(x, y)\}}_{G(u, \nu)} \right\}$$

Handwritten annotations: \mathcal{F} is written above the first \mathcal{F} and \mathcal{F}^{-1} is written below the first \mathcal{F} . The entire equation is enclosed in a red box, and a green circle is drawn around the left side of the equation.

FILTRAGE SPATIALE

INTRODUCTION

Trois Types de Filtrage



- **PSF** : Point Spread Function (ou Fonction d'Étalement Spectrale)
- **MTF** : Modulation Transfer Function (ou Fonction de Transfert)

- **Filtre Passe-bas** : diminue le bruit mais atténue les détails de l'image
- **Filtre Passe-haut** : accentue les contours et les détails de l'image mais amplifie le bruit
- **Filtre Passe-bande** : élimine certaines fréquences indésirables présentes dans l'image

Image \Rightarrow ergodic

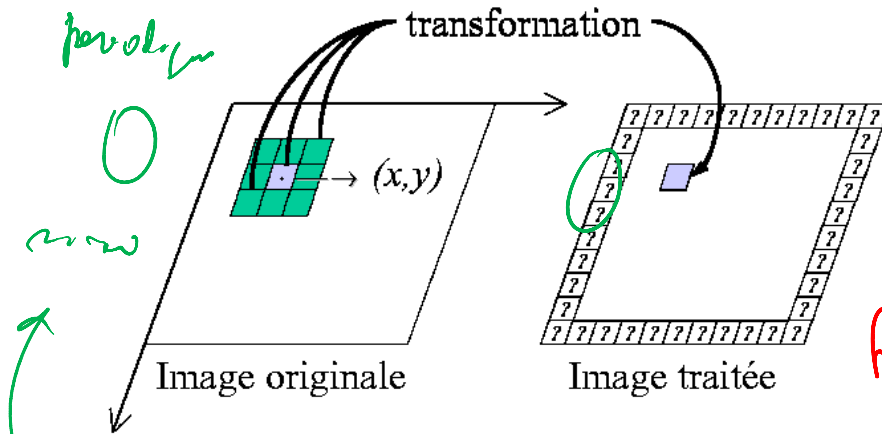
FILTRAGE SPATIALE

CONVOLUTION DISCRÈTE 2D -RAPPEL-

Convolution Discrète 2D -Rappel-

Transformation basée sur le voisinage d'un point (x,y)

regne d'ensemble
 Δ d'ensemble
 regne Spatial



$$f(x) * g(y) = f(x) \cdot g(y)$$

?: effet de bord \Rightarrow périodicité, miroir, extérieur=0
 ou on ne filtre pas les bords...

Exemple

	16	0	16		
	16	16	16		
	16	16	16		

$N_p = 3$

1	2	1
2	4	2
1	2	1

$\times (1/16)$

masque $N_g = 3$
 de pixels

	1	2	2	2	1
	3	7	8	7	3
	4	11	14	11	4
	3	9	12	9	3
	1	3	4	3	1

$$N_R = N_p \cdot N_g - 1 = 5$$

Support

$$i(x,y) * g(x,y) = r(x,y)$$

\forall

$$I(u,v) \cdot G(u,v) = R(u,v)$$

$$\begin{matrix} u=0 \\ v=0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} u=0 \\ v=0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} u=0 \\ v=0 \end{matrix}$$

regne de I . regne du masque = regne du Resultat

filtre x f *commutatif*

commutatif

FILTRAGE SPATIALE

CONVOLUTION DISCRÈTE 2D -RAPPEL-

$$g(x, y) = (f * \text{filtre})(x, y) = \sum_i \sum_j f(x - i, y - j) \text{filtre}(i, j)$$

Remarque

- Généralement le masque est de dimension (DF) impair et symétrique. Dans ce cas

$$\rightarrow \sum_i \sum_j f(i, j) \text{filtre}(x - i, y - j)$$

filtre pair
 $f(-i, -j) = f(i, j)$

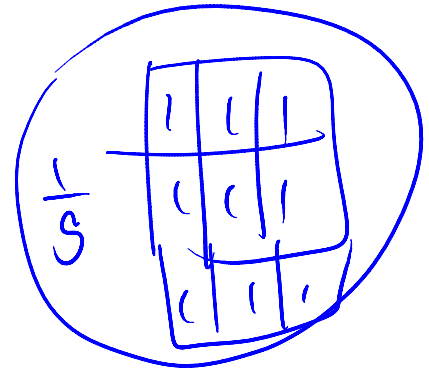
$$(f * \text{filtre})(x, y) = \sum_{i=-(DF-1)/2}^{(DF-1)/2} \sum_{j=-(DF-1)/2}^{(DF-1)/2} f(x + i, y + j) \text{filtre}(i, j)$$

Filtre(i, j)

w1	w2	w3
w4	w5	w6
w7	w8	w9

DF=3

Filtre(0,0)=w5



$$g(x, y) = w_1 f(x - 1, y - 1) + w_2 f(x, y - 1) + w_3 f(x + 1, y - 1) + w_4 f(x - 1, y) + w_5 f(x, y) + w_6 f(x + 1, y) + w_7 f(x - 1, y + 1) + w_8 f(x, y + 1) + w_9 f(x + 1, y + 1)$$

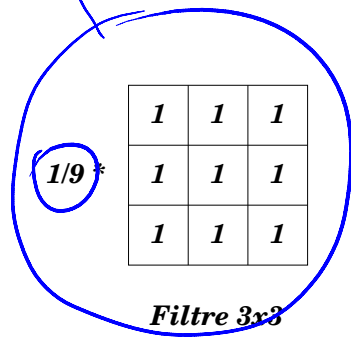
- Afin de conserver la moyenne de l'image $f(x, y)$, la somme des éléments du filtre est normalisée à 1 (i.e.,

$$\sum_i w_i = 1)$$



FILTRAGE SPATIALE

FILTRE DE MOYENNE (PASSE-BAS)

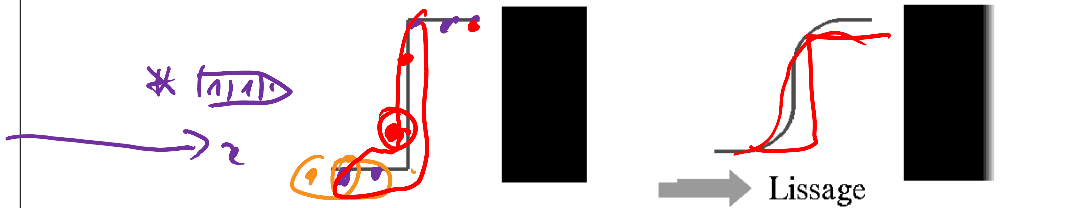


$1/25^*$

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Filtre 5x5

Exemple



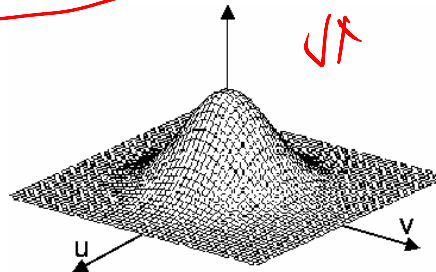
- **Filtre Passe-bas** : diminue le bruit mais atténue les détails de l'image (flou)

FILTRAGE SPATIAL

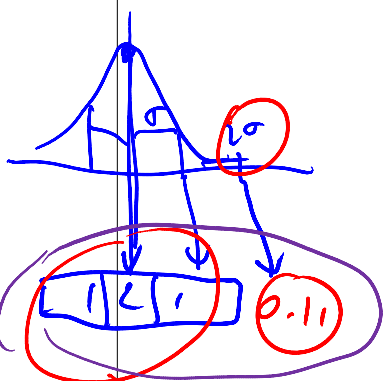
FILTRE GAUSSIEN (PASSE-BAS)

marque
de
convolution

$$\text{Gaussienne}(x,y) = \exp(-\pi(x^2 + y^2)/\sigma^2)$$



$$f(u,v) = \sigma^2 \exp(-\pi(u^2 + v^2)/\sigma^2)$$



$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(1/16) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

pas droit
de même
un produit
scalaire

f(x,y)

$$(1/4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$*$$

$$(1/4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$=$$

$$(1/16)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

f(x)

$$(1/4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$*$$

$$(1/4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

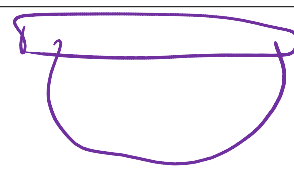
$$=$$

$$(1/16)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Remarque

Idéalement on devrait prévoir un filtre (ou masque) de taille $(6\sigma + 1) \times (6\sigma + 1)$



FILTRAGE SPATIALE

AUTRES FILTRES PASSE-BAS

Filtre Binomial

Les coefficients de ce filtre sont obtenus par le binome de Newton. Un filtre 1D Binomial du quatrième ordre donne le vecteur $(1/16)(1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1)$. Le filtre 2D est

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\frac{1}{256}$

1	4	6	4	1
4	16	24	16	4
6	24	36	24	6
4	16	24	16	4
1	4	6	4	1

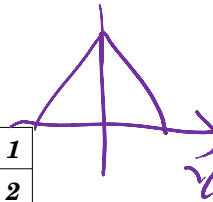
$$f(\Delta(x)) = \left(\frac{\sin(x)}{x} \right)^2$$

\downarrow $\int \text{inc}^2(x)$

Filtre Pyramidal

$\frac{1}{81}$

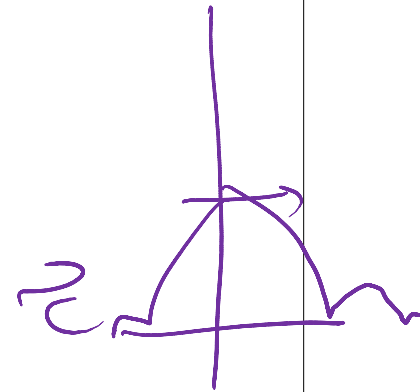
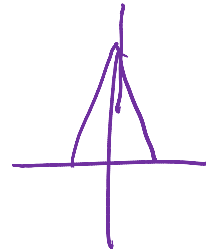
1	2	3	2	1
2	4	6	4	2
3	6	9	6	3
2	4	6	4	2
1	2	3	2	1



Filtre Conique

$\frac{1}{25}$

0	0	1	0	0
0	2	2	2	0
1	2	5	2	1
0	2	2	2	0
0	0	1	0	0



FILTRAGE SPATIALE

FILTRE MÉDIAN (1)

$$g(x, y) = \text{médian} \{f(n, m)\}_{(n, m) \in S}$$

(S voisinage de (x, y))

30	10	20
10	250	25
20	25	30

10 10 20 20 25 25 30 30 250

médiane

bruit

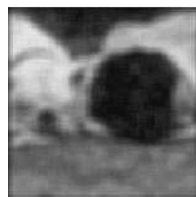
Utile pour contrer l'effet d'un bruit Poivre & Sel (faux "0" et "255" dans l'image)



3 X 3 Average



5 X 5 Average



7 X 7 Average

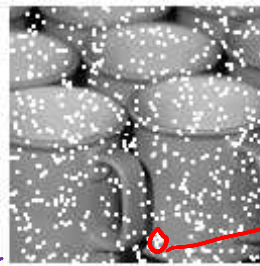


Median

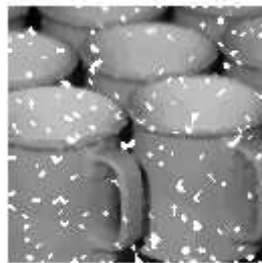
FILTRAGE SPATIALE

FILTRE MÉDIAN (2)

- Exemple de bruit P & S avec gros agrégats -



Large Noise



Median



Median x 2



Median x 4



Median x 8



Median x 6



Median x 7

Si le bruit P & S est supérieur à la moitié de la dimension du filtre → filtrage inefficace.

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE ADAPTATIF

$$g(x,y) = \begin{cases} \text{filtre PB}[f(x,y)] & \text{si } |\text{filtre PB}[f(x,y)] - f(x,y)| < \text{seuil} \\ f(x,y) & \text{sinon} \end{cases}$$

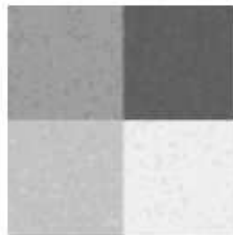
$f(x,y)$ l'original



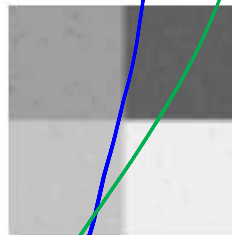
Original



Original+Delta Noise



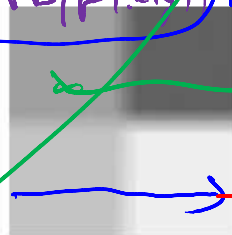
3x3 Average



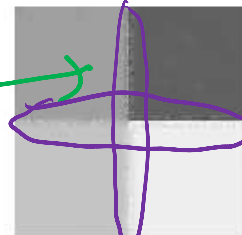
5x5 Average



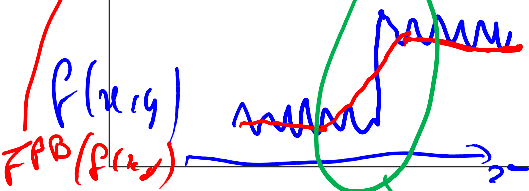
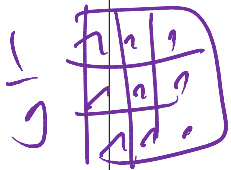
9x9 Average



15x15 Average

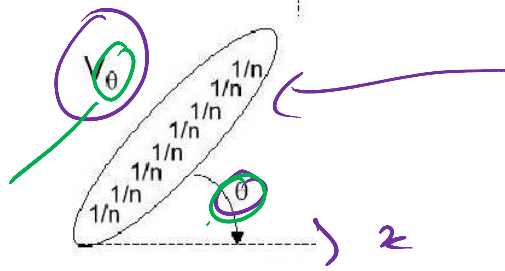
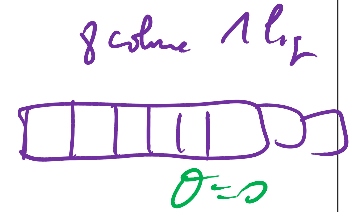
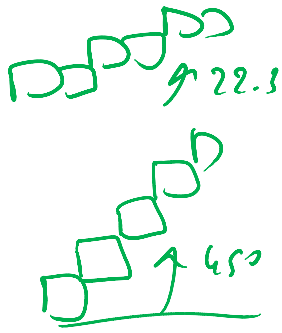


Adaptive 9x9 Average
T=25



Erreur
gr

FILTRAGE SPATIALE FILTRE DIRECTIONNEL



- Trouver le voisinage orienté tq

je veux
déterminer

$$\theta_0 = \arg \min_{\theta} |f(x, y) - f * V_{\theta}(x, y)|$$

$\sum_z \sum_y$

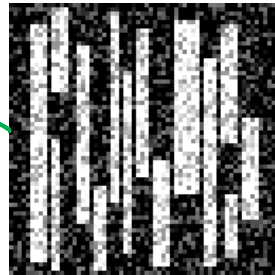
- Calculer la moyenne (ou autre) suivant V_{θ}

$$g(x, y) = f * V_{\theta_0}(x, y)$$

$\theta = \frac{\pi}{2}$

Image bruitée originale

(bruit)



4 x 4

7 x 2



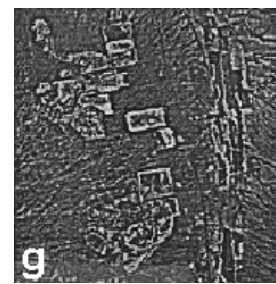
pare bar
1 bar

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -OP. MATHÉMATIQUE- (1)

Filtre "High-boost"

$f(x,y)$



Passe-bas

Passe-haut ($K = 1$)

masque de convolution

High boost = $K(\text{original}) - \text{Passe-bas}(\text{original})$

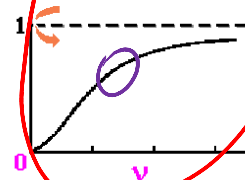
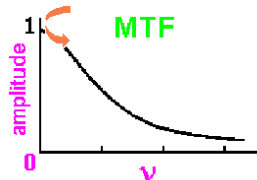
$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $F_{\text{Passe-bas}}$
 \sqrt{K} $h(x,y)$

$$\begin{aligned} g(x,y) &= Kf(x,y) - f(x,y) * h(x,y) \\ &= (K-1)f(x,y) + (f(x,y) * \delta(x,y)) - f(x,y) * h(x,y) \\ &= (K-1)f(x,y) + f(x,y) * (\delta(x,y) - h(x,y)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \updownarrow \mathcal{F} \\ G(u,v) &= (K-1)F(u,v) + F(u,v) \underbrace{[1 - H(u,v)]}_{\text{Passe-haut}} \end{aligned}$$

Passe-bas

Passe-haut



- $K = 1$ Passe-haut
- $K > 1$ Rehaussement de Contour



$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$I(x,y) * \delta(x,y) = I(x,y)$$

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -OP. MATHÉMATIQUE- (2)

- Filtre 3 × 3 -

$$\delta(x, y) - h(x, y) = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

- Filtre 5 × 5 -

$$\frac{1}{25} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 24 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Opérations sur les filtres de voisinage

Passe-bas

$$\frac{1}{35} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{35} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \right\}$$

Passe-haut

$$\frac{1}{25} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 24 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{25} \left\{ - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 25 \end{bmatrix} \right\}$$

FILTRAGE SPATIAL

FILTRE PASSE-HAUT -OP. MATHÉMATIQUE- (3)

Détection de Point

Convolution avec

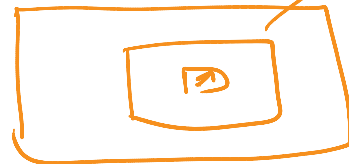
-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

- Grande valeur positive ► point blanc sur fond noir
- Grande valeur négative ► point noir sur fond blanc

- Exemple -

5	5	5	5	5		-1	-1	-1		0	0	-95	-95	-95
5	5	5	100	5	*	-1	8	-1	=	0	0	-95	760	-95
5	5	5	5	5		-1	-1	-1		0	0	-95	-95	-95

Real(0, 255) →

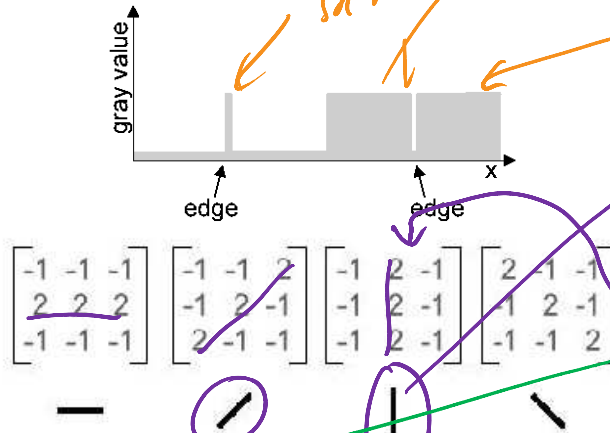


FILTRAGE SPATIAL

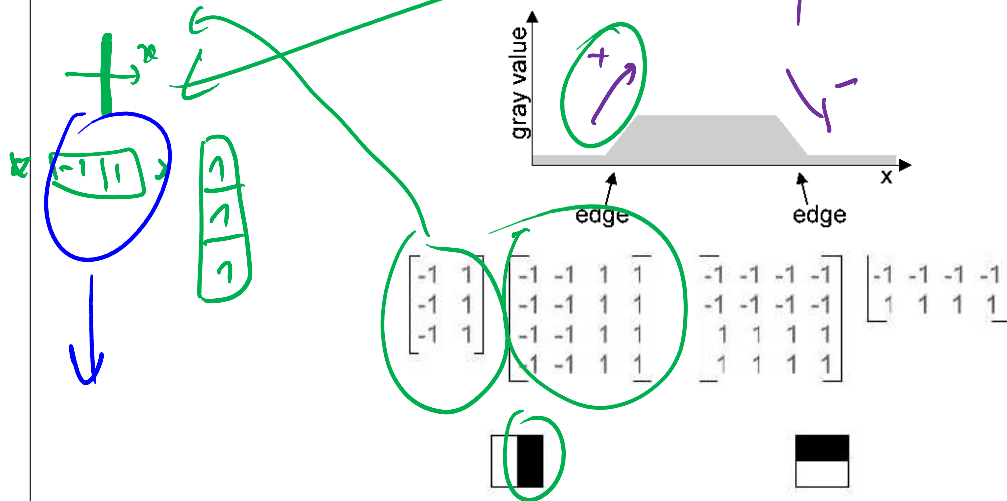
FILTRE PASSE-HAUT - MASQUE DE DÉTECTION-

Détection des contours

- Contour d'une ligne -



- Contour d'un objet -



$$I = f(x, y)$$

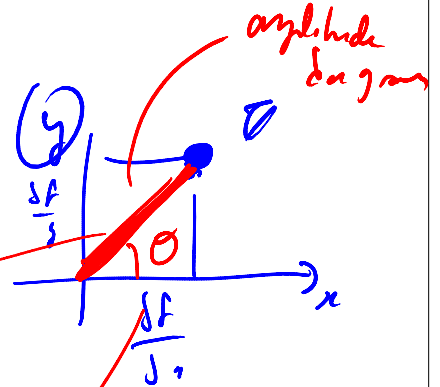
FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT - GRADIENT- (1)

Le Gradient

- Soit $f(x, y)$, alors

$$\nabla f = \begin{pmatrix} G_x \\ G_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix}$$



- Magnitude du Gradient

$$\text{mag}(\nabla f) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

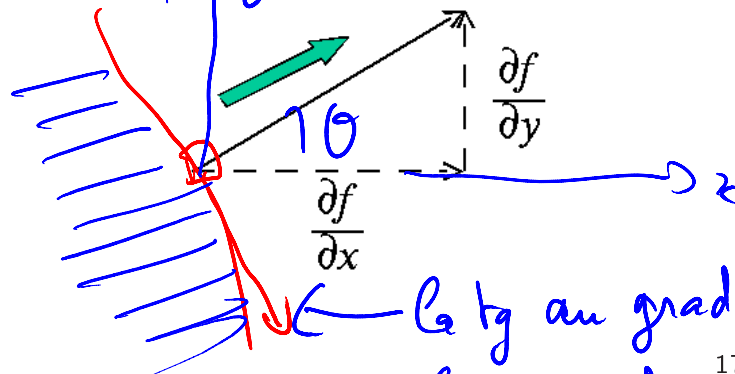
- Approximation de la Magnitude

$$\text{mag}(\nabla f) \approx \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|$$

$$\begin{aligned} x^2 &\sim 2x + o(x) \\ y^2 &\sim 2y + o(y) \\ z^2 &\sim \frac{1}{2}z + o(z) \end{aligned}$$

- Direction du Gradient

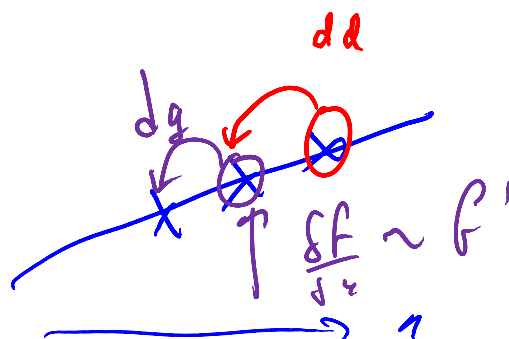
$$\theta = \arctan\left(\frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x}}\right)$$



la tg au gradient
le long du contour

17

$$f'(x) =$$



FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -GRADIENT- (2)

Approximation du Gradient (en x)

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\Delta_x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta_x, y) - f(x, y)}{\Delta_x} = \lim_{\Delta_x \rightarrow 0} \frac{f(x, y) - f(x - \Delta_x, y)}{\Delta_x}$$

$\Delta_x = 1 \rightarrow$ Masque de convolution \rightarrow

1	-1
---	----

 ou

-1	1
----	---

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\Delta_x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta_x, y) - f(x - \Delta_x, y)}{2\Delta_x}$$

$\Delta_x = 1 \rightarrow$ Masque de convolution \rightarrow

1	0	-1
---	---	----

Approximation du Gradient (en y)

Masque de convolution \rightarrow

1
-1

 ou

-1
1

 ou

-1	0	1
0	0	0
1	0	-1

 ou

1	0	-1
0	0	0
-1	0	1

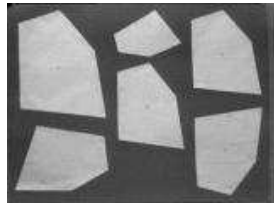
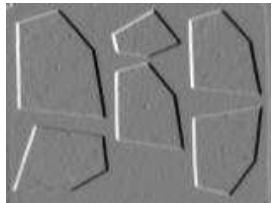
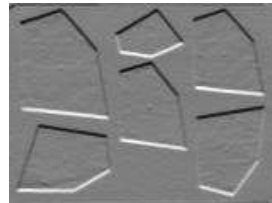


Image original



Gradient en x



Gradient en y

Δf
Re cal (2, 251)

611

18

64

$$|G| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -GRADIENT- (3)

Filtre de Robert

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx f(x, y) - f(x - 1, y - 1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} \approx f(x - 1, y) - f(x, y - 1)$$

On obtient respectivement, les masques suivants,

1	0
0	-1

et

0	1
-1	0

► Sensible au bruit

Filtre de Prewitt

Filtre Moyenneur + Gradient

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

et

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

Piscine
avec l'ellipsoïde
3x1

1	-1	0	1
1			
1			

et

-1	1	1	1
0			
1			

Filtre Gaussien + Gradient = Filtre de Sobel

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

et

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

1
2
1

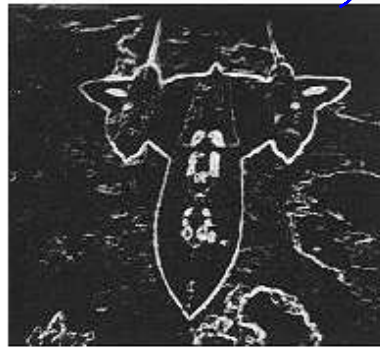
FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT - GRADIENT- (4)

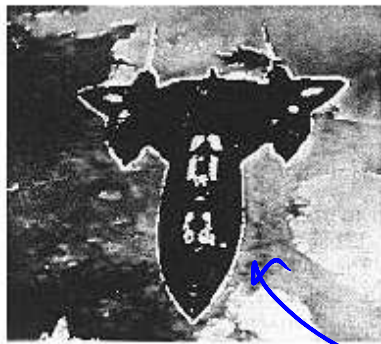
Exemple



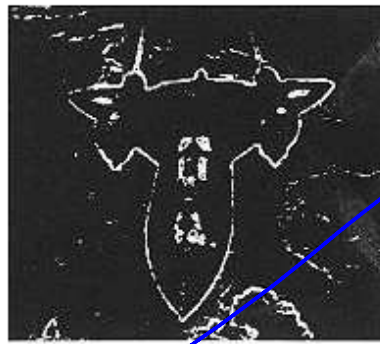
(a)



(b)



(c)



(d)

- (a) Image originale
- (b) Image obtenue à partir des valeurs de magnitude du gradient (masque de Prewitt)
- (c) Image originale dont les pixels ayant un gradient $> 10\% I_{max} = 25$ ont été mis à 255
- (d) Idem que (c) mais les pixels dont les gradient $< 25\% I_{max}$ ont été mis à 0 (image binaire)

$$G_x$$

$$G_y$$

$$|G| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

Real (0 - 255)

25

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -GRADIENT- (5)

Filtres compas

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
\uparrow N	\nwarrow NW	\leftarrow W	\swarrow SW
$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$
\downarrow S	\searrow SE	\rightarrow E	\nearrow NE

Le gradient est défini par

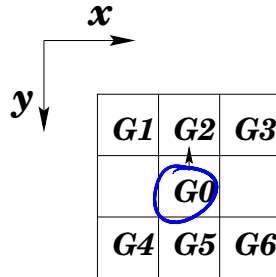
$$g(x, y) = \max_k |g_k(x, y)|$$

► k donne l'orientation du gradient

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -GRADIENT- (6)

Décision Contour

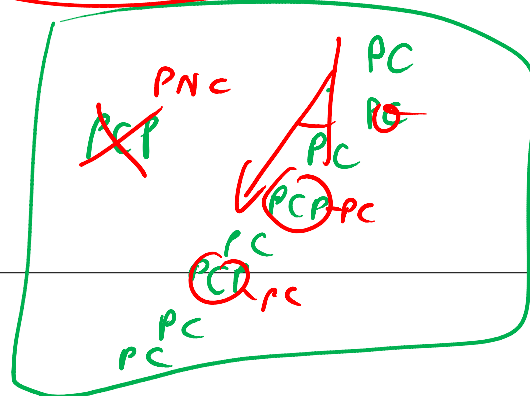


- G_0 contour si $|G_0| > \text{seuil}$
- G_0 contour si $\begin{cases} G_2 < G_0 \\ G_5 < G_0 \end{cases}$ ou G_0 contour si $\begin{cases} G_2 < G_0 < G_5 \\ G_1 < G_0 < G_6 \\ G_3 < G_0 < G_4 \end{cases}$
- Seuillage par hystérésis

On définit deux seuils S_b (seuil bas) et S_h (seuil haut) et la classification en pts de contour ou non est donnée

$$\begin{cases} G_0 > S_h & \text{Pts de contour (PC)} \\ G_0 > S_b & \text{Pts de contour possible (PCP)} \\ G_0 < S_b & \text{Pas de contour (PNC)} \end{cases}$$

Un point de contour possible (PCP) est ensuite classé comme un PC lorsque il a un voisin PC, ou PNC dans le cas contraire



FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -LAPLACIEN- (1)

Dérivée seconde

- Formule des différences finis -

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} &= f''(x, y) = f'(x+1, y) - f'(x, y) \\ &= [f(x+1, y) - f(x, y)] - [f(x, y) - f(x-1, y)] \\ &= f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y)\end{aligned}$$

Convolution avec le masque ►

1	-2	1
---	----	---

- Par convolution répétée -

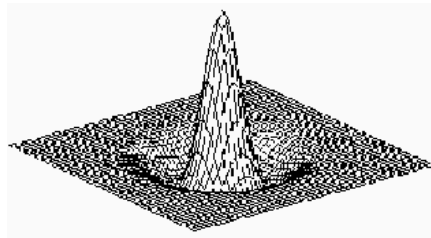
$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Opérateur Laplacien

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} \right) \quad \blacktriangleright \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Autres formes

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



FILTRAGE SPATIALE

FILTRE PASSE-HAUT -LAPLACIEN- (2)

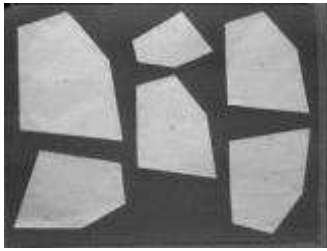
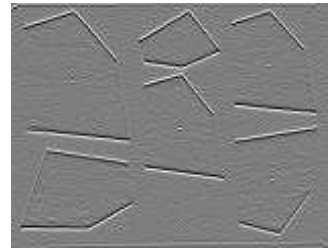


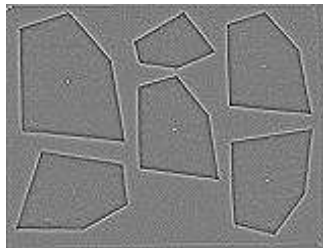
Image original



Dérivée 2nd en x



Dérivée 2nd en y



Laplacien

Filtre Moyenneur + Dérivée 2nd

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

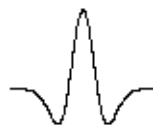
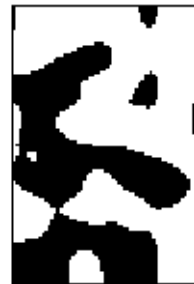
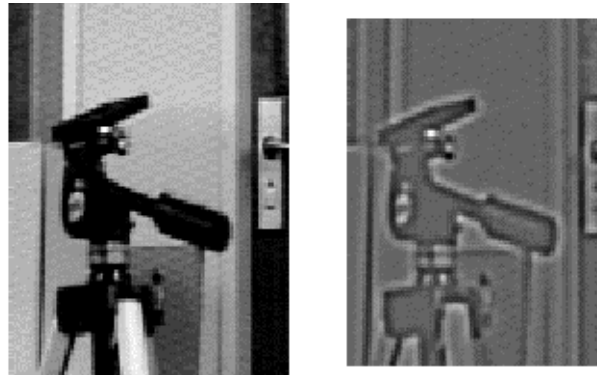
Filtre Gaussien + Dérivée 2nd

$$\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & -4 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

FILTRAGE SPATIALE

FILTRE DE MARR-HILDRETH (1)

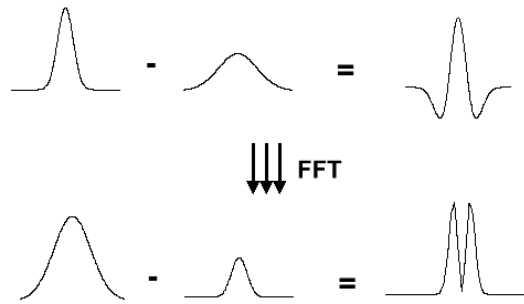
1. On filtre l'image avec un filtre Gaussien
2. On prend le laplacien de l'image filtrée



FILTRAGE SPATIALE

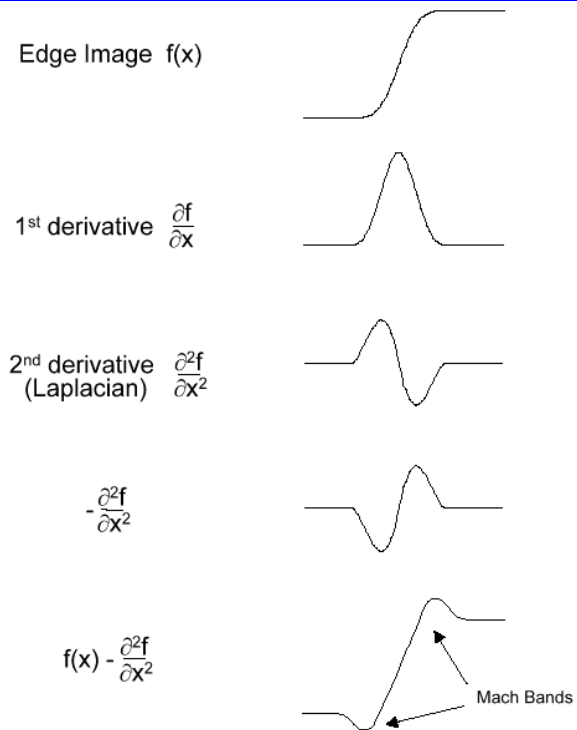
FILTRE DE MARR-HILDRETH (2)

Filtre de Marr-Hildreth \approx Différence de deux Gaussienne



► Filtre Passe-bande

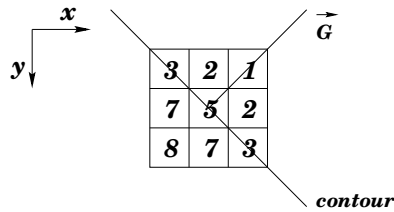
Rehaussement des contours avec le Laplacien



FILTRAGE SPATIALE

EXERCICE

Exercice 1



convoluée par l'op. gradient en $x \rightarrow$

-1	0	1
----	---	---

 et y

-1	0	1
----	---	---

on trouve, pour le pixel du milieu $G_y = -5$ et $G_x = 5$.
Donc, $|\vec{G}| = 10$ et $\theta = \arctan(-1) = -\frac{\pi}{4}$.

Exercice 2

Trouver l'allure de la réponse fréquentielle de l'opérateur

de convolution

1	-3	1
-3	9	-3
1	-3	1

.

Filtre séparable \rightarrow

-1
3
-1

-1	3	-1
----	---	----

$$\begin{aligned} H(u) &= \sum_{x=-\infty}^{+\infty} h(x) \exp(-2\pi j u x) = \sum_{x=-1}^{+1} h(x) \exp(-2\pi j u x) \\ &= -\exp(2\pi j u) + 3 - \exp(-2\pi j u) = 3 - 2 \cos(2\pi u) \end{aligned}$$

