DIRO
IFT 6150

TRAVAIL PRATIQUE N° 4

SIMULATION ET RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE
-TRANSFORMÉE DE RADON-

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.
http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150
e-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

A. INTRODUCTION

L'objet de ce TP est de réaliser dans un premier temps la simulation d'un tomographe axiale (cf. Figure 1) puis dans un deuxième temps de retrouver l'image originale par reconstruction tomographique. La tomographie se rencontre en particulier en médecine où on doit retrouver une tranche (i.e., une image) d'un organe (le cerveau par exemple) à partir de ses projections obtenues par Rayons-X. On utilise une approche semblable en mécanique et métallurgie pour effectuer des essais non-destructifs (i.e., sans aucun contact avec la pièce à étudier) ou encore en géologie et géophysique pour étudier les différentes couches géologiques d'un terrain etc.

FIG. 1 – *Image d'un tomographe.*

B. SIMULATION D'UN TOMOGRAPHE AXIAL (TF DE RADON)

On se propose dans cette partie de simuler un tomographe axiale. Cette simulation revient en faite à calculer la Transformée de Radon (TR) d'une image. On utilisera, pour ce TP, l'image de taille 128×128 pixels **lenna.pgm** (cf. Figure 2a). A cette fin, cette Transformée nécessite d'évaluer l'ensemble des projections circulaires $p_\theta(t)$ de cette image pour des angles θ compris entre 0^o et 179^o (avec un pas de 1^o par exemple). Pour obtenir ces projections, faites tourner l'image autour de son centre (grâce à une transformation géométrique appropriée) avec un pas de 1^o et utiliser une interpolation bilinéaire (cf. Figure 2b), puis projeter le résultat sur l'axe des x. C'est l'ensemble de ces projections qui correspond à la Transformée de Radon. On obtient pour une image originale de taille 128×128 pixels, une image transformée de taille 180×128 pixels (cf. Figure 2c)[2].

(**a**) (**b**) (**c**)

FIG. 2 – *(***a***) Image originale* **lenna.pgm**. *(***b***) Image précédente tournée d'un angle de 45^o (en utilisant une interpolation bilinéaire). (***c***) Transformée de Radon de l'image* **lenna.pgm**. *La $45^{ième}$ ligne horizontale de cette image correspond à la projection de l'image précédente sur l'axe des x. (i.e., le niveau de gris associé à la $x^{ième}$ colonne de cette ligne est obtenu en sommant les niveaux de gris de tous les pixels de l'image* **b** *situés sur la $x^{ième}$ colonne).*

C. RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE (TF^{-1} DE RADON)

On se propose maintenant de reconstruire l'image originale **lenna.pgm** à partir de sa transformée de Radon. Il existe plusieurs stratégies pour arriver à retrouver l'image originale à partir de ses projections et deux d'entre elles ont été vues en cours

1. L'approche directe de Fourier qui utilise le théorème de la tranche centrale de Fourier.
2. La rétroprojection filtrée.

Utiliser la deuxième méthode (décrite dans le cours) afin de reconstruire l'image originale. On rappelle que le processus de reconstruction tomographique utilisant la rétroprojection filtrée comprend les trois étapes suivantes

- On calcule $p_\theta(w)|w|$ (projection filtrée).
- On fait la TF inverse de $p_\theta(w)_{\text{filtrée}}$.
- On rétroprojete pour tous les angle θ.

(1) Faire une reconstruction de l'image originale **lenna.pgm** à partir de sa transformée de Radon en utilisant l'approche de rétroprojection filtrée et 180 projections.

(3) Comparer le résultat de reconstruction obtenu en utilisant 90 projections pour l'obtention de la TR (projection de l'image en 0^o, 2^o, $4^o \ldots 178^o$), puis en utilisant seulement 45 projections (projection de l'image en 0^o, $4^o \ldots 176^o$). Conclure.

[1] Noter bien que l'on va "perdre" les coins lorsqu'on projettera à 45^o par exemple puisque la diagonale d'une image 128×128 est $128\sqrt{2}$.