DIRO
IFT 6150

EXAMEN THÉORIQUE

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle
http : //www.iro.umontreal.ca/∼mignotte/ift6150
e-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

Date : *06/12/2010*

I	Transformée de Fourier (29 pts)
II	Opération Ponctuelle & Filtrage Spatial (42 pts)
III	Restauration (18 pts)
IV	Misc. (30 pts)
Total	119 points

Tous documents, calculatrices et calculateurs personnels autorisés

I. Transformée de Fourier (29 pts)

1. Soit une Gaussienne d'écart type σ_x et sa TF qui est aussi une Gaussienne mais d'écart type σ_ν. Estimer à quoi est égale le produit $\sigma_x\,\sigma_\nu$.
   <5 pts>
2. Trouver la transformée de Fourier de la fonction signe (i.e., $f(x) = \text{sgn}(x)$) en utilisant les transformées de fonction(s) déja connue(s). Préciser pourquoi on ne peut utiliser directement la définition de la TF (basée sur le calcul intégral) pour mener à bien ce calcul.
   <5 pts>
3. Soit $\Pi(x)$ la fonction porte (de largeur unité). Calculer l'expression suivante : $\mathcal{F}\Big\{\Big(\Pi(x) \star \Pi(x)\Big)''\Big\}$ dans laquelle $\star$ désigne l'opérateur de convolution et $''$, l'opérateur de dérivée seconde.
   <5 pts>
4. Exprimer, en fonction de la fonction porte $\Pi(x)$, l'expression suivante : $\Big(\Pi(x) \star \Pi(x)\Big)'$
   <5 pts>
5. Montrer que l'on à la relation suivante : $\delta(\alpha x) = \frac{1}{|\alpha|}\,\delta(x)$
   <4 pts>
6. Soit $f(x)$ une fonction absolument intégrable, on cherche les fonctions $y(x)$ satisfaisant à l'équation suivante (A est une constante)

$$y(x) - \frac{A}{2}\Big[y(x+1) + y(x-1)\Big] = f(x)$$

   Calculer la TF de $y(x)$ et en déduire $y(x)$ sous forme d'une intégrale.
   <5 pts>

Réponse

$\boxed{\textbf{1.}}$

Avec la convention $x \overset{\mathcal{F}}{\rightleftharpoons} \nu$, on a montré en cours que : $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x}\exp\big(-\frac{x^2}{2\sigma_s^2}\big) \overset{\mathcal{F}}{\rightleftharpoons} \exp\big(-2\pi^2\sigma_x^2\,\nu^2\big)$

$$\text{or} \qquad \exp\big(-2\pi^2\sigma_x^2\,\nu^2\big) = \exp\Big\{-\frac{\nu^2}{2\big(\frac{1}{2\pi\sigma_x}\big)^2}\Big\} = \exp\Big\{-\frac{\nu^2}{2\sigma_\nu^2}\Big\} \qquad \text{avec} \quad \sigma_\nu = \frac{1}{2\pi\sigma_x}$$

On trouve alors que : $\sigma_x\,\sigma_\nu = (2\,\pi)^{-1}$ **<5 pts>**

NOTA : On retrouve dans cette question, le principe bien connue de dilatation-contraction propre à la transformée de Fourier et le résultat est à rapprocher avec la relation d'incertitude d'Heiseinberg.

$\boxed{\textbf{2.}}$

On ne peut utiliser le calcul intégral pour calculer $\mathcal{F}\big[\,\text{sgn}(x)\,\big]$ car le signal sgn(x) n'est pas à énergie finie. **<1 pt>**

On va pouvoir néanmoins trouver cette TF en utilisant les TFs de fonctions déjà connues, notamment celle de la fonction porte $\Pi(x)$, et les propriétés de la TF. En effet, on a

$$\begin{aligned}
\Pi(x) &= \frac{1}{2}\Big\{\text{sgn}(x+\frac{1}{2}) - \text{sgn}(x-\frac{1}{2})\Big\} \\
&\quad \downarrow\uparrow \mathcal{F} \\
\frac{\sin(\pi\,\nu)}{\pi\,\nu} &= \frac{1}{2}\,\exp\big(2\pi j\frac{1}{2}\,\nu\big)\,\cdot\mathcal{F}\big[\text{sgn}(x)\big] \;-\; \frac{1}{2}\,\exp\big(-2\pi j\frac{1}{2}\,\nu\big)\,\cdot\mathcal{F}\big[\text{sgn}(x)\big] \\
&= \mathcal{F}\big[\text{sgn}(x)\big]\cdot\Big\{\frac{1}{2}\exp\big(\pi j\,\nu\big) - \frac{1}{2}\exp\big(-\pi j\,\nu\big)\Big\} \\
&= \mathcal{F}\big[\text{sgn}(x)\big]\cdot j\sin(\pi j\,\nu)
\end{aligned}$$

$$\text{donc :} \quad \mathcal{F}\big[\mathrm{sgn}(x)\big] = \frac{1}{j\pi\,\nu} \qquad < \mathbf{4} \text{ pts} >$$

NOTA : Puisque la fonction sgn(x) est impaire, on retrouve bien une transformée de Fourier qui est imaginaire pure (propriété de symétrie hermitienne).

3.

$$\Big(\Pi(x) \star \Pi(x)\Big)'' \quad \overset{\mathcal{F}}{\rightleftharpoons} \quad (2\pi j\nu)^2 \left(\frac{sin(\pi\,\nu)}{\pi\,\nu}\right)^2 = -4\,\sin^2(\pi\nu) \qquad < \mathbf{5} \text{ pts} >$$

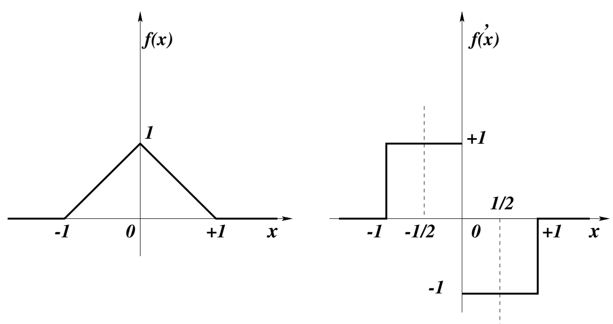
4.

Le plus simple, on peut écrire que

$$\Big(\Pi(x) \star \Pi(x)\Big)' = \Pi(x)' \star \Pi(x) = \Pi(x) \star \Pi(x)'$$

Mais, en s'aidant du cours, on peut aussi dire que (et cela est aussi valable pour la réponse à cette question)

$$\Big(\Pi(x) \star \Pi(x)\Big)' = \wedge'(x) = \Pi\big(x + \frac{1}{2}\big) - \Pi\big(x - \frac{1}{2}\big) \qquad < \mathbf{5} \text{ pts} >$$



NOTA : On aurait pu, pour ce dernier résultat, bien sûr, s'aider de la TF :

$$\Big(\Pi(x) \star \Pi(x)\Big)' \overset{\mathcal{F}}{\rightleftharpoons} (2\pi j\,\nu) \cdot \frac{\sin(\pi\nu)}{\pi\nu} \cdot \frac{\sin(\pi\nu)}{\pi\nu} = \frac{\sin(\pi\nu)}{\pi\nu}\,\big[2j\sin(\pi\nu)\big] \;=\; \frac{\sin(\pi\nu)}{\pi\nu}\,\Big[\exp(\pi j\nu) - \exp(-\pi j\nu)\Big]$$

$$\downharpoonleft\upharpoonright \mathcal{F}^{-1}$$

$$\Pi\big(x + \frac{1}{2}\big) - \Pi\big(x - \frac{1}{2}\big)$$

5.

Propriété de contraction-dilatation : $\quad \delta(\alpha x) \overset{\mathcal{F}}{\rightleftharpoons} \dfrac{1}{|a|} \overset{\mathcal{F}^{-1}}{\rightleftharpoons} \dfrac{1}{|\alpha|}\,\delta(x) = \delta(\alpha x) \qquad < \mathbf{4} \text{ pts} >$

NOTA : On aurait pu dire que l'intégrale d'un Dirac est toujours l'unité (car il est définit comme étant la limite, quand T tend vers 0 de la fonction porte d'intégrale unité et de largeur T) et retrouver cette propriété par un changement de variable $x = \alpha\,y$

$$\int \delta(x)\,dx = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \int \delta(\alpha y)\,dy = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha}\int \delta(x)\,dx = \int \delta(\alpha x)\,dx$$

Par identification et puisque l'aire est toujours positif, on a $\delta(\alpha x) = \frac{1}{|\alpha|}\,\delta(x)$.

$\boxed{\textbf{6.}}$

On va *téléporter* cette équation dans le domaine de Fourier et trouver la solution dans cette espace

$$y(x) - \frac{A}{2}\Big[y(x+1) + y(x-1)\Big] = f(x) \quad \overset{\mathcal{F}}{\rightleftharpoons} \quad Y(\nu) - \frac{A}{2}\Big\{\exp(2\pi j\nu)\,Y(\nu) + \exp(-2\pi j\nu)\,Y(\nu)\Big\} = F(\nu)$$

$$Y(\nu)\,\Big(1 - A\,\cos(2\pi\nu\Big) = F(\nu)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$Y(\nu) = \frac{F(\nu)}{1 - A\,\cos(2\pi\nu)}$$

Donc dans notre espace, $y(x) = \mathcal{F}^{-1}\big[Y(\nu)\big] = \displaystyle\int \frac{F(\nu)}{\Big(1 - A\,\cos(2\pi\nu)\Big)}\,\exp(2\pi j\nu x)\;d\nu$ $\quad$ < **5** pts >

II. Opération Ponctuelle & Filtrage Spatial (42 pts)

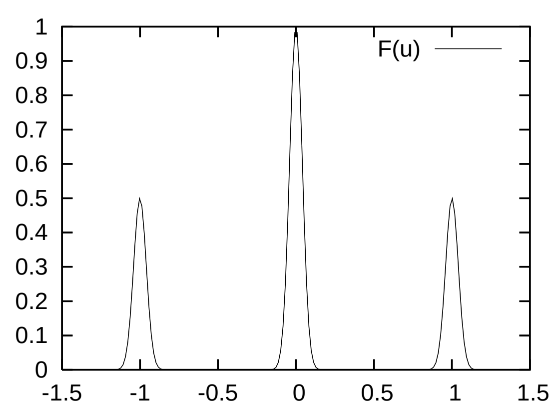
1. En traitement d'image, il existe une multitude de filtres spatiales, plus ou moins différents. Parmi ceux-ci, il existe le FILTRE GÉOMÉTRIQUE qui consiste à remplacer le niveau de gris d'un pixel (de coordonné $p = (x, y)$) par la racine N-ième du produit des niveaux de gris situés dans son voisinage. Si I_F représente l'image filtrée et I l'image de départ, on a mathématiquement

$$I_F(p) = \Big(\Pi_{p\in\mathcal{N}}\; I(p)\Big)^{1/N}$$

   où $\mathcal{N}$ est l'ensemble des niveaux de gris appartenant au voisinage du pixel p et N désigne le nombre de voisins considérés. De quelle famille ce filtre fait-il partie ? Donner les caractéristiques de ce filtre (i.e., expliquer dans quelles circonstances (type de bruit, type d'image) ce filtre est intéressant et efficace. Justifier votre réponse.
   <7 pts>

2. Soit $F(u, \nu) = \mathcal{F}[f(x, y)]$ (i.e., $F(u, \nu)$ représentant la transformée de Fourier (TF) de $f(x, y)$). Calculer la TF du laplacien de l'image $f(x, y)$ en fonction de $F(u, \nu)$. Nota : rester en continu.
   <5 pts>

3. On voudrait réaliser le filtre fréquentiel dont la fonction de transfert (ou MTF) est représentée dans la figure ci dessous. On désire rester dans le domaine spatial, i.e., faire le filtrage spatial équivalent en calculant la PSF (Point Spread Function) associé à ce filtre. On va supposer pour simplifier le calcul que les trois *bosses* de cette fonction de transfert sont en fait des fonctions $\exp(-\pi\nu^2)$ et que celles ci sont centrées respectivement en $(-\frac{\nu_0}{\pi})$, 0, $(\frac{\nu_0}{\pi})$ avec les proportions suivantes 0.5, 1 et 0.5.
   (a) Exprimer cette MTF par une fonction.
   <4 pts>
   (b) Calculer la PSF de ce filtre.
   <7 pts>
   (c) Tracer l'allure de cette PSF brièvement.
   <4 pts>



4. Les deux images ci-dessous constituent deux images successives extraites d'une séquence vidéo dans laquelle on peut voir un bras en mouvement. A partir de ces deux images, on a pu obtenir l'image binaire suivante, où le contour de l'objet en mouvement (le bras) est en blanc.

(a) **(b)** **(c)**

   – Décrire l'algorithme qui à permis d'obtenir l'image binaire (c) à partir des deux images précédentes. Si cet algorithme est dépendant d'un seuil, indiquez aussi à quel valeur il serait judicieux de fixer ce seuil (en particulier, on considérera le cas où les deux images sont dégradées par un bruit électronique i.e., blanc et Gaussien de variance σ^2).

   <6 pts>

5. On dispose d'une séquence d'images $\{I_t, I_{t+1}, \ldots, I_{t+n}\}$. Expliquer ce que va faire le filtrage suivant

$$\text{Seuil}_\tau \Big| I_t - \text{Filtre Median}\{I_t, I_{t+1}, \ldots, I_{t+n}\} \Big|$$

   Dans lequel $|.|$ est la valeur absolue et la fonction $\text{Seuil}_\tau(I_D)$ mettra en blanc tous les pixels de l'image I_D qui sont supérieur à τ. On supposera que, durant les n images prises par une caméra, il n'y a pas de changement notable de luminosité de la scène, que n est de l'ordre de plusieurs dizaines (d'images) et que le temps pour obtenir ces n images est de l'ordre de plusieurs dizaines de secondes.

   <5 pts>

6. Supposons que l'information concernant la variance du bruit électronique produit par la caméra numérique n'est pas disponible dans la documentation de celle-ci. Indiquer une procédure simple qui permettrait d'estimer grossièrement cette donnée ; justifier votre réponse en trois ou quatre ligne.

   <4 pts>

Réponse

$\boxed{\textbf{1.}}$

Ce filtre va opérer **localement à un voisinage** ; il fait donc partie des filtres à opération locale mais bizarement ce filtre va utiliser un produit et non pas une somme pondérée comme les autres filtres à opération locale vus en cours. Notons aussi que, si dans le voisinage considéré, tous les pixels ont un niveaux de gris similaire (zone homogène), alors le filtrage de cette zone conservera les mêmes niveaux de gris de cette zone homogène. Notons aussi que **dans l'espace logarithmique, ce filtre est un filtre moyenneur tout simple**. En fait, c'est comme si on calculait le log de tous les pixels du voisinage considéré, on réalisait ensuite un filtrage moyenneur et on prenait ensuite l'exponentiel du résultat. Il s'agit donc d'un filtre passe-bas dans l'espace LOG. Mais qu'en est il dans notre espace ? Dans l'espace LOG, les valeurs (de niveaux de gris) très différentes (comme du bruit impulsionnel de type "sel") vont être considérablement atténuées puis moyennées entres elles par le filtre moyenneur. Le résultat sera donc un **filtrage intermédiaire entre un filtre moyenneur et un filtre médian**. Néanmoins, il y aura un problème avec du bruit impulsionnel de type "poivre" synthétique puisque le niveaux de gris égale à 0 du pixel dégradé entrainera pour le produit utilisé par ce filtre un niveau de gris filtré toujours égale à zéro. Pour du bruit poivre non synthétique (donc très bas mais supérieur à zéro ; cela devrait poser moins de problèmes). Ce filtre fait donc partie des **filtres passe-bas**. De plus pour du bruit multiplicatif, la passage à l'espace LOG, permettra de rendre cette dégradation additive et ensuite atténuera ce bruit grâce au filtre moyenneur. Ce filtre semble donc particulièrement **intéressant pour l'atténuation du bruit multiplicatif**. **<7 pts>**

NOTA : Voici le résultat du filtrage géométrique (voisinage du second ordre) sur l'image LENA pour une dégradation synthétique du type bruit Gaussien d'écart type $\sigma = 20$ et pour un bruit impulsionnel de type "sel" avec une proportion $\rho = 10\%$. Respectivement, la figure ci dessous nous montre l'image initiale, l'image dégradée par du bruit Gaussien et sel, puis la restoration associée par le filtre géométrique.

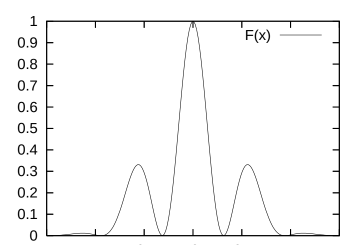
NOTA : Ce filtre est censé préserver un peu mieux les contours sur du bruit Gaussien. Sur du bruit impulsionnel, ce filtre sera moins efficace que le filtre médian.

2.

$$\nabla^2 f(x,y) = \Big(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\Big) \cdot f(x,y) \overset{\mathcal{F}}{\rightleftharpoons} \Big\{(2\pi j u)^2 + (2\pi j \nu)^2\Big\} F(u,\nu) = -4\pi^2(u^2+\nu^2)F(u,\nu) \quad < \mathbf{5} \text{ pts} >$$

3.

$$\begin{aligned}\exp(-\pi\nu^2) + \frac{1}{2}\Big\{\exp\Big(-\pi(\nu - \frac{\nu_0}{\pi})^2\Big) + \exp\Big(-\pi(\nu + \frac{\nu_0}{\pi})^2\Big)\Big\} &\overset{\mathcal{F}}{\rightleftharpoons} \exp(-\pi x^2)\Big\{1 + \frac{1}{2}[\exp(2j\nu_0 x) + \exp(-2j\nu_0 x)]\Big\} \\ &\overset{\mathcal{F}^{-1}}{\rightleftharpoons} \exp(-\pi x^2)\Big\{1 + \cos(2\nu_0 x)\Big\} \\ &\overset{\mathcal{F}^{-1}}{\rightleftharpoons} 2\exp(-\pi x^2)\cos^2(\nu_0 x) \quad < \mathbf{4\ pts} > + < \mathbf{7\ pts} >\end{aligned}$$



<4 pts>

$\boxed{\textbf{4.}}$

Si I_t désigne l'image prise au temps t et I_{t+1}, l'image prise au temps $t+1$, on a vraisemblablement réaliser l'opération $D_t = |I_t - I_{t+1}|$ puis réaliser l'opération de seuillage suivant : Si $D_t(x,y) > \tau$ alors $D_t(x,y) = 255$ autrement $D_t(x,y) = 0$. En considérant que ces deux images sont issues d'une caméra électronique dégradée par du bruit blanc et Gaussien d'écart type σ, il serait intéressant de considérer pour cette opération de seuillage $\tau = 6\,\sigma$ (on suppose ainsi que l'erreur en amplitude est au plus de $3\,\sigma$ pour I_t et pour I_{t+1}, ce qui est vrai à 99.7% vrai lorsque le bruit se répartie selon une loi normale d'écart type σ). **<6 pts>**

$\boxed{\textbf{5.}}$

L'opération $I_{\text{static}} = \text{Filtre Median}\{I_t, I_{t+1}, \ldots, I_{t+n}\}$ va calculer une image ou seule les objets immobiles sont présent dans l'image résultante I_{static}. Tout ce qui est en mouvement dans les images $[t \;:\; t+n]$ sera filtré avec le background ou avec les différents objets immobiles de la scène. Finalement l'opération : $\text{Seuil}_\tau |I_t - I_{\text{static}}|$ permettra d'isoler tout les objets en mouvement dans l'image I_t qui apparaitront en blanc sur fond noir. **<5 pts>**

$\boxed{\textbf{6.}}$

On isole la région la plus homogène (en niveaux de gris) existant dans une séquence d'images (ou mieux encore ; en utilisant les images obtenues par cette caméra en fixant celle-ci devant un mur de couleur uniforme), et la plus grande valeur absolue trouvée entre 2 pixels de mêmes coordonnées mais entre 2 couples d'images différentes sera de l'ordre de $6\,\sigma$ (on suppose ainsi que l'erreur en amplitude est au plus de $3\,\sigma$ pour une image comme dans la question 4.). **<4 pts>**

III. Restauration (18 pts)

1. Soit $g(x,y)$ une image naturelle en niveaux de gris dégradée par du bruit impulsionnel (ou bruit poivre et sel) d'épaisseur 1 pixel et de proportion ρ. Ce bruit impulsionnel suit une distribution qui pourrait se modéliser mathématiquement par la loi suivante :

$$b(n) = \frac{1}{2T}\Pi\Big(\frac{n - \frac{T}{2}}{T}\Big) + \frac{1}{2T}\Pi\Big(\frac{n - (255 - \frac{T}{2})}{T}\Big)$$

dans laquelle n correspond aux différents niveaux de gris possible (256 niveaux de gris commençant par le niveau de gris égal à zéro) et $T > 0$.

   (a) Expliquer à quoi est du le bruit poivre et sel et pour quel type de dégradation ce bruit existe. **<3 pts>**

   (b) Tracer grossièrement la distribution de ce bruit impulsionnel dans le cas de la distribution $b(n)$ donnée à la question 1. pour $T = 20$.
   <4 pts>.

   (c) Trouver et expliquer une méthode qui permettrait d'estimer (grossièrement) la proportion ρ de ce bruit $b(n)$ (connaissant T) sur l'image $g(x,y)$ (en supposant que ce bruit impulsif est de largeur 1 pixel).
   <6 pts>

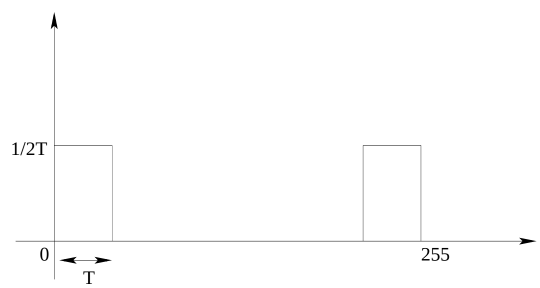
   (d) Si ce même bruit s'ajoutait sur une image de niveaux de gris constant égal à 128, quel serait la variance de ce bruit ? Dans cet exemple, on supposera connu la proportion ρ de cette dégradation et on pourra laisser le calcul sous la forme d'une fonction du type VAR=$F(N,\rho,T)$ (N étant le nombre de pixels dans l'image) sans la calculer explicitement.
   <5 pts>

Réponse

$\boxed{\textbf{1.a}}$

Le bruit poivre et sel (ou impulsionnel ou impulsif) peut être du à la saturation des capteurs électroniques (défaillance d'éléments du capteur CCD ou défaillance des senseurs electroniques), il est caractéristique aussi de la dégradation des vieux filmes ou pellicules photographiques. Concrétement, il correspond aussi au bruit que produirait physiquement des poussières ou des particules fines sur une pellicule, un scanner ou encore que produirait des petits objets par rapport à la taille de l'image ou encore une perte de donnée. **<3 pts>**

$\boxed{\textbf{1.b}}$



<4 pts>

$\boxed{\textbf{1.c}}$

Une stratégie possible serait d'estimer la proportion de pixels dont le niveaux de gris serait soit ; 1] inférieur à T ou supérieur à $(255 - T)$ et qui serait, 2] par exemple $\tau\%$ supérieur ou inférieur à la moyenne (ou la médiane) des niveaux de gris situé dans un petit voisinage. La deuxième condition permettrait de ne pas comptabiliser dans cette estimation les niveaux de gris extrèmes appartenant rèellement à l'image non dégradée. **<6 pts>**

NOTA : Voici le résultat de notre méthode grossière d'estimation sur l'image Lena dégradée par notre modèle (image de droite). On obtient, pour $T = 20$ et $\rho = 20\%$, en prenant $\tau = 25\%$, une estimation de la proportion donnée par cette méthode $\hat{\rho} = 19.0857$.

$\boxed{\textbf{1.d}}$

La variance de ce bruit serait aussi la variance de l'image bruitée dont la moyenne serait de 128 car il y a autant de bruit impulsif entre $[0 - 20]$ et $[235 - 255]$. Connaissant connu la proportion ρ de cette dégradation, on aurait donc $(1 - \rho)\%$ de pixels de niveaux de gris 128 et $\rho\%$ de pixels se baladant entre $[0 - 20]$ et $[235 - 255]$ suivant une loi uniforme. En utilisant la définition statistique de la variance, avec N le nombre de pixels dans l'image et $X(n)$, un pixel de niveaux de gris n ($n \in [0 - 255]$), $\mu = 128$, la moyenne de l'image et $P(i)$, la valeur de l'histogramme normalisée (ou densité de probabilité) de l'image, on a

$$\text{VAR} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{255} (X(n) - \mu)^2 P(i)$$

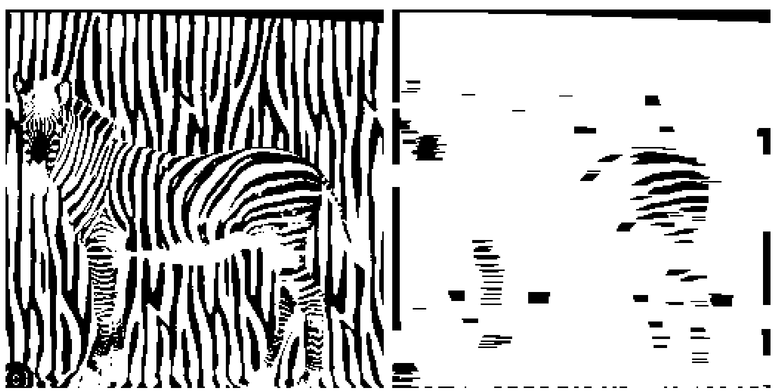
Sachant que dans cette somme $N(1-\rho)$ pixels sont à 128 dans une image dont la moyenne est 128 (donc variance nulle), et que $P(i) = \rho/2T$ on a donc

$$
\begin{aligned}
\text{VAR} &= \frac{1}{N\rho}\Big\{\sum_{n=0}^{20}(X(n)-128)^2\frac{\rho}{2T} + \sum_{n=235}^{255}(X(n)-128)^2\frac{\rho}{2T}\Big\} \\
&= \frac{1}{2TN}\Big\{\sum_{n=0}^{20}(X(n)-128)^2 + \sum_{n=235}^{255}(X(n)-128)^2\Big\}
\end{aligned}
$$

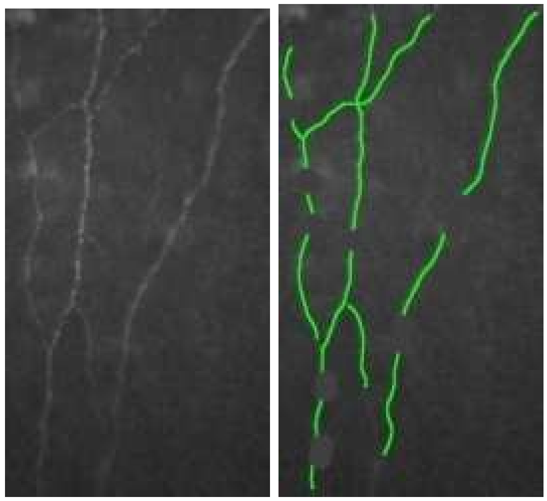
<5 pts>

IV. Misc. (30 pts)

1. Expliquer (qualitativement en deux ou trois phrases) ce qui peut dégrader la résolution d'une image.
   <5 pts>
2. Dans le recuit simulé, comment devrait-on fixer T_o et T_f (température initiale et finale) ?
   <5 pts>
3. Quel(s) traitement(s) permettraient de passer de la première à la deuxième image ?
   <5 pts>



4. Quand on dit que le filtre passe haut amplifie le bruit électronique (Gaussien blanc), il s'agit généralement d'un abus de language. Comment pourriez-vous re-formuler et re-exprimer cette idée avec toute la rigueur d'un traiteur de signal.
   <5 pts>
5. Pour le problème de la segmentation Markovienne qui se resoud au final comme un problème d'optimisation, quels sont le(s) élément(s) qui feraient en sorte que la fonction d'énergie à minimiser serait plus complexes et comporteraient plus de minimas locaux (i.e., que le problème d'optimisation serait rendu plus complexe) ?
   <5 pts>
6. Voici une image radiographique du nerf cornéen (à gauche), et l'image obtenue en utilisant un seuillage automatique après analyse de l'histogramme de l'image précedente. On s'apercoit que, par endroit le nerf n'est pas relié, du à l'imprecision de la technique de seuillage précédente. Quelle serait une ou les techniques interessantes et simples, qui utiliserait l'image précedente et qui permettrait de relier les bons segments entre eux pour obtenir une image des nerfs cornéens segmentés et possiblement reliées qui serait plus correcte.



<**5 pts**>

Réponse

$\boxed{\mathbf{1}}$

Tout ce qui permet de limiter la visibilité des détails dans une image ou de façon équivalente qui va dégrader les hautes fréquences d'une image ; à savoir, tous types de bruits (même celui de compression mais aussi celui de quantification et d'acquisition), de flous, d'interférenses, de parasites, de défauts de luminosité, un manque de contraste (l'image n'exploitant pas toute la dynamique possible des niveaux de gris) ou un mélange de tout ca. <**5 pts**>

$\boxed{\mathbf{2}}$

T_0 devrait être suffisemment élevé pour permettre au début du recuit simulé qu'au moins 50% (ou au moins 1/3) des pixels (ou tout au moins, une proportion assez élevé) changent d'états (classes ou niveaux de gris) au début de la procédure d'optimisation stochastique (permettant ainsi une bonne exploration de la fonction d'energie).

T_f doit être suffisement faible pour qu'à la fin de cette procédure d'optimisation stochastique, très peu de pixels changent d'états (par exemple moins de 1% des pixels, permettant ainsi une stabilisation de la recherche (celle-ci se transformant en un simple ICM ou descente du gradient, i.e., une procédure d'optimisation deterministe). La température finale doit être cependant supérieur à 0 pour des raisons mumériques. <**5 pts**>

$\boxed{\mathbf{3}}$

Érosion-dilatation par un élément structurant horizontale de taille supérieure à la largeur des bandes verticales.

Une deuxième possibilité qui marcherait moins bien que la morphologie mathématique dans ce cas serait un filtrage passe-haut vaec un gradient vertical. Je préfere donc la première réponse (cette deuxième réponse permet d'obtenir les 2/3 des points de cette question).

<**5 pts**>

NOTA : BONUS + 1 si on m'a mis ces deux possibilités.

$\boxed{\mathbf{4}}$

Plus précisement, le filtre passe-haut va atténuer beaucoup plus le signal (qui s'étend spectralement dans les très basses et basses fréquences) que le bruit qui lui, lorsqu'il est blanc (i.e., non corrélé), s'étend uniformément sur toutes les fréquences du spectres. Il en résulte donc un rapport signal sur bruit de l'image filtrée passe-haut beaucoup plus faible que le RSB de l'image de départ (i.e., avant filtrage). Après filtrage passe-haut, la variance ou l'amplitude du bruit apparait donc amplifié par rapport à la variance ou l'amplitude du signal (en fait, le filtre passe-haut va aussi diminuer la variance ou l'énergie du bruit mais considérablement plus diminuer la variance ou l'énergie du signal). <**5 pts**>

$\boxed{\mathbf{5}}$

Plus de bruit, plus de classes, des distribution de vraisemblance plus rapprochées. <**5 pts**>

$\boxed{\mathbf{6}}$

On pourait utiliser le même raisonnement que celui que nous avons utilisé pour le TP de Canny mais appliqué non pas à l'image du gradient mais directement sur l'image radiographique de gauche. Plus précisement, en utilisant un seuil haut τ_h et un seuil bas τ_l, après avoir calculer l'angle tangent de chaque nerf, puis procéder par seuillage par hystéresis en considérant dans un premier temps, tous les pixels dont l'intensité est supérieur à τ_h comme étant un pixel appartenant à la classe NERF (les autres étant classé BACKGROUND) puis classer récursivement comme faisant partie de cette même classe NERF tous les pixels voisins et tangent à la direction du contour et supérieur à τ_l. <**5 pts**>