DIRO
IFT 6150

EXAMEN THÉORIQUE

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.
http : //www.iro.umontreal.ca/∼mignotte/ift6150
e-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

Date : *09/12/2002*

I	Transformée de Fourier (20 pts).
II	TFD & FFT (15 pts).
III	Filtrage (10 pts).
IV	Segmentation contour (10 pts).
V	Transformée de Hough (15 pts).
VI	Misc. (35 pts).
Total	105 points.

Tous documents, calculatrices et calculateurs personnels autorisés

I. Transformée de Fourier (20 pts)

1. Trouver la Transformée de Fourier de la fonction Gaussienne, d'écart type σ, $\mathcal{N}_\sigma(x)$,

$$\mathcal{N}_\sigma(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\Big(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\Big),$$

   en vous servant de l'invariance par Transformée de Fourier de la fonction $\exp(-\pi x^2)$ et des propriétés de cette Transformée (4 points).

2. Trouver la Transformée de Fourier de $\big(\mathcal{N}_{\sigma_1}(x) * \mathcal{N}_{\sigma_2}(x)\big)$ où "$*$" désigne l'opérateur de convolution (4 points).

3. Trouver l'expression analytique de la fonction $\big(\mathcal{N}_{\sigma_1}(x) * \mathcal{N}_{\sigma_2}(x)\big)$ (dans le domaine spatial). En déduire quelle est le filtrage spatial équivalent à deux filtrage spatial Gaussiens d'écart type $\sigma = 1$ (4 points).

4. Soit la fonction $\mathcal{U}(x)$, définie par,

$$\mathcal{U}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad x \geq 0 \\ 0 & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$$

   Calculer $\mathcal{F}(\mathcal{U}(x))$. En utilisant une des propriétés de la TF, montrer que $\mathcal{U}'(x) = \delta(x)$ ou $\delta(x)$ est la distribution de dirac (4 points).

5. En utilisant ce qui a été montré précédemment et en passant dans le domaine fréquentielle pour se simplifier la tâche calculer,

$$\big(\mathcal{N}_\sigma(x) * \mathcal{U}(x)\big)'.$$

   où "$'$" désigne l'opérateur de dérivation (4 points).

II. TFD & FFT (15 pts).

1. Pour une image de taille $N \times N$, indiquer le nombre d'opérations nécessaires pour (5 points) :
   (a) Faire la Transformée de Fourier Discrète (TFD).
   (b) Faire la TFD en utilisant la propriété de séparabilité de cette transformée (i.e., en utilisant une série de TFD 1D).
   (c) Faire une Fast Fourier Transform (FFT) en utilisant la propriété de séparabilité de cette transformée (i.e., en utilisant une série de FFT 1D).
   (d) Faire une FFT 2D.

2. Calculer par TFD les quatre coefficients spectrals du vecteur de 4 échantillons suivant :

$$[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$$

   Indiquer aussi quel interval de fréquence sépare le premier du deuxième échantillon (5 points).

3. Calculer en utilisant le principe de la FFT les deux premiers échantillons spectral de ce même vecteur (5 points).

III. Filtrage (10 pts).

On rappelle que le filtrage de Marr d'une image I consiste en deux étapes,

1. Un filtrage Gaussien réalisé sur I.
2. Le calcul du laplacien de l'image filtrée obtenu à l'étape 1.

Donner l'expression analytique de ce filtre dans le domaine spatial (5 pouints) et dans le domaine spectral[1] (5 pouints). On ne considerera qu'une seule et unique dimension pour simplifier le problème et on s'aidera pour trouver l'expression analytique de ce filtre dans le domaine fréquentiel de la TF d'une gaussienne et des propriété de dérivation de la TF.

IV. Segmentation contour (10 pts).
Répondre aux questions suivantes

1. Quel est le nombre de seuils dans la méthode de Canny (3 points) ?
2. Quel est le but de la suppression des non-maximums dans la méthode de Canny (3 points) ?
3. Quel est le but du seuillage par hysteresis dans la méthode de Canny (4 points) ?

V. Transformée de Hough (15 pts).
Répondre aux questions suivantes ;

1. Donner l'organigramme de l'algorithme permettant de détecter, par la transformée de Hough, les centres d'objets circulaires (quelque soit le rayon de ces objets circulaires !) dans une image de contour $N \times N$ préalablement détecté (donc une image binaire de contour). Donner dans cet organigramme l'équation qui est évaluée pour toute les cellules de la matrice d'accumulation (10 points).
2. Serait il possible d'utiliser dans la méthode de Hough, non plus l'image de contour binaire mais l'image du module du gradient (donc une image discrétisé de module de gradient) pour remplir la matrice d'Accumulation. Expliquer comment. Donner les avantages et les inconvenients de cette technique par rapport à celle qui utilise une image binaire de contour (5 points).

V. Misc (35 pts)

Répondre brièvement (2 à 6 phrases) aux questions suivantes :

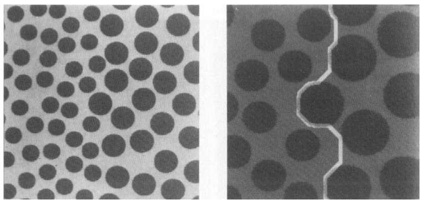
1. Que proposez vous, comme traitement simple, pour améliorer la visibilité des détails de l'image (**a**) (image sattelitaire de la planète Mars) dans ce qui semble être les yeux ou les globes occulaires de ce visage ? Justifier votre réponse (4 points).

[1] On rappelle qu'une distribution Gaussienne s'écrit,

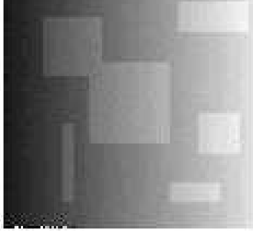
$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right),$$

2. Que proposez vous pour segmenter l'image (**b**) (gauche) suivant deuz zones de région homogène (région associée aux petits cercles et région associée aux grands cercles comme l'image de droite) ? Donnez deux méthodes et justifier votre réponse (6 points).
3. Que proposez vous comme prétraitement pour pouvoir segmenter l' image (**c**) avec un seuillage optimal ? Justifier votre réponse (3 points).
4. Rappeler l'expression d'un rehauseur de contour à partir de l'image original et (1) à partir d'un filtre passe bas ou passe haut, (2) à partir d'opérateurs morphologiques (6 points).
5. Discuter de ce que pourrait donner une classification de texture (Cf. TP no6) si on combinait le vecteur de caractéristique des attributs de textures avec deux attributs supplémentaires correspondant à la position spatiale (x, y) des pixels à classer. Discuter de ce que cela pourrait correspondre comme information à priori donnée implicitement au processus de clustering (5 points).
6. Que proposez vous comme méthode (autre que celle présentez dans les notes de cours) permettant de faire de la granulométrie à partir de l'image (**d**) (3 points) ?
7. Soit x une imagette de dimension 4 lignes, 4 colonnes, prenant deux niveaux de gris possible (blanc et noir) pour chaque pixel, auquelle on associe le vecteur de v.a X. On considere que X est un champ Markovien ($P_X(x) = \frac{1}{Z} \exp\big(-\sum_{c \in C} V_c(x)\big)$) relatif à un voisinage du 2nd ordre en ne considérant que les cliques binaires. On considere pour ce modèle des fonctions potentiels de la forme ; $V_c(x) = \beta_{s,t}\big(1 - \delta(x_s - x_t)\big)$.
   (a) Définisser ce que l'on entend par voisinage du second ordre ainsi que les différentes cliques utilisées (2 points).
   (b) Représenter selon ce modèle la configuration (i.e., l'imagette) x la plus probable, et la moins probable (3 points).
   (c) Donner pour ces deux configurations, la probabilité associée (en fonction de Z, la constante de normalisation) de ces deux configurations (3 points).

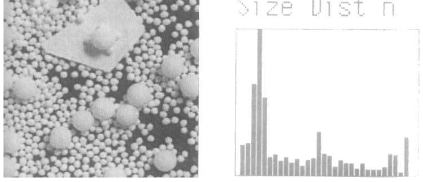
(**a**)



(**b**)



(**c**)



(**d**)

FIG. 1 –